MATEMÁTICAS II

EXAME FINAL 06-05-22

NOMBRE Y APELLIDOS:...

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde a más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

1. Números y Álgebra

Dadas las siguientes matrices: $A=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & a+2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula razonadamente el rango de la matriz *A* según los valores del parámetro a.

b) Para a=1 calcula razonadamente la matriz *X* que verifica que $\mathrm{X}\cdot\mathrm{A}=\mathrm{B}-\mathrm{X}$.

2. Números y Álgebra

a) Discute, según los valores del parámetro a, el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x-(a-2)y-z=1 \\ x-2y+z=-4 \\ x-3y+az=-a^2 \end{cases}$

b) Resuelve, si es posible, cuando a=3.

3. **Análisis**

a)Calcula los valores de a y b para que la función $\mathrm{f(x)}=\begin{cases} \mathrm{a+cosx} & ,\mathrm{x}\leq 0 \\ \mathrm{x}^2-2\mathrm{bx}+1 & ,\mathrm{x}>0 \end{cases}$ sea continua y $\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{3}$.

b)$\int_1^2 (2x-3)e^{x-1}dx$

4. Análisis

a)Calcula el área del recinto limitado por las funciones $\mathrm{f(x)}=|\mathrm{x}|-1$, $\mathrm{g(x)}=1-\mathrm{x}^2$.

b.i)Dada la función $\mathrm{f(x)}=\frac{1}{\mathrm{x}}+\mathrm{ax}+\mathrm{b}$. Calcula a, b para que la función tenga un mínimo relativo en el punto (1/2,6). b.ii) $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{lnx}\right)$

5. **Geometría**

Dada la recta y el plano $r:\frac{x-1}{-1}=\mathrm{y}=\frac{\mathrm{z}}{2}$ $\pi:\begin{cases} \mathrm{x}=1+\lambda+\mu \\ \mathrm{y}=\lambda-\mu \\ \mathrm{z}=-1+2\lambda \end{cases} ,\lambda,\mu\in R$

a) Determina razonadamente la posición relativa de *r* y π .

b) Encuentra razonadamente la ecuación general del plano perpendicular al plano π y que contiene a la recta *r*.

6. Geometría

a) Calcula la distancia del punto P (1,2,3) a la recta $s:\left\{\frac{x-3}{2}=y-1=z\right.$

b) Calcula razonadamente el valor del parámetro a, para que el plano $\alpha:\mathrm{x}-\mathrm{y}-\mathrm{az}+5=0$ sea paralelo a la recta r: $\begin{cases} 5\mathrm{x}+3\mathrm{y}-10=0 \\ 2\mathrm{y}+5\mathrm{z}=0 \end{cases}$.

7. Estadística y Probabilidad

En una población el 45 % son hombres. El 27% de esa población resulta ser hombre y lector de prensa deportiva, mientras que un 38.5% es mujer y no lectora de esa prensa.

a) De las mujeres, ¿qué porcentaje lee prensa deportiva?

b) ¿Qué porcentaje es mujer o lee prensa deportiva?

c) De los lectores de prensa deportiva, ¿qué porcentaje son hombres?

d) ¿Son incompatibles los sucesos ser home y no leer prensa deportiva? Justifique la respuesta.

8. Estadística y Probabilidad

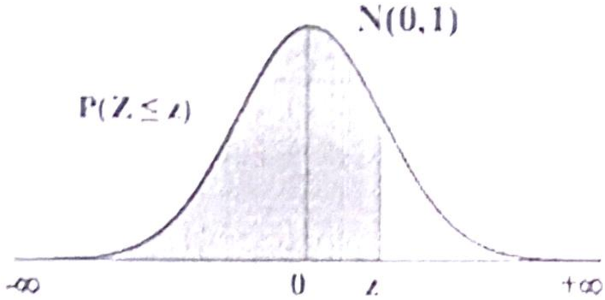
Se ha comprobado que, al aplicar un determinado medicamento, la probabilidad de que elimine el acné a un paciente es del 80 %. Suponiendo independencia de sucesos:

a)Si se lo toman 100 pacientes, ¿cuál es la probabilidad de que el medicamento actúe con más de 75 pacientes?

b)Si se lo toman 225 pacientes, ¿cuál es la probabilidad de que el medicamento actúe entre 170 y 190 pacientes?

c)¿Cuál es el número esperado de pacientes sobre los que NO se eliminará el acné si se toman el medicamento 500 pacientes?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL N(0,1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
7,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99960	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria *Z*, con distribución N(0,1), esté por debajo del valor *z*.

Soluciones Final 3ª Evaluación

1 a) $A=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & a+2 \end{pmatrix}$ $\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow r(A) \geq 2$

$|A| = a(a+2) = 0 \Leftrightarrow \boxed{a=0 \text{ ó } a=-2}$

$\boxed{\begin{array}{l} \text{Si } a \neq 0 \text{ y } a \neq -2 \Rightarrow r(A)=3 \\ \text{Si } a=0 \text{ ó } a=-2 \Rightarrow r(A)=2 \end{array}}$

b) para $a=1$ (por tanto $|A| \neq 0$ y $\exists A^{-1}$) $\Rightarrow A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$XA = B - X$ $\qquad$ X tiene que ser 2×3 para que sea posible

$XA + X = B$; $X(A+I) = B$; $A+I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; $|A+I| \neq 0 \Rightarrow \exists (A+I)^{-1}$

$\Rightarrow X = B(A+I)^{-1}$

$\det(A+I) = 16$; $\quad (A+I)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$X = B(A+I)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 1/16 & 1/2 & -1/8 \\ -1/8 & 0 & 1/4 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{X = \begin{pmatrix} 3/8 & 0 & 1/4 \\ 1/16 & 1/2 & -1/8 \end{pmatrix}}$

* otra forma alternativa: $\quad X = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix}$

$XA = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1+c_1 & b_1 & b_1+3c_1 \\ a_2+c_2 & b_2 & b_2+3c_2 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$B - X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a_1 & -b_1 & 1-c_1 \\ -a_2 & 1-b_2 & -c_2 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \quad a_1 + c_1 = 1 - a_1 \Rightarrow 2a_1 = 1 - c_1 \Rightarrow \boxed{a_1 = \frac{1-c_1}{2}}$

$b_1 = -b_1 \Rightarrow \boxed{b_1 = 0}$ ✓ ; $b_2 = 1 - b_2 \Rightarrow 2b_2 = 1 \Rightarrow \boxed{b_2 = \frac{1}{2}}$ ✓

$a_2 + c_2 = -a_2 \Rightarrow \boxed{2a_2 = -c_2}$

$b_1 + 3c_1 = 1 - c_1 \underset{b_1=0}{\Rightarrow} 3c_1 = 1 - c_1 \Rightarrow 4c_1 = 1 \Rightarrow \boxed{c_1 = \frac{1}{4}}$ ✓

$\Rightarrow a_1 = \frac{1 - 1/4}{2} = \frac{3/4}{2} = \boxed{\frac{3}{8}}$ ✓

$b_2 + 3c_2 = -c_2 \underset{b_2=\frac{1}{2}}{\Rightarrow} \frac{1}{2} + 3c_2 = -c_2 \Rightarrow 4c_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{c_2 = -\frac{1}{8}}$

como $2a_2 = -c_2 \Rightarrow 2a_2 = +\frac{1}{8} \Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{16}}$; $a_1 = \frac{1-c_1}{2} = \frac{1-1/4}{2}$ (ya estaba)

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} 3/8 & 0 & 1/4 \\ 1/16 & 1/2 & -1/8 \end{pmatrix}}$$

Ej [2] a) $\left.\begin{array}{l} x-(a-2)y-z=1 \\ x-2y+z=-4 \\ x-3y+az=-a^2 \end{array}\right\}$ $A^* \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -a+2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 \\ 1 & -3 & a & -a^2 \end{array}\right)$

como $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow r(A) \geq 2$; $|A| = a^2-5a+6=0 <$ $a=2$ ó $a=3$

* Si $a \neq 2$ y $a \neq 3 \Rightarrow r(A)=3=r(A^*)=$ nº incóg. $\Rightarrow$ SCD (1º solución)

* si $a=2$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 \\ 1 & -3 & 2 & -4 \end{array}\right) \xrightarrow{C_2 \leftrightarrow C_4}$ det $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix} = -5 \neq 0$

$\Rightarrow r(A^*)=3 \neq 2 = r(A) \Rightarrow$ S.I. $\Rightarrow \nexists$ solución

* si $a=3$ $A^* \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3+2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -4 \\ 1 & -3 & 3 & -9 \end{array}\right) \xrightarrow{C_2 \leftrightarrow C_4}$ det $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & -9 & 3 \end{pmatrix} = 0$

$\Rightarrow r(A^*)=r(A)=2 <$ nº incógnitas $\Rightarrow$ S.C. Indet (∞ soluciones)

b) para $a=3$ S.C. Indet (∞ soluciones)

$\left.\begin{array}{l} x-y-z=1 \\ x-2y+z=-4 \\ x-3y+3z=-9 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{r} \cancel{x}-y-z=1 \\ -\cancel{x}+2y-z=4 \\ \hline y-2z=5 \end{array} \Rightarrow \boxed{y=5+2z}$ sustituyo en la 1ª

$z=\lambda \in \mathbb{R}$

$x-y-z=1 \Leftrightarrow x-5-2z-z=1 \Rightarrow \boxed{x=6+3z}$

Soluciones $\{(6+3\lambda, 5+2\lambda, \lambda) \ / \ \lambda \in \mathbb{R}\}$ (es una recta)

Ej $\boxed{3}$ a) $\begin{cases} a+\cos x & x\leq 0 \\ x^2-2bx+1 & x>0 \end{cases}$ continua y $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{3}$ pág ③

i) f función a trozos, $f_1(x)$ = func. sinusoidal (combinaciones lineales de senos y cosenos) por tanto cont. y deriv en todo $\mathbb{R}$, en particular en $(-\infty,0)$

$f_2(x) = x^2-2b+1$ parábola, func. polinómica de grado 2, continua y derivable en todo $\mathbb{R}$, en particular en $(0,+\infty)$

Sólo falta ver lo que ocurre en $x=0$

$$f(0^-) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0} a+\cos x = \boxed{a} =: f(0)$$
$$f(0^+) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0} x^2-2bx+1 = \boxed{1}$$

$\boxed{a=1}$ para f cont en $\mathbb{R}$

ii) $$\int_0^1 f(x)\,dx \underset{(*)}{=} \int_0^1 (x^2-2bx+1)\,dx = \left(\frac{x^3}{3}-\frac{2bx^2}{2}+x\right]_0^1 = \frac{1}{3}-b+1 = \boxed{\frac{4}{3}-b}$$

(*) (para valores entre (0,1) f está definida como f_2 y además f es continua en $\mathbb{R}$ así que no hay problema)

como tiene q. ser igual a $\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $\frac{4}{3}-b=\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $\boxed{b=1}$

———o———

b) $$\int_1^2 (2x-3)e^{x-1}\,dx \underset{(**)}{=} \left((2x-3)e^{x-1} - \int 2e^{x-1}\,dx\right]_1^2 = \left((2x-3)e^{x-1}-2e^{x-1}\right]_1^2 =$$

(**) [por partes, ALPES
$\begin{bmatrix} u=2x-3\ ; & du=2\,dx \\ dv=e^{x-1}dx\ ; & v=e^{x-1} \end{bmatrix}$ $\int u\,dv = uv-\int v\,du$]

$$= \left((2x-3-2)e^{x-1}\right]_1^2 = \left((2x-5)e^{x-1}\right]_1^2 = F(2)-F(1)$$

$F(x) = (2x-5)e^{x-1}+k$

$F(2) = (4-5)e^1+k = -e+k$

$F(1) = (2-5)e^0+k = -3+k$

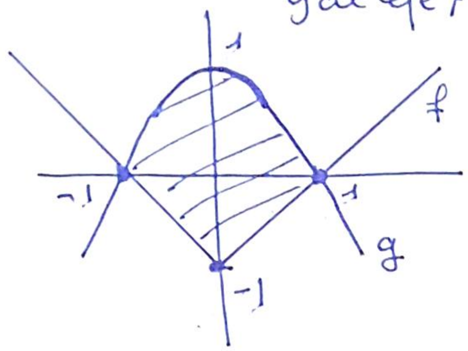
$F(2)-F(1) = \boxed{-e+3}$

———o———

Ej. 4 a) $f(x)=|x|-1=\begin{cases}-x-1 & \text{si } x<0\\ x-1 & \text{si } x\geq 0\end{cases}$ $g(x)=1-x^2$ (p.4)

f función a trozos (2 rectas) que cortan al eje X en (-1,0) y (1,0) y al eje Y en (0,-1)

g parábola ∩ cóncava con vértice en (0,1) ptos corte eje X en (-1,0) (1,0)



entre -1 y 1 g es > f (así que $g-f>0$)

$$\text{Área}=\left|\int_{-1}^{1}g-f\right|=\int_{-1}^{1}g-f=$$

$$=\int_{-1}^{0}g-f_1+\int_{0}^{1}g-f_2=\int_{-1}^{0}(1-x^2+x+1)dx+\int_{0}^{1}(1-x^2-x+1)dx=\int_{-1}^{0}-x^2+x+2+\int_{0}^{1}-x^2-x+2$$

$$=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{0}+\left(-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{0}^{1}=-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2=\boxed{\frac{7}{3}\,u^2}$$

---

b1) $f(x)=\frac{1}{x}+ax+b$; a, b? t.q $f(\frac{1}{2})=6$; $f'(\frac{1}{2})=0$, $f''(\frac{1}{2})>0$

f cont y deriv en $\mathbb{R}-\{0\}$ (por $\frac{1}{x}$ hipérbola)

$f(\frac{1}{2})=2+\frac{a}{2}+b=6 \Rightarrow \boxed{\frac{a}{2}+b=4}$

$f'(x)=-\frac{1}{x^2}+a$; $f'(\frac{1}{2})=-4+a=0 \Rightarrow \boxed{a=4}$

$\Rightarrow \boxed{b=2}$

además, efectivamente $f''(x)=\frac{2}{x^3}$; $f''(\frac{1}{2})=16>0$ sí, es un Mínimo relativo.

---

b2) $$\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}=\lim_{x\to 1}\frac{\ln x-(x-1)}{(x-1)\ln x}=\lim_{x\to 1}\frac{\ln x-x+1}{(x-1)\ln x}=\frac{0}{0}$$

1ª L'Hopital $$\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}-1}{\ln x+(x-1)\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1-x}{x}}{\ln x+\frac{x-1}{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1-x}{x}}{\frac{x\ln x+x-1}{x}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{x(\ln x+1)-1}=\frac{0}{0}$$

2º L'Hopital

$$\lim_{x\to 1}\frac{-1}{(\ln x+1)+x\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{-1}{\ln x+1+1}=\lim_{x\to 1}\frac{-1}{\ln x+2}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

$\Rightarrow$ por L'Hopital $\exists \lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}=\boxed{-\frac{1}{2}}$

Ej $\boxed{5}$ $r: \frac{x-1}{-1} = y = \frac{z}{2}$ $\pi \begin{cases} x = 1+\lambda+\mu \\ y = \lambda - \mu \\ z = -1+2\lambda \end{cases}$ p.5

a) $P_r(1,0,0)$ $\vec{d_r}\,(\cancel{1,0,0})\,(-1,1,2)$ $\pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x+2y-2z-4=0$

$\vec{n_\pi}\,(2,2,-2)$

$\vec{d_r}\cdot\vec{n_\pi} = (-1,1,2)\,(2,2,-2) = -4 \neq 0 \Rightarrow$ $\boxed{r \text{ y } \pi \text{ SECANTES}}$

(si estuviese contenida o fuese paralela $\Rightarrow \vec{d_r} \perp \vec{n_\pi} \Rightarrow \vec{d_r}\cdot\vec{n_\pi} = 0$)

———o———

b) Construyo plano auxiliar π' t.q. $\pi' \perp \pi$ y $r \subset \pi'$

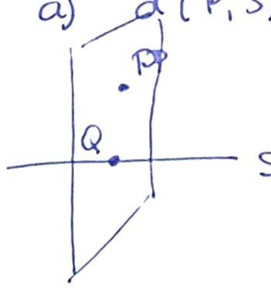
por $r \subset \pi'$ { $\vec{d_r}$ vector director de π'
$\pi' \perp \pi$ { $\vec{n_\pi}$ vector director de π'
$P_r(1,0,0) \in \pi'$ } $\pi' \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow \pi': -6x+2y-4z+6=0$ ó también $\boxed{-3x+y-2z+3=0}$

———o———

$P(1,2,3)$ $s: \left\{ \frac{x-3}{2} = y-1 = z \right.$ $\vec{d_s}\,(2,1,1)$

Ej $\boxed{6}$ a) a) $d(P,s)$



1º) construyo plano auxiliar π t.q. $s \perp \pi$, $P \in \pi$

por $s \perp \pi \Rightarrow \vec{d_s} = \vec{n_\pi}$

$\Rightarrow \pi: 2x+y+z+D=0$

como $(1,2,3) \in \pi \Rightarrow 2+2+3+D=0 \Rightarrow \boxed{D=-7}$

$\boxed{\pi: 2x+y+z-7=0}$

2º) calculo $Q = \pi \cap s$; pasando s a paramétrica $s \equiv \begin{cases} x = 3+2\lambda \\ y = 1+\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

$2(3+2\lambda)+(1+\lambda)+\lambda-7=0 \Rightarrow Q(3,1,0)$

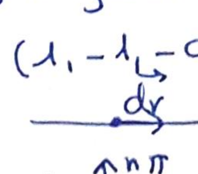
$\boxed{\lambda=0}$

3º) $d(P,s) = d(P,Q) = |\vec{PQ}| = |(3,1,0)-(1,2,3)| = |(2,-1,-3)|$

$= \sqrt{4+1+9} = \boxed{\sqrt{14}}\ u$

b) $\pi: x-y-az+5=0$ sea paralelo $r \begin{cases} 5x+3y-10=0 \\ 2y+5z=0 \end{cases}$

$\vec{n_\pi}\,(1,-1,-a)$ $\vec{d_r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = (15,-25,10)$; $\pi \parallel r \Rightarrow \vec{n_\pi} \perp \vec{d_r}$



$\vec{d_r}\cdot\vec{n_\pi} = 0$; $(1,-1,-a)\cdot(15,-25,10) =$

$= (15+25-10a = 0 \Leftrightarrow 40-10a=0 \Leftrightarrow \boxed{a=4}$

(Además $r \not\subset \pi$ porque si tomo un pto cualq de r, p.ejemplo $(2,0,0)$ puedo ver que $(2,0,0) \notin \pi$)

7 Tabla de contingencia

	Lect. Deport.	No lect. D.	Total
H	27%	18%	45%
M	16'5%	38'5%	55%
Total	43'5%	56'5%	100%

a) $P(L|M) = \frac{P(L\cap M)}{P(M)} = \frac{0'165}{0'55} =$

$0'3 = 30\%$

b) $P(M\cup L) = P(M) + P(L) + P(M\cap L) =$ ~~0'165 + 0'55 + 0'165 =~~

$= 0'55 + 0'435 - 0'165 = 0'82 = 82\%$

c) $P(H|L) = \frac{P(H\cap L)}{P(L)} = \frac{0'27}{0'435} \simeq 0'6207 = 62'07\%$

d) $P(H\cap \bar{L}) = 0'18 \neq 0$ por tanto No son incompatibles

$(\bar{L}\cap H \neq \emptyset)$

8 X = "nº pacientes en los que actúa el medicamento" $\in Bi(n, 0'8)$

$p = 0'8$

$q = 0'2$

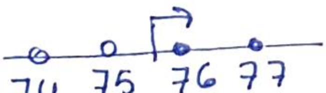
a) $n = 100 \Rightarrow n\cdot p = 80 = \mu$; $\sigma = \sqrt{80\cdot 0'2} = \sqrt{16} = 4$

Aproximamos $X \rightsquigarrow Z \in N(80, 4)$

Temos que utilizar YATES pq. estamos aprox. una V.A. discreta a una V.A. continua

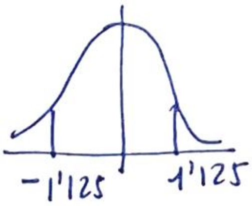
$P(X > 75) \underset{\text{YATES}}{\simeq} P(Z > 75'5) \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{Z-\mu}{\sigma} > \frac{75'5 - 80}{4}\right) = P(Z' > -1'125)$

tipificamos $Z' = \frac{Z-\mu}{\sigma} \in N(0,1)$



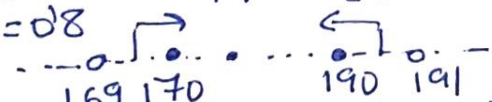
$= P(Z' < 1'125) \simeq P(Z' < 1'13) = \boxed{0'8708} = \boxed{87'08\%}$

La tabla que temos sólo tiene hasta las centésimas aproximamos $1'125 \simeq 1'13$



b) $n = 225$ $\quad P(170 \leq X \leq 190) \underset{\text{YATES}}{=}$

$p = 0'8$



$(\mu = 225\cdot 0'8 = 180 \quad \sigma = \sqrt{180\cdot 0'2} = 6)$

$= P(169'5 < Z < 190'5) \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{169'5-180}{6} < Z' < \frac{190'5-180}{6}\right)$

$Z' = \frac{Z-\mu}{\sigma} \in N(0,1)$

$= P(-1'75 < Z' < 1'75) = P(Z' < 1'75) - P(Z' < -1'75) = P(Z' < 1'75) - P(Z' > 1'75)$

$= P(Z' < 1'75) - (1 - P(Z' < 1'75)) = 2P(Z' < 1'75) - 1 = \boxed{0'9198} = \boxed{91'98\%}$

c) $n = 500$ $\quad$ Y = "pacientes q. NO se curan"

$p = 0'2$ $\quad \mu = n\cdot p = 500\cdot 0'2 = \boxed{100 \text{ pacientes}}$