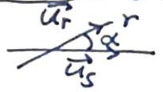
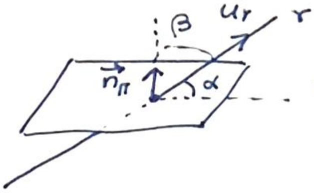
Resumen Ángulos y distancias

1) Ángulo dos rectas:



$$\alpha = \arccos \frac{|\vec{u_r} \cdot \vec{u_s}|}{|\vec{u_r}||\vec{u_s}|}$$

2) Ángulo 1 recta r, 1 plano π



$\alpha + \beta = 90°$
$\beta = \text{ángulo}(\vec{n_\pi}, \vec{u_r})$
$\cos\beta = \operatorname{sen}\alpha$

$$\alpha = \operatorname{arc\,sen} \frac{|\vec{n_\pi} \cdot \vec{u_r}|}{|\vec{n_\pi}||\vec{u_r}|}$$

3) Ángulo 2 planos π_1, π_2 = ángulo que forman $\vec{n_{\pi_1}}, \vec{n_{\pi_2}}$

$$\alpha = \arccos \frac{|\vec{n_{\pi_1}} \cdot \vec{n_{\pi_2}}|}{|\vec{n_{\pi_1}}||\vec{n_{\pi_2}}|}$$

Distancias

(I) Entre 2 ptos:

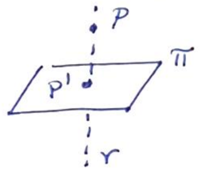
$$d(P, P') = |\vec{PP'}| = |P' - P|$$

(II) IMPORTANTE Entre 1 pto y 1 plano $P(x_0, y_0, z_0)$ $\underbrace{Ax + By + Cz + D = 0}_{\pi}$

$$d(P, \pi) = \frac{|x_0A + y_0B + z_0C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(Vale la pena aprenderla)

~ si olvidamos la fórmula:



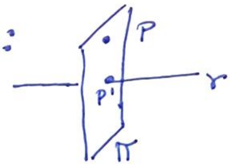
1) construyo r recta auxiliar que pasa por P y tiene $\vec{n_\pi} = \vec{V_r}$
2) $P' = \pi \cap r$
3) $d(P, \pi) = |\vec{PP'}|$

(III) 1 pto P y 1 recta r

~ Fórmula: – tomo $A \in r$ un pto. cualq.

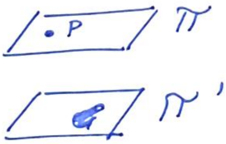
la $d(P, r) = \dfrac{|\vec{AP} \times \vec{u_r}|}{|\vec{u_r}|}$ ← aquí

~ si olvido fórmula:



1) construyo π plano auxiliar que pasa por P y tiene $\vec{n_\pi} = \vec{V_r}$
2) $P' = \pi \cap r$
3) $d(P, r) = d(P, P') = |\vec{PP'}|$

(IV) Distancia 2 planos (PARALELOS)

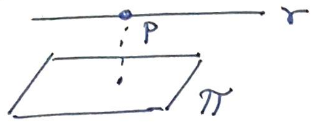


1) tomo 1 pto $P \in \pi$ cualquiera
2) $d(\pi, \pi') = d(P, \pi')$ (Caso II)

$P(x_0, y_0, z_0)$ $\pi': A'x + B'y + C'z + D = 0$

$$= \frac{|x_0A' + y_0B' + z_0C' + D'|}{\sqrt{(A')^2 + (B')^2 + (C')^2}}$$

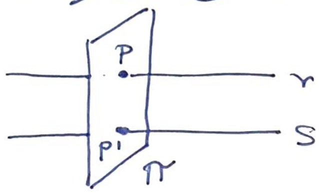
(V) Distancia 1 recta r, 1 plano π (PARALELOS)



1) tomo $P \in r$ cualquiera
2) $d(r,\pi) = d(P,\pi) = \dfrac{|x_0 A + y_0 B + z_0 C + D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

caso II

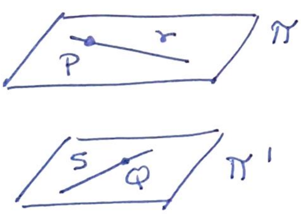
VI a) 2 rectas PARALELAS



1) tomo $P \in r$ cualq.
2) construyo π plano auxiliar que pasa por P y $\vec{n}_\pi = \vec{V}_s$
3) $P' = \pi \cap s$
4) $d(r,s) = d(P,P') = |\vec{PP'}|$

VI b) 2 rectas SE CRUZAN

cada recta está contenida en un plano y los 2 planos son paralelos.
$\vec{n}_\pi = \vec{n}_{\pi'} = |\vec{u}_r \times \vec{V}_s|$



1) tomo $Q \in S$
2) calculo π' como plano que pasa por Q y tiene vectores directores $\vec{u}_r$ y $\vec{V}_s$

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ u_x & u_y & u_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = 0$$

3) tomo $P(x_0, y_0, z_0) \in \pi$ cualquiera
4) $d(\pi,\pi') = d(r,s) = d(P,\pi') =$

caso II

$$\frac{|x_0 A' + y_0 B' + z_0 C' + D'|}{\sqrt{(A')^2 + (B')^2 + (C')^2}}$$