Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

EBAU 2022

Andalucía Ordinaria

1. Dada la función continua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & si\ x < -1 \\ ax + b & si\ -1 \leq x < 1 \\ \dfrac{x^2}{x+1} & si\ x \geq 1 \end{cases}$$

   (a) Calcula a y b.

   (b) Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f.

2. Calcula los puntos de corte con el eje de abscisas y esboza la gráfica de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & si\ x < 0 \\ (x-2)^2 & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

Andalucía Extraordinaria

3. Calcula a sabiendo que

$$\lim_{x \to \infty} \frac{ax}{(ln\, x)^3} = 1$$

4. Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 2$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 2$ Calcula los puntos de corte de las gráficas de f y g. Esboza sus gráficas.

Asturias Ordinaria

5. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

   (a) Calcula el dominio de f y las asíntotas, en caso de que tenga.

   (b) Estudia la existencia de máximos y mínimos, así como los intervalos de concavidad y convexidad.

   (c) A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f.

Asturias Extraordinaria

6. Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2}{1 - x}$$

   (a) Calcula el dominio de la función f y sus asíntotas.

   (b) Halla en caso de que existan, los máximos y mínimos y puntos de inflexión. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

   (c) Utilizando los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f.

Baleares Ordinaria

7. Dada la función $f(x) = e^{3x-2}$

   (a) Determine las coordenadas del punto en el cual la tangente a la gráfica de la función y = f(x) tiene pendiente igual a 3/e. Halle la ecuación de esta recta tangente.

   (b) Calcule:

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

$$\lim_{x \to \frac{2}{3}} \frac{1 - f(x)}{6x - 4}$$

(c) Esboce la gráfica de la función $f(x)$.

8. Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + a}{2x - 4} & si\ x \leq 0 \\ 10x^2 + x + b & si\ x > 0 \end{cases}$$

(a) Halle la condición que han de cumplir los parámetros a y b para que la función y = f(x) sea continua.

(b) Calcule f'(x).

(c) Halle la condición que han de cumplir los parámetros a y b para que la función y = f(x) sea derivable.

Canarias Extraordinaria

9. Considera la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ Calcular los coeficientes a, b, c, d, sabiendo que f tiene un extremo relativo en el punto P (0,1) y su gráfica tiene un punto de inflexión Q (1, −1). Dar la expresión de la función *f(x)*

10. Resuelve el siguiente límite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$$

Cantabria Ordinaria

11. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + bx & si\ x < 1 \\ a + ln\,(x) & si\ x \geq 1 \end{cases}$$

(a) Estudia los valores de los parámetros a y b para que la función f(x) sea continua y derivable en ℝ. Escribe la función resultante

(b) Tomando los valores $a = -2$ y $b = 1$, calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en $x = e$

Cataluña Ordinaria

12. Sabiendo que $f'(x) = 3x^2 - 12x$ es la derivada de la función *f(x)* se pide:

(a) Calcula la función sabiendo que corta al eje de abscisas en el punto x=1

(b) Calcular la abscisa del punto de inflexión y estudia la curvatura de la función.

13. Resuelve:

(a) Encuentra la función polinómica de grado 3 que: corta al eje de ordenadas en el punto y=5, que la recta tangente a la gráfica de dicha función en el punto de abscisa x=1, es horizontal y que su *g''(x)*=2x+1.

(b) Comprueba que la función $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 16$ tiene un punto de corte en x=2 y es estrictamente creciente en el intervalo (0,4).

Casilla la Mancha Ordinaria

14. Calcula razonadamente el siguiente límite:

$$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$$

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

15. Sea la curva $f(x) = a - x^2$.¿Qué valores puede tomar a ∈ ℝ para que la curva corte al eje de abscisas (eje OX) en dos puntos y, por tanto, delimite con dicho eje un recinto cerrado?

Castilla La Mancha Extraordinaria

16. Encuentra razonadamente el valor de a, b ∈ ℝ para que la función siguiente tenga una discontinuidad de salto infinito en x = 1 y una asíntota horizontal en y=2 , en el +∞

$$f(x) = \frac{ax+1}{2x+b}$$

17. Estudia la continuidad en ℝ de la función

$$f(x) = \frac{2e^{x^2-4} - 8x + 14}{x^2 - 2x}$$

Castilla León Ordinaria

18. Dada la función $f(x) = xe^x$, determínense su dominio de definición, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión. Esbócese también su gráfica.

19. Calcule:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$$

20. Calcule

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{2 - 2\cos x}$$

Castilla León Extraordinaria

21. Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2}{2-x}$$

   (a) Encuentre su dominio y calcule sus asíntotas, si las tiene.

   (b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si los tiene.

22. Calcule

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$$

Cantabria Ordinaria

23. Considere la función $f(x) = x^2e^{-x}$

   (a) Asíntotas horizontales

   (b) Calcule la derivada primera de f(x).

   (c) Determine los extremos relativos de f(x).

   (d) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x).

Cantabria Extraordinaria

24. Considere la función $f(x) = \frac{e^x}{x}$

   (a) Calcule la derivada primera de f(x).

   (b) Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f(x) en el punto de abscisa x = 2.

   (c) Calcule las asíntotas verticales de f(x).

   (d) Calcule las asíntotas horizontales de f(x).

25. Calcule el dominio y las asíntotas de la función $f(x) = \frac{3}{x}$

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

Extremadura Ordinaria

26. Calcular el valor de *a* para que la función sea continua en x=0

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{xe^x-\sin x}{x^2} & si\ x\neq 0\\ a & si\ x=0\end{cases}$$

27. Dada la función $f(x)=|x+1|+|x-2|$
    (a) Estudiar la continuidad y derivabilidad de la función.
    (b) Calcular el intervalo donde la función permanece constante.

Extremadura Extraordinaria

28. Determínense dominio de definición, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad, convexidad, puntos de inflexión y esbócese gráfica de la función:

$$f(x)=\frac{x^3}{1-x^2}$$

29. Hallar los puntos de inflexión de la gráfica de la función $f(x)=x-ln\,(x^2+1)$

Galicia Ordinaria

30. Realice los siguientes apartados:
    (a) Calcule los límites:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{\sin x} \qquad\qquad \lim_{x\to 0^+} x\ln x$$

    (b) Dibuje la gráfica de una función *f* continua y no negativa en el intervalo [0,3] tal que: *f (0) =0*, *f (3) = 0*, *f ´´ > 0* en el intervalo (0, 1), *f ´´ < 0* en el intervalo (2, 3) y *f* es constante en el intervalo (1, 2).

Galicia Extraordinaria

31. Resuelva los apartados:
    (a) Obtenga las coordenadas de los vértices del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es tangente a la gráfica de $f(x)=x^2$ en el punto de abscisa $x = 2$ y que, además, tiene un cateto de longitud 2 situado sobre el eje X. Dibuje la gráfica de f, la recta tangente y el triángulo.
    (b) Halle los valores de a y b que hacen que sea derivable la función:

$$f(x)=\begin{cases}1 & si\ x\leq 1\\ ax^2+bx & si\ x>1\end{cases}$$

La Rioja Ordinaria

32. Dada la curva $f(x)=1/4\,x^2+4x+4$
    (a) Halla los puntos de la curva en los que la recta tangente a ésta pase por el punto (0, 0).
    (b) Da las ecuaciones de las rectas tangentes.

33. Determina, si existe, el valor de a de tal manera que:

$$(i)\ \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax+1}-(3x-1)\right)=2 \qquad\qquad (ii)\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+a}{3x-1}\right)^x=e$$

La Rioja Extraordinaria

34. Dada la función:

$$f(x)=\frac{x^3}{(1+x)^2}$$

    (a) Halla el dominio, asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de la función f, en caso de que existan.

(b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y máximos y mínimos relativos y puntos de inflexión si los hubiera.

35. Halla el valor de a y b para que la curva $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ tenga en el punto (0, −1) un punto de inflexión y la pendiente de la recta tangente valga 1.

36. Calcula los siguientes límites:

$$(i)\ \lim_{x\to 0}\frac{\tan(x)-x}{x-\sin x} \qquad (ii)\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^3-6x^2}{4x^3-1}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$$

Madrid Ordinaria

37. Sea la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^3 e^{-\frac{1}{x^2}} & si\ x\neq 0 \\ 0 & si\ x=0 \end{cases}$$

(a) Estudie la continuidad y derivabilidad en x = 0.

(b) Estudie si presenta algún tipo de simetría par o impar.

38. Calcule y clasifique los extremos relativos de:

$$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

Madrid Extraordinaria

39. Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x} & si\ x<0 \\ x^2-4x+3 & si\ x\geq 0 \end{cases}$$

(a) Estudie la continuidad de f(x)

(b) ¿Es f(x) derivable en x = 0? Justifique la respuesta.

(c) Calcule, si existen, las ecuaciones de sus asíntotas horizontales y verticales.

(d) Determine para $x\epsilon(0,\infty)$ el punto de la gráfica de f(x) en el que la pendiente de la recta tangente es nula y obtenga la ecuación de la recta tangente en dicho punto. En el punto obtenido, ¿alcanza f(x) algún extremo relativo? En caso afirmativo, clasifíquelo.

40. Sea la función:

$$f(x)=\begin{cases} x & si\ x\leq 0 \\ x\ln x & si\ x>0 \end{cases}$$

(a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f(x) en x = 0.

(b) Estudie los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f(x), así como los máximos y mínimos relativos.

Murcia Extraordinaria

41. Considere la función f(x) dada por:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln x}{x-1} & si\ x>0\ y\ \ x\neq 1 \\ a & si\ x=1 \end{cases}$$

(a) Calcule el límite de f(x) cuando x tiende a +1.

(b) Determine el valor de a para que la función f(x) sea continua en x = 1.

(c) Estudie si, para dicho valor de a, la función f(x) es derivable en x = 1. En caso afirmativo, calcule el valor de la derivada de f en x = 1.

42. Considere la función $f(x) = x^2e^{-x}$, definida para todo número real, calcule la derivada de f(x) y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

Navarra Ordinaria

43. Demuestra que la siguiente función es continua en el intervalo $[-2,-1]$

$$f(x) = e^{\frac{1}{\sin x + \cos x}}$$

Navarra Extraordinaria

44. Demuestra que la siguiente función es continua en el intervalo $\left[\frac{1}{e}, e\right]$

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)$$

45. Calcula los siguientes límites:

$$(i)\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x^2+x-1}\right)^{2x-1} \qquad (ii)\ \lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)^2}{\ln(x+1)-x}$$

46. Demuestra que la función es continua en el intervalo $[2,4]$

$$f(x) = \ln\left(\sin\frac{\pi x}{6} - \cos\frac{\pi x}{6}\right)$$

Valencia Ordinaria

47. Consideramos la función

$$f(x) = \frac{x^2+2}{x^2-4}$$

(a) Calcular el dominio y los puntos de corte con los ejes.

(b) Las asíntotas de la función.

(c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos.

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

EBAU 2021

Andalucía modelo

48. Dada la función $f(x) = (x - a)e^x$
    (a) Determina a para que tenga un punto crítico en $x = 0$.
    (b) Para $a = 1$, haz un estudio completo de la función (dominio, continuidad, derivabilidad, puntos de corte, asíntotas, monotonía y curvatura) y un esbozo de su gráfica.

Andalucía Ordinaria

49. Se sabe que la gráfica de la siguiente función tiene una asíntota oblicua que pasa por el punto (1, 1) y tiene pendiente 2. Calcula a y b.

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2}{x - 1}$$

50. Calcula el parámetro para que la siguiente función sea continua. En ese caso, calcula la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa -1

$$f(x) = \begin{cases} (3x-6)e^x & si\ x \leq 0 \\ \dfrac{36(\sin x - ax)}{x^3} & si\ x > 0 \end{cases}$$

Andalucía Extraordinaria

51. Calcula el valor de los parámetros para que el siguiente límite exista y valga 7

$$\lim_{x\to 0} \frac{a(1-\cos x) + b\sin x - 2(e^x - 1)}{x^2}$$

52. Calcula el valor de los parámetros a y b sabiendo que son positivos y que la siguiente función tiene un punto crítico en (1,2)

$$f(x) = \frac{bx^2}{1 + ax^4}$$

Aragón Ordinaria

53. Calcula el valor de los parámetros a y b para que la siguiente función sea continua y tenga en x=-1 un extremo relativo, en dicho caso comprueba que tipo de extremo es.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + bx + 2 & x \leq 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{ax} & x > 0 \end{cases}$$

54. Calcular el valor del parámetro a sabiendo que

$$\lim_{x\to 0} (1 - \sin^2 x)^{\frac{a}{x^2}} = 2$$

Aragón Extraordinaria

55. Dada la función siguiente calcule los valores de a para que la función (x) sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} 5 - ax^2 & si\ x \leq 1 \\ \dfrac{6}{ax} & si\ x > 1 \end{cases} \quad, a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

56. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 1} \left(sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\right)^{\frac{1}{(1-x)^2}}$$

57. Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{e^x}{x^3 - x}$$

(a) Estudie la existencia de asíntotas horizontales, verticales y oblicuas. Calcúlelas cuando existan.

(b) Calcule la recta tangente a la curva en el punto x = 2.

Asturias Ordinaria

58. Sean las parábolas: $y_1 = x^2 - 2x + 3$, $y_2 = ax^2 + b$ Calcula los valores de a y b para que en el punto de abscisa x = 2 las dos parábolas tengan la misma recta tangente. Calcula dicha recta tangente.

Asturias Extraordinaria

59. En una población, la proporción de personas infectadas por una determinada enfermedad en función del tiempo, I(t), viene dada por la función:

$$I(t) = \begin{cases} ke^{2t} & si\ t < 1 \\ \dfrac{t^2}{3t^2 + 1} & si\ t \geq 1 \end{cases}$$

Siendo k una constante real, t el tiempo en años desde el inicio de la epidemia y t= 1 el inicio de la vacunación

(a) Calcula el valor de k para que I(t) sea continua.

(b) Calcula la proporción de personas infectadas cuando t→∞.

(c) Calcula la velocidad de crecimiento de I(t) para el instante t = 0.5

(d) Calcula la velocidad de crecimiento de I(t) para el instante t =2

Castilla-La Mancha Ordinaria

60. Sera la función $f(x) = ax^3 - 2x^2 - x + b$ Determina razonadamente los valores de a y b para que la gráfica de la función pase por el punto (1, 2) y la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en este punto sea 1.

61. Determina razonadamente los valores de a y b para que la siguiente función sea continua y derivable en x = 0

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & x < 0 \\ be^x & x \geq 0 \end{cases}$$

62. Calcula razonadamente:

(a)

$$\lim_{x \to 2} \frac{e^{x-2} - 1}{2x - 4}$$

(b) Estudia continuidad y derivabilidad de la función siguiente, calcula dominio y si los tiene, puntos y tipos de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & si\ x < 1 \\ \dfrac{2x - 1}{x - 2} & si\ 1 \leq x \leq 3 \\ 2e^x & si\ x > 3 \end{cases}$$

Castilla-La Mancha Extraordinaria

63. Sea la función $\mathrm{f(x) = ax^{3} + bx^{2} + x - 1}$, con a, b ∈ R. Determina los valores de a y b para que la gráfica pase por el punto (1, 1) y tenga aquí un punto de inflexión.

Castilla – León Modelo

64. En la siguiente función determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus extremos relativos y el número total de puntos en los que x se anula. (Téngase en cuenta la monotonía de la función y los valores que toma en los extremos relativos). $f(x) = 3x^4 + x^3 - 1$

Castilla – León Ordinaria

65. Calcular el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - x - \cos(3x)}{(\sin x)^2}$$

Castilla – León Extraordinaria

66. Sabiendo que m>0 calcúlalo para exista el límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos(mx)}{x^2} = 2$$

67. Estudia la continuidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$$

Madrid Ordinaria

68. Dada la función a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & si x < 0 \\ xe^x & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

   (a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función.

   (b) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento en el intervalo (–π,2).

   (c) Demuestre que existe un punto x0 ∈[0,1] de manera que f(x0) = 2.

Madrid Extraordinaria

69. Calcule si es posible:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2(1-2x)}{x - 2x^2 - \sin x} \qquad\qquad \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\left(\frac{3}{x} - \frac{2}{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}\right)$$

70. Sea la función $f(x) = x^3 - |x| + 2$

   (a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en x = 0.

   (b) Determine los extremos relativos de f(x) en la recta real.

Navarra Ordinaria

71. En la siguiente función demuestra que es continua en el intervalo [1, 3]

$$f(x) = \left(x^2 - 3x + 10\right)^{\log\left[2^{x-1} \sin\frac{\pi(x+2)}{6}\right]}$$

72. Calcula las asíntotas de esta función y estudia la posición de la curva respecto a ellas:

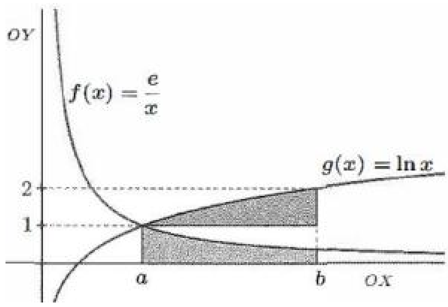
$$f(x) = \frac{x^3 - 4x - 1}{x^2 - 4}$$

73. Demuestra que la función es continua en el intervalo [1,3]

$$f(x) = \ln\left(\frac{5x - 2 - x\sin\frac{\pi x}{2}}{x^2 - 4x + 6}\right)$$

74. Calcula los valores de las abscisas a y b que aparecen en el gráfico:

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)



Navarra Extraordinaria

75. Calcula los límites:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x^3+2x^2}-\sqrt{3x^3}} \qquad\qquad \lim_{x\to\infty} x\sin\frac{1}{x}$$

76. Demuestra que la función es continua en el intervalo [1,3]

$$f(x) = \sqrt{x + sin\frac{\pi x}{2}}$$

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

ABAU desde 2020 hasta 2001 (sólo Galicia)

2020

77. Ordinaria, Opción A

    (a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{cos^2 x \ - 1}{1+2x-e^{2x}}$

    (a) Dada la función $f(x) = x(\ln x - 1)$ Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. Calcula, si existen, los máximos y mínimos relativos de la función.

78. Ordinaria, Opción B Calcula los valores de b y c para que la función $f(x)$ sea, primero continua, y luego derivable en $x = 0$ siendo

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} & si \ \ x \geq 0 \\ x^2 + bx + c & si \ \ x > 0 \end{cases}$$

79. Extraordinaria, opción A: determina los valores de a y b que hacen que la función sea, primero continua, y luego derivable.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a - \cos x}{x} & si \, x < 0 \\ bx & si \, x \geq 0 \end{cases}$$

80. Extraordinaria, opción B: Calcula el área de la región encerrada por el eje X y la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}x + 1 & si \, x < 0 \\ (x-1)^2 & si \, x \geq 0 \end{cases}$$

2019

81. Sea $f(x) = \begin{cases} \ln x, & si \, x \in (0, e] \\ ax + b, & si \, x \in (e, \infty) \end{cases}$ di qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que f sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.

82. Considérese la función $f(x) = x^2 e^{-x}$. Se pide:

    (a) Calcular los límites $\lim_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

    (b) Determinar intervalos de crecimiento y de decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.

83. Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativo de la función $f(x) = x^2 \ln x$

2018

84. Calcula: intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos de $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

85. Calcula a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} + ax + b & si \, x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + 2) & si \, x \geq 0 \end{cases}$ sea continua y derivable en $x = 0$

86. Da respuesta a los siguientes apartados:

    (a) Calcula, si existe, el valor de m para que $\lim_{x\to 0} \frac{\cos 2x + mx^2 - 1}{\text{sen}\,(x^2)} = 3$

    (b) Calcula los valores de a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un punto de inflexión en $(0,5)$ y la tangente a su gráfica en el punto $(1,1)$ sea paralela al eje X.

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

2017

87. Calcula $\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{sen}^2 x - 3x^2}{e^{x^2}-\cos 2x}$

88. Calcula los valores a, b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & si\ x < 3 \\ \ln(x-2), & si\ x \geq 3 \end{cases}$ sea derivable en $x = 3$ y determina el punto en el que la tangente a la gráfica de $f(x)$ es paralela a la recta $x + 3y = 0$.

89. Calcula los límites:

$$i)\quad \lim_{x\to -\infty}\frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$$

$$ii)\quad \lim_{x\to \infty}\frac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$$

90. Dada la función $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$
    (a) Estudia, en $x = 0$, la continuidad y derivabilidad de $f(x)$.
    (b) Determina los puntos de la gráfica de $f(x)$ en los que la recta tangente es paralela a la recta $x - 4y = 0$ y determina las ecuaciones de esas rectas tangentes.

2016

91. Calcula los límites:

$$a)\quad \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x-\sqrt{2-x}}$$

$$b)\quad \lim_{x\to 0}\frac{x-\ln(1+x)}{x\cdot \ln(1+x)}$$

92. Sea $f(x) = 2x + \frac{5}{2}\ln(1+x^2)$. Calcula la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 0$. Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos.

93. Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax + 2, & si\ x < 1 \\ 3(x-2)^2, & si\ x \geq 1 \end{cases}$ ¿es la función derivable para algún valor de a?

94. Dibuja la gráfica de $f(x) = 1 + \frac{2}{(x-2)^2}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

2015

95. Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

96. Calcula los valores de by c para que la función $f(x) = \begin{cases} \ln(e+x^2), & x < 0 \\ x^2 + bx + c, & x \geq 0 \end{cases}$ sea derivable en $x = 0$

97. Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ estudiando: dominio, simetrías, puntos de corte, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

98. Da respuesta a los siguientes apartados:
    (a) Calcula los valores a, b para que la función sea derivable en $x = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx, & si\ x \leq 1 \\ \dfrac{2\ln x + 2}{x^2}, & x > 1 \end{cases}$$

    (b) Para los valores $a =- 4, b = 6$, determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

99. Dada la función $f(x) = 2e^{-x}(x+1)$, calcula: intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos.

100. Calcula:

$$\lim_{x \to o} \frac{\sqrt{4+x} - 2 - \frac{x}{4}}{x^2}$$

2014

101. Da respuesta a los siguientes apartados:

   (a) Define función continua en un punto. ¿Qué tipo de discontinuidad tiene $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-2x}$ en los puntos $x = 0 \; y \; x = 2$?

   (b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ en su punto de inflexión.

102. Calcula

$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(2x-1)}{x^2 - \sqrt{x}}$$

103. En la siguiente función calcula los valores de a, b, c sabiendo que $x = \frac{1}{2}$ es una asíntota vertical y que $y = 5x - 6$ es la recta tangente a su gráfica en el punto correspondiente a $x = 1$. Para los valores calculados, ¿tiene $f(x)$ más asíntotas?

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$$

104. Da respuesta a los siguientes apartados:

   a. Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - e^{-2x} - 2x}{\operatorname{sen}^2 x}$

105. En la siguiente función calcula los valores a, b y m para que la función sea derivable en $x = 1$ y tenga un extremo relativo en $x = 3$.

$$f(x) = \begin{cases} mx, \; si \; x < 1 \\ ax^2 + bx + 1, \; si \; x \geq 1 \end{cases}$$

2013

106. Calcula los valores de a, b para que

$$\lim_{x \to 0} \frac{ax^2 + bx + 1 - e^{2x}}{\operatorname{sen}(x^2)} = 1$$

107. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

108. Calcula

$$\lim_{x \to \infty} \frac{e^{2x} + 1}{xe^x}$$

109. Calcula el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos, mínimos de

$$f(x) = \frac{2x+1}{e^{x^2}}$$

2012

110. Calcula

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{x+2}{x^2+x+2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

111. Determina los valores de a para que la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, sea continua. ¿Es derivable en $x = 1$ para algún valor de a?

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

$$f(x) = \begin{cases} a - x^2, \ si\ x \leq 1 \\ \dfrac{2}{ax}, \ si\ x > 1 \end{cases}$$

112. Calcula las asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$$

2011

113. Calcula el dominio de los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x) = \ln\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$

114. Calcula, si existen, los valores a, b, para que sea derivable la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{e^x}, \ si\ x < 0 \\ x^2 + ax + b, \ x \geq 0 \end{cases}$

115. Calcula los valores a, b, c sabiendo que las funciones $y = ax^2 + bx + 1$ e $y = x^3 + c$, tiene la misma recta tangente en el punto (1,2).

116. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Calcula los extremos relativos de la función $x^4 - 8x^2 + 1$ .Calcula también el máximo absoluto y el mínimo absoluto de esta función en el intervalo [-3,3].

(b) Calcula los valores de a, b para que la función $f(x) = ax^2 + bx\ln x$ tenga un punto de inflexión en el (1,2). Para estos valores calcula: dominio e intervalos de concavidad y convexidad de la función.

2010

117. Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{x^2+3x}{x+1}$, estudiando: dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

118. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Define función continua en un punto. ¿Cuándo se dice que una discontinuidad es evitable? ¿Para qué valores de k, la función $f(x) = \frac{e^x}{x^2+k}$ es continua en todos los puntos de la recta real?

(b) Determina los valores a, b, c, d para que la función $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo relativo en el punto (0,4) y un mínimo relativo en el punto (0,2).

119. Calcula: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x+e^{-x}-2\cos x}{sen(x^2)}$

120. Dibuja la gráfica de la función $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, estudiando: dominio, puntos de corte, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidad y convexidad.

2009

121. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Define función continua en un punto. ¿Qué tipo de discontinuidad presenta la función $f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}$ en $x = 0$?

(b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $g(x) = 2x^3 - 3x^2$.

122. Calcula un punto de la gráfica de la función $g(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ en el que la recta tangente sea paralela al eje OX; escribe la ecuación de la recta tangente. Calcula las asíntotas, si las tiene, de $g(x)$.

123.Calcula los valores de a, b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax+b, \ si\ x<0 \\ \text{sen}\,(2x)+1, \ si\ x \geq 0 \end{cases}$ sea continua y derivable en $x=0$.

124.Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = (1+x^2)e^{-x}$ en el punto de abscisa $x=0$.

(b) Calcula el dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$

2008

125.Calcula los valores de a, b para que la función sea continua y derivable en $x=-1$.

$$f(x) = \begin{cases} ax+b, \ si\ x<-1 \\ x^2-4x, \ si\ x \geq -1 \end{cases}$$

126.Calcula el valor de m para que:

$$\lim_{x \to o} \frac{mx^2 - 1 + \cos x}{\text{sen}\,(x^2)} = 0$$

127.Sea $f(x) = e^x(2x-1)$.Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

128.Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Calcula a, b, c para que sea continua y derivable en $\mathbb{R}$ y tenga un extremo relativo en $x = -2$.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2+bx+c, \ si\ x \leq 0 \\ x+\ln(1+x^2), \ si\ x>0 \end{cases}$$

(b) Sea $g(x) = x(x-1), 0 \leq x \leq 2$.Razona si $g(x)$tiene un máximo y mínimo absolutos en el intervalo [0,2]. En caso afirmativo, calcúlalos.

2007

129.Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Dada la función calcula a para que $f(x)$ sea continua en $x=2$. Para el valor obtenido ¿es $f(x)$ derivable en $x=2$?

$$f(x) = \begin{cases} ax^2+1, \ si\ x<2 \\ e^{2-x}+2, \ si\ x \geq 2 \end{cases}$$

(b) Dada $g(x) = ax^4+bx+c$, calcula los valores de a, b, c para que $g(x)$ tenga en el punto (1,-1) un mínimo relativo y la recta tangente a la gráfica de $g(x)$, en $x=0$, sea paralela a la recta $y=4x$.

130.Dada $f(x) = x^3 - 9x$, calcula puntos de corte, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión.

131.Calcula

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x \,\text{sen}\, x - x}{2x^2 + x^4}$$

132.Dada la función siguiente ¿Es $g(x)$ continua en $x=-\sqrt{2}$? ¿Es derivable en el mismo punto?

Boletín EBAU repaso de funciones y límites (sin integrales ni áreas)

$$g(x) = \begin{cases} 0, \ si\ x \leq -\sqrt{2} \\ -x^2 + 2, \ si\ x > -\sqrt{2} \end{cases}$$

2006

133. Da respuesta a los siguientes apartados:
   (a) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = (x+1)e^{-x}$ en el punto de corte de $f(x)$ con el eje OX.
   (b) Calcula, para $f(x) = (x+1)e^{-x}$, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidad y convexidad.

134. Da respuesta a los siguientes apartados:
   (a) Calcula los valores a, b para que la gráfica de $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ tenga un mínimo relativo en el punto $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$. Para esos valores calcula: asíntotas e intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
   (b) Calcula

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 e^x}{\cos^2 x - 1}$$

135. Definición de función continua en un punto. ¿Qué tipo de discontinuidad tiene en $x = 0$ la función $f(x) = \frac{x^2}{x}$?

2005

136. Calcule la relación entre a, b para que sea continua en toda la recta real la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{ax} - 1}{2x}, \ si\ x \neq 0 \\ b, \ si\ x = 0 \end{cases}$$

137. Da respuesta a los siguientes apartados:
   (a) Continuidad lateral de una función en un punto.
   (b) Analice la continuidad, en el punto $x = 0$, de la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2^x - 1}{x}, \ si\ x < 0 \\ \dfrac{\cos x}{x^2 + 1}, \ si\ x \geq 0 \end{cases}$$

138. Calcule:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\sqrt{n^2 - 5n + 4} - n\right)$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{2^n - 8}{2^{n+1}}$$

2004

139. Da respuesta a los siguientes apartados:
   (a) Escriba los distintos casos de indeterminaciones que pueden surgir a la hora de calcular límites de sucesiones de números reales y ponga un ejemplo sencillo sin resolverlo de cuatro de esos casos.

(b) Calcule $\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n+7}-\sqrt{n})\sqrt{3n+5}$ indicando que tipo de indeterminación se presenta al resolver el límite.

140. Determine las abscisas de los puntos de la curva $y=\frac{x^3}{3}-x^2-3x+1$ en los que la recta tangente forma un ángulo de 135° con el sentido positivo del eje de abscisas.

141. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Definición de función continua en un punto. Explique brevemente el tipo de discontinuidades que existen.

(b) Estudie la continuidad en toda la recta real de la función

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\operatorname{sen} x}{x}, & si\ x>0\\ x+1, & si\ x\le 0\end{cases}$$

2003

142. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) ¿Qué es un punto de inflexión de una función?

(b) Halla la condición que debe cumplir λ para que el polinomio $x^4+x^3+\lambda x^2$ sea cóncavo en algún intervalo. Determina el intervalo de concavidad en función de λ.

143. Dada la función $f(x)=\operatorname{tg} x$ dibuja su gráfica en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$

144. Dada la parábola $f(x)=ax^2+bx+c$, determina los valores a,b,c sabiendo que f tiene un máximo en el punto de abscisa $x=-\frac{1}{2}$ y la recta tangente a f en el punto (1,3) es $y=-3x+6$.

2002

145. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) Dibuja la gráfica de $f(x)=|x^2-4|$ en el intervalo [-3,3]

(b) Escribe la ecuación de la recta secante a F que une los puntos de la gráfica correspondientes a $x=-2$ y $x=2$. ¿Existe un punto $c\epsilon[-2,2]$ tal que la tangente a la gráfica de la función en el punto $x=c$ es paralela a la secante que calculaste? Justifica la respuesta.

$$F(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-4}$$

2001

146. Calcula $x^2(g\circ f)(x)$ siendo

$$f(x)=\frac{x-|x|}{2}\qquad g(x)=\begin{cases}3x, & si\ x\le 0\\ x^2, & si\ x>0\end{cases}$$

147. Da respuesta a los siguientes apartados:

(a) ¿Puede haber dos funciones distintas que tengan igual función derivada? Justifica la respuesta.

(b) Calcula, si es posible, la derivada de $f(x)=|x-2|$ en $x=2$. Representa la gráfica de la función y sobre ella justifica tu respuesta.