FUNCIONES ELEMENTALES II

6.- FUNCIONES RADICALES – FUNCIÓN RAÍZ

Las funciones radicales son funciones cuya expresión algebraica viene dada por :

$y = \sqrt[n]{f(x)}$, siendo f(x) una función elemental cualquiera.

Distinguimos dos casos:

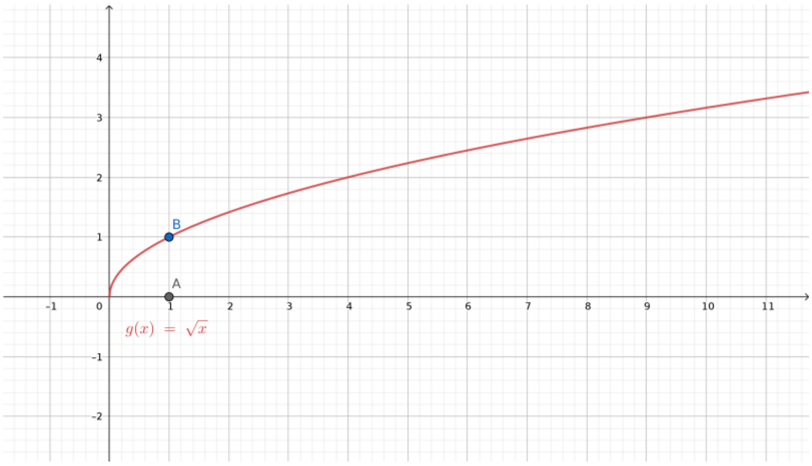
a) n índice par

El dominio de esta función es $Dom\ y = \{x \in \mathbb{R}\ tal\ que\ f(x) \geq 0\}$,

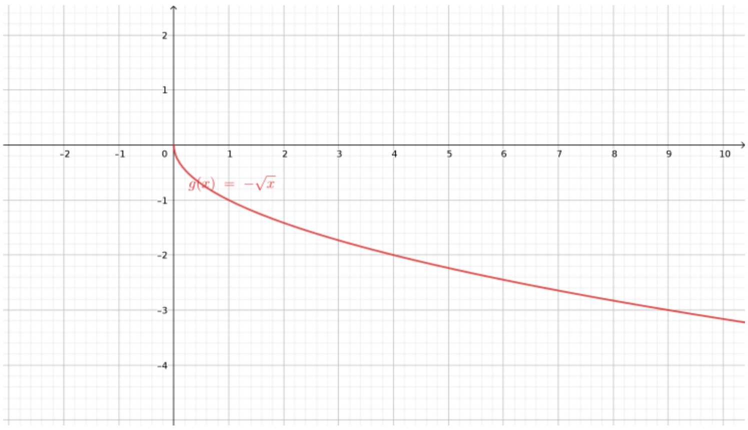
ya que $y = \sqrt[n]{f(x)}$ sólo existe en los puntos de $\mathbb{R}$, cuyo radicando sea igual o mayor que cero.

Ejemplo: $\boldsymbol{y = \sqrt{x}}$

Su representación gráfica es una rama de parábola girada sobre el eje X, cuyo eje sería precisamente ese eje X.



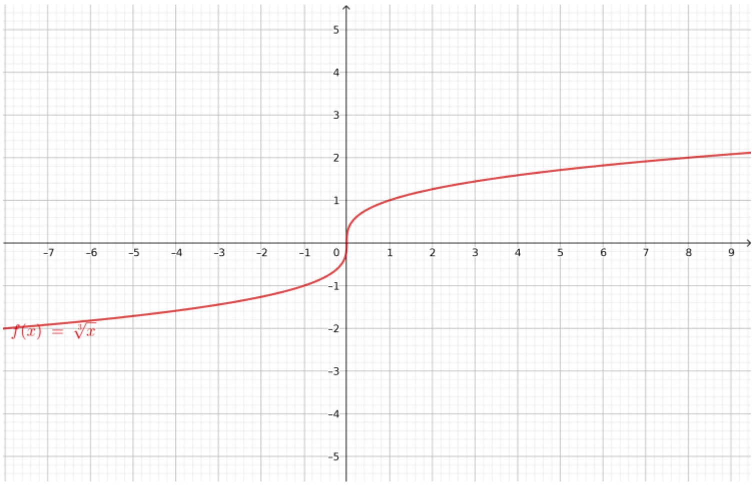
$\boldsymbol{y = -\sqrt{x}}$



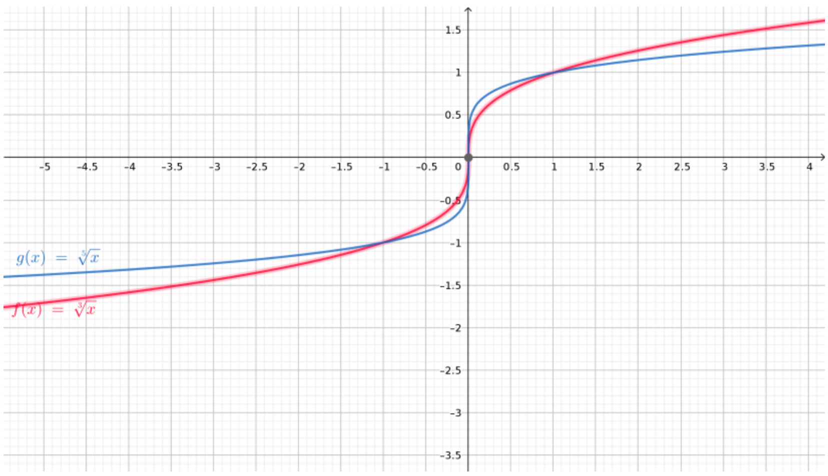
b) n índice impar

Ejemplo: $y = \sqrt[3]{x}$

El dominio de esta función es, en este caso, IR



Otros ejemplos:



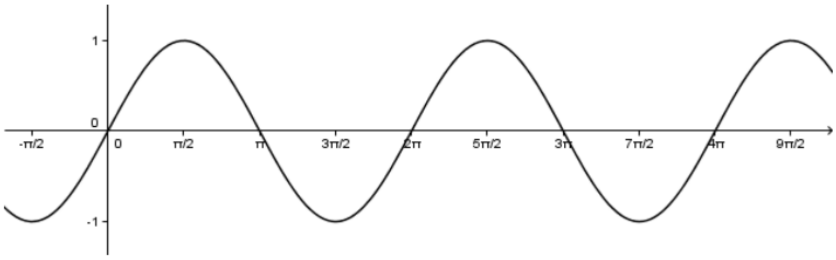
7.- FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

a) FUNCIÓN SENO

$$y = f(x) = senx$$

$$Dom\ f = \mathbb{R}$$

$$Rango\ f = [-1,1]$$



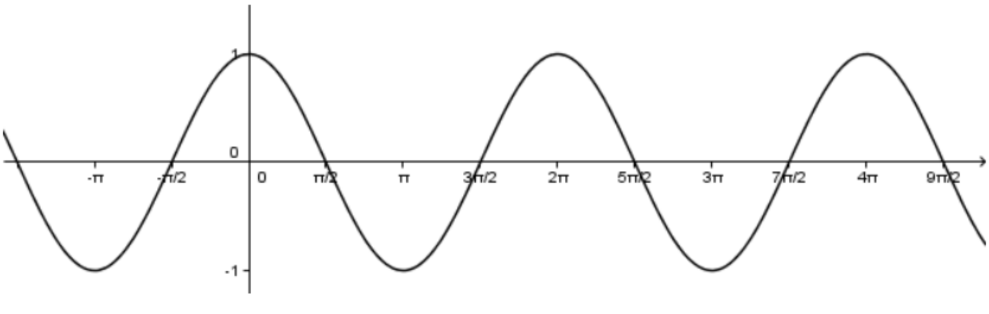
Es una función oscilante, con tramos crecientes y decrecientes en todo su dominio y periódica (período 2π).

b) FUNCIÓN COSENO

$$y = f(x) = cosx$$

$$Dom\ f = \mathbb{R}$$

$$Rango\ f = [-1,1]$$



Es una función oscilante, con tramos crecientes y decrecientes en todo su dominio y periódica (período 2π).

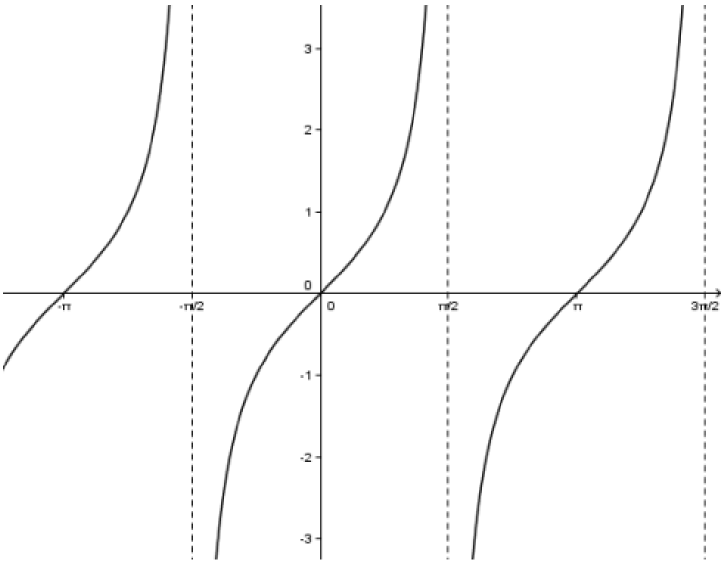
c) FUNCIÓN TANGENTE

$$y = f(x) = tanx$$

$$Dom\ f = \mathbb{R} - \left\{\frac{(2k+1)\pi}{2}, k\epsilon\mathbb{R}\right\}$$

$$Rango\ f = \mathbb{R}$$

Es una función creciente en todo su dominio y periódica (período π).



8.- FUNCIONES DEFINIDAS A TROZOS

Llamamos así a aquellas funciones que tienen diferentes expresiones algebraicas, según el intervalo en el que se encuentre la variable x.

Un ejemplo de este tipo de funciones definidas a trozos es la función valor absoluto que veremos en el siguiente apartado.

$$y = f(x) = |\ x| = \begin{cases} x & si\ x \geq 0 \\ -x & si\ x < 0 \end{cases}$$

Para representar este tipo de funciones debemos dibujar la gráfica de cada “trozo” en el intervalo en el que está definido.

Veamos el procedimiento con un **ejemplo**.

Representa la siguiente función a trozos

$$y = f(x) = \begin{cases} x+1 & si -\infty < x < 0 \\ x^2 - x & si\ 0 \leq x < 3 \\ 6 & si\ x > 3 \end{cases}$$

Esta función definida a trozos tiene 3 tramos: en el 1º es una función lineal, en el 2º es una función cuadrática y en el 3º una función constante.

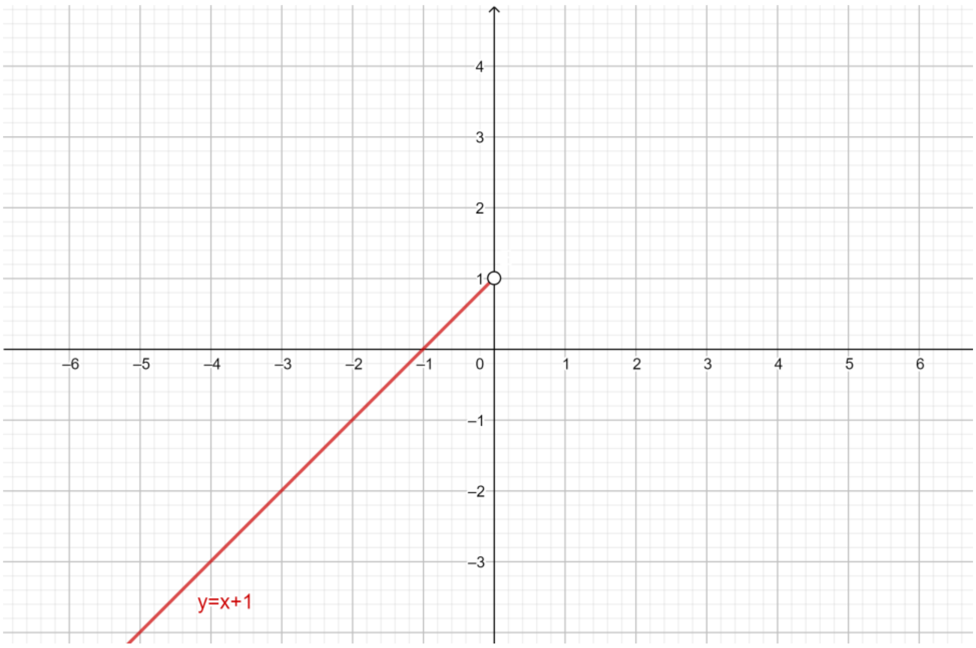
El dominio de la función es $Dom\ f = \mathbb{R} - \{3\}$, puesto que en x= 3 no está definida.

<u>Primer tramo</u>:

Es una función lineal cuya representación gráfica es una recta.

$$y = x + 1 \qquad si -\infty < x < 0$$

Como m =1 >0, es creciente y dándole valores, obtenemos:

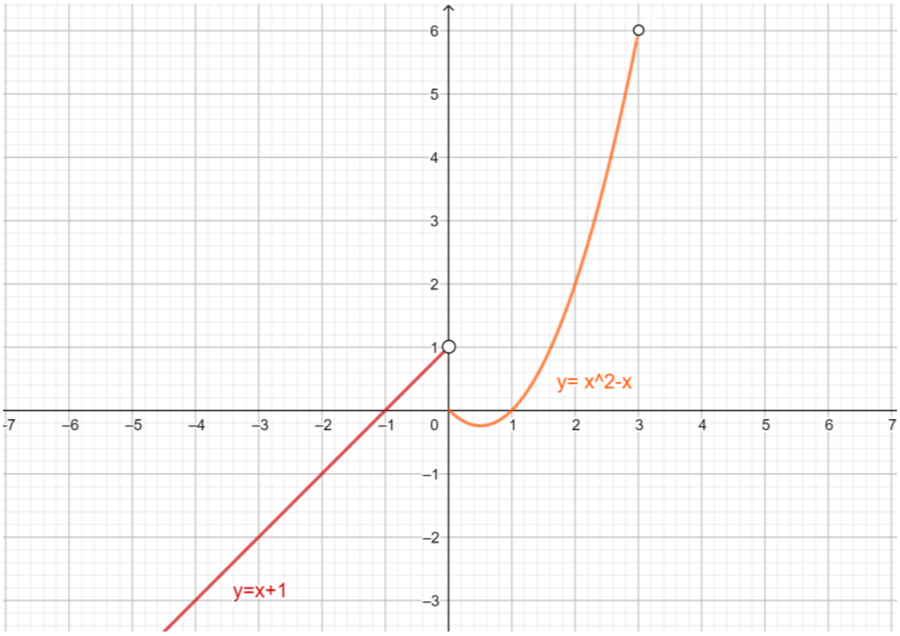


<u>Segundo tramo</u>:

Es una función cuadrática cuya representación gráfica es una parábola.

$$y = x^2 - x \qquad si\ 0 \leq x < 3$$

Ajustándonos a nuestro intervalo y sus características, obtenemos:

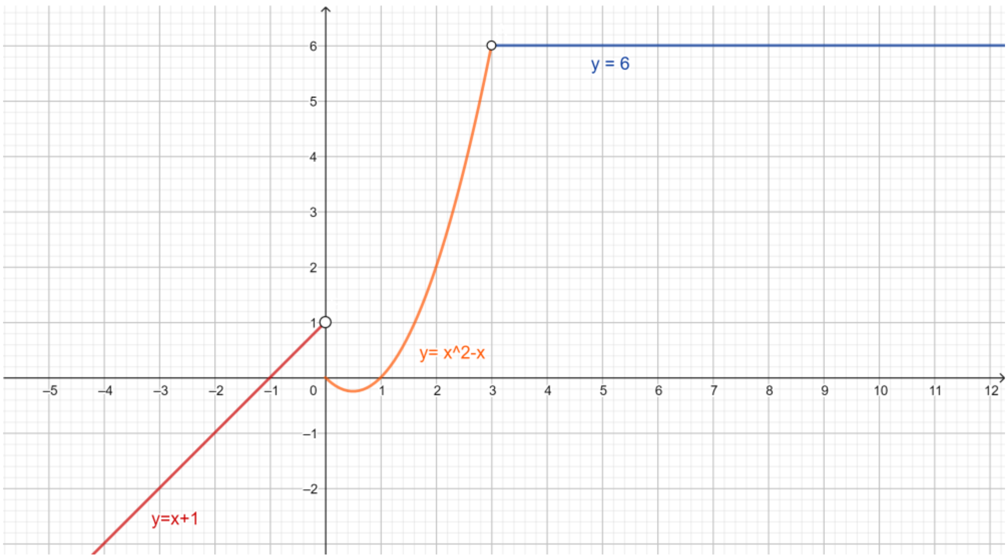


Tercer tramo:

Es una función constante, cuya representación gráfica es una recta paralela al eje X

$$y = 6 \qquad si \quad x > 3$$

Ajustándonos a nuestro intervalo, obtenemos el último "trozo" y la representación final de nuestra función:



***Nota**: Donde la función cambia de intervalo debemos fijarnos detenidamente para no cometer el error de representarla con dos imágenes para el mismo valor de x, pues dejaría de ser una función.

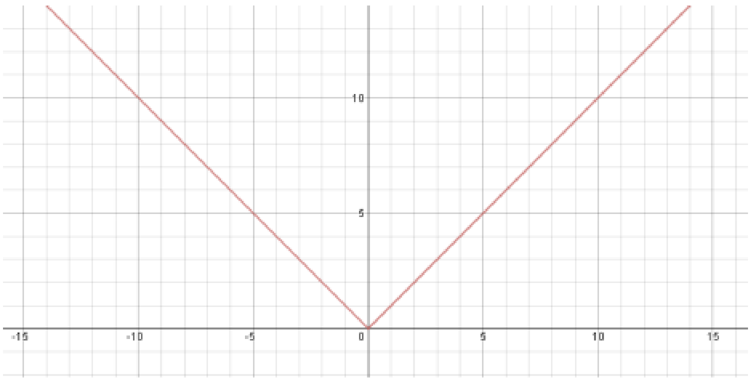
9.- FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

La función "valor absoluto de x ", se define de la siguiente manera:

$$y = f(x) = |\,x| = \begin{cases} x & si\ x \geq 0 \\ -x & si\ x < 0 \end{cases}$$

Es una función definida a trozos , cuyo dominio es $Dom\ f = \mathbb{R}$ y $Rango\ f = [0, +\infty)$

Su representación gráfica pasa por el punto (0,0) y es simétrica respecto al eje Y.



Trasladando esto, la función valor absoluto de una función $f(x)$ será:

$$y = |\,f(x)| = \begin{cases} f(x) & si\ f(x) \geq 0 \\ -f(x) & si\ f(x) < 0 \end{cases}$$

En la práctica, **para representarla gráficamente**, se representa la función $f(x)$ y después se traslada la parte de la gráfica de $f(x)$ que esté debajo del eje X, justamente por encima, tomando como eje de simetría el propio eje X.

Ejemplo

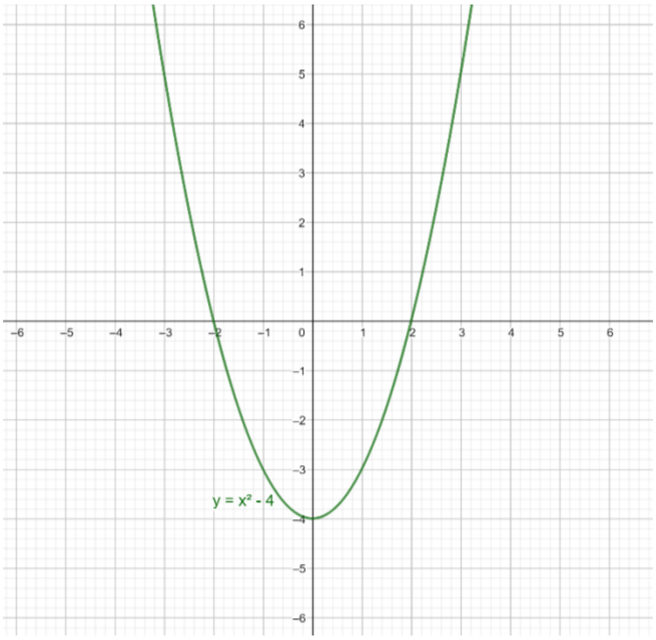
Representa la siguiente función:

$$y = |f(x)| = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & , \boldsymbol{si\ x^2 - 4 \geq 0} \\ -(x^2 - 4), & \boldsymbol{si\ x^2 - 4 < 0} \end{cases}$$

Desarrollando lo anterior:

$$y = |f(x)| = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4\ , & \boldsymbol{si\ x\epsilon(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)} \\ -x^2 + 4, & \boldsymbol{si\ x\epsilon(-2, 2)} \end{cases}$$

La representación de $f(x) = x^2 - 4$ sería :



Y la representación del valor absoluto de la función, $|f(x)| = |x^2 - 4|$, sería: