CORRECIÓN EJERCICIO L'HOPITAL 11)

En las soluciones está MAL ¡OJO!

$$\lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}} = 1^{\frac{1}{0}}$$ $\frac{1}{0}$ INDETERMINADO

Calculo los límites laterales

$\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty$ p.q. $\begin{cases} x = 1'1 \Rightarrow \frac{1}{1-1'1} = \frac{1}{-0'1} = -10 \\ x = 1'01 \Rightarrow \frac{1}{1-1'01} = -\frac{1}{0.01} = -100 \\ x = 1'001 \Rightarrow \frac{1}{1-1'001} = -\frac{1}{0'001} = -100 \\ \vdots \\ -\infty \end{cases}$ $-$

(del mismo modo $\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$)

$\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{1-x} = +\infty$ p.q. $\begin{cases} x = 0'9 \Rightarrow \frac{1}{1-0'9} = 10 \\ x = 0'99 \Rightarrow \frac{1}{1-0'99} = 100 \\ x = 0'999 \Rightarrow \frac{1}{1-0'999} = 1000 \\ \vdots \\ +\infty \end{cases}$ $+$

(del mismo modo $\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{-1+x} = -\infty$)

Como son $\neq \Rightarrow \nexists \lim_{x\to 1} \frac{1}{1-x}$, hay que calcular los límites laterales

Cambio el enunciado por 2 ejercicios:

$\begin{cases} \lim_{x\to 1^+} x^{\frac{1}{1-x}} \\ \lim_{x\to 1^-} x^{\frac{1}{1-x}} \end{cases}$ cálculo de LIMITES LATERALES

1) $\lim_{x\to 1^+} x^{\frac{1}{1-x}} \overset{\text{p.q.} \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{1-x} = -\infty}{=} 1^{-\infty}$ del tipo $\frac{1}{e}$

$$= \lim_{x\to 1^+} x^{-\frac{1}{-1+x}} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x^{\frac{1}{-1+x}}} = \frac{1}{\lim_{x\to 1^+} x^{\frac{1}{x-1}}}$$

$$= \frac{1}{e^{\lim_{x\to 1^+} (x-1)\cdot\frac{1}{(x-1)}}} = \frac{1}{e^{\lim_{x\to 1^+} \frac{x-1}{x-1}}} = \frac{1}{e^1} = \boxed{\frac{1}{e}}$$

$$\lim_{x\to 1^-} x^{\frac{1}{1-x}} = 1^{\infty} \quad \text{del tipo n° } e$$

$$= e^{\cancel{\lim_{x\to 1^-} x^{\frac{1}{1-x}}}} = e^{\lim_{x\to 1^-}(x-1)\frac{1}{(1-x)}} = e^{\lim_{x\to 1^-}\frac{-(1-x)}{(1-x)}} =$$

$$= e^{-1} = \boxed{\frac{1}{e}}$$

Resumiendo: $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1^+} x^{\frac{1}{1-x}} = \frac{1}{e} \\ \lim_{x\to 1^-} x^{\frac{1}{1-x}} = \frac{1}{e} \end{array}\right\}$ Por tanto

Sí existe $\boxed{\lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}} = \frac{1}{e}}$