

FICHA DE LÍMITES

LÍMITES DE POLINOMIOS Y DE COCIENTES DE POLINOMIOS EN EL ∞ Y $-\infty$ EJERCICIOS TEÓRICOS

Demuestra las siguientes igualdades, justificando razonadamente cada paso:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0 \text{ donde } n \in \mathbb{N}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x^n} = 0 \text{ donde } k \in \mathbb{R} \text{ con } k \neq 0$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 = \lim_{x \rightarrow \infty} a_n x^n \text{ donde } a_n, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{R} \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} a_n x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } a_n > 0 \\ -\infty & \text{si } a_n < 0 \end{cases} \text{ donde } a_n \in \mathbb{R}, a_n \neq 0 \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

5) Si $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ y $Q(x) = b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0$ son polinomios reales de variable real, de grados respectivamente n y $m \Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m} & \text{si } n = m \\ 0 & \text{si } n < m \\ \text{si } n > m \Rightarrow \begin{cases} +\infty & \text{si } \frac{a_n}{b_m} > 0 \\ -\infty & \text{si } \frac{a_n}{b_m} < 0 \end{cases} \end{cases}$$

LÍMITES DE POLINOMIOS Y DE COCIENTES DE POLINOMIOS EN EL ∞ Y $-\infty$
EJERCICIOS PRÁCTICOS

Calcula:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{(x-1)^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2}{3-x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{x^2-1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{1}{x^3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x+2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+5}{1-x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-3x}{x+3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-2x}{5-2x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4-4x+8}{2x^3+9}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 - 3x^2 + 25x$$

$$11. \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 3x^2 + 25x$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2+5}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-x}{x-5}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3}{7x-2}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{4x^2-3}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-x^2}{x^2+x^5}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2+5}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-x}{x-5}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3}{7x-2}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+1}{4x^2-3}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3-x^2}{x^5+x^2}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-x}{x+5}$$

LÍMITES DE FUNCIONES EN UN PUNTO, INDETERMINACIONES DEL TIPO $\frac{0}{0}$

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x^2 - 2x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$

5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$

6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x - 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x^2}$

10. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2}{x^2 + 2x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x^4 - 10x^2}$

12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3}$

13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2}$

15. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2}{x^2 + 2x + 1}$

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$

17. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4}$

18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3}{x^2 - 2x + 1}$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x^2 - x}$

20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 4}$

24. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

LÍMITES DE FUNCIONES IRRACIONALES (RAÍCES)

[HTTP://DREPASOVIRTUAL.BLOGSPOT.COM/P/LIMITES-INDETERMINADOS-IRRACIONALES.HTML](http://drepasovirtual.blogspot.com/p/limites-indeterminados-irracionales.html)

Indeterminaciones: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$

Calcula:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 4} - 2}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - 3}{x - 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{4 + 3x^2} - 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x + 3} - \sqrt{2}}{x + 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x - 16}{4 - \sqrt{x}}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x + \sqrt{x} - 20}{\sqrt{x} - 4}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\sqrt{1+x}} - 1}{x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 5}{\sqrt{4x^2 - x + 2}}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2}}{x + 5}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x + 5} - x)$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3x^2 + 1}{x^2 + x + 2}}$$

$$20. \lim_{X \rightarrow 5} \frac{2X - 10}{\sqrt{X + 4} - 3}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 2x - 4}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3x^2 + 1}{x^2 + x + 2}}$$

LÍMITES DE SUCESIONES. FRACCIONES ALGEBEBRAICAS

Calcula:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^5 - n^2}{2n^6 + 1} - \frac{3n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^4 + 1}{2n^4 + 1} + \frac{-n^3}{3n^2 + n + 1} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 1}{n^3} \cdot \frac{4n^4}{2n^4 + 3} \right)$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{2n^3 + 1}{2n^3 + n} \right)$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{n^2 + 7}{2n} \right)$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{2}{n} \right) \frac{(n+1)(n-1)}{(n+1)^2}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1} + \frac{n-1}{n+1} \right)$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^5 - n^2}{2n^6 + 1} - \frac{3n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3(1-n)}{2n^2 - n - 1} + \frac{4}{n^2} \right)$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 1}{n^3} \cdot \frac{4n^4}{2n^4 + 3} \right)$$

LÍMITES EXPONENCIALES

Calcula:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{4x} \right)^{3x}$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n^2} \right)^{\frac{n+1}{n^2}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 + 1}{4x^2 - 2} \right)^{-2x+3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 1}{2x^2 + 3} \right)^{x^2-2}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} 9^{\frac{2n^2-1}{n^2-1}}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{2x^2 + 1} \right)^{x^2-3}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} 0,1^{\frac{n+1}{n^2}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3x}$$