Página 257

2 **Si $y = f(x)$ pasa por (3, 8), di un punto de:**

$$y = f(x) - 6,\ \ y = f(x+4),\ \ y = \frac{1}{2}f(x),\ \ y = 2f(x),\ \ y = -f(x),\ \ y = f(-x),\ \ y = -2f(-x) + 3$$

$y = f(x) - 6 \ \rightarrow\ (3, 2)$ $\qquad$ $y = f(x+4) \ \rightarrow\ (-1, 8)$ $\qquad$ $y = \frac{1}{2}f(x) \ \rightarrow\ (3, 4)$

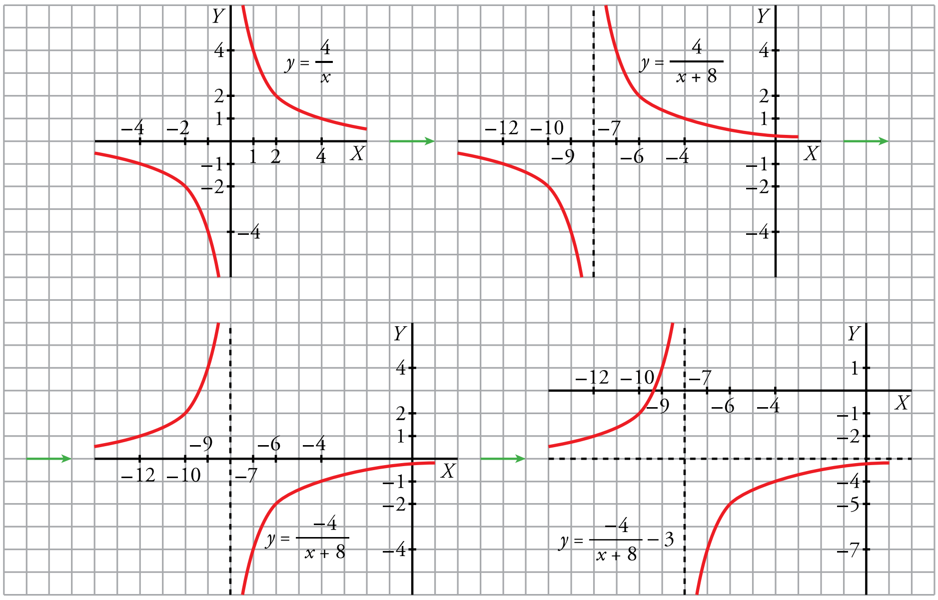
$y = 2f(x) \ \rightarrow\ (3, 16)$ $\qquad$ $y = -f(x) \ \rightarrow\ (3, -8)$ $\qquad$ $y = f(-x) \ \rightarrow\ (-3, 8)$

$y = -2f(-x) + 3 \ \rightarrow\ (-3, -13)$

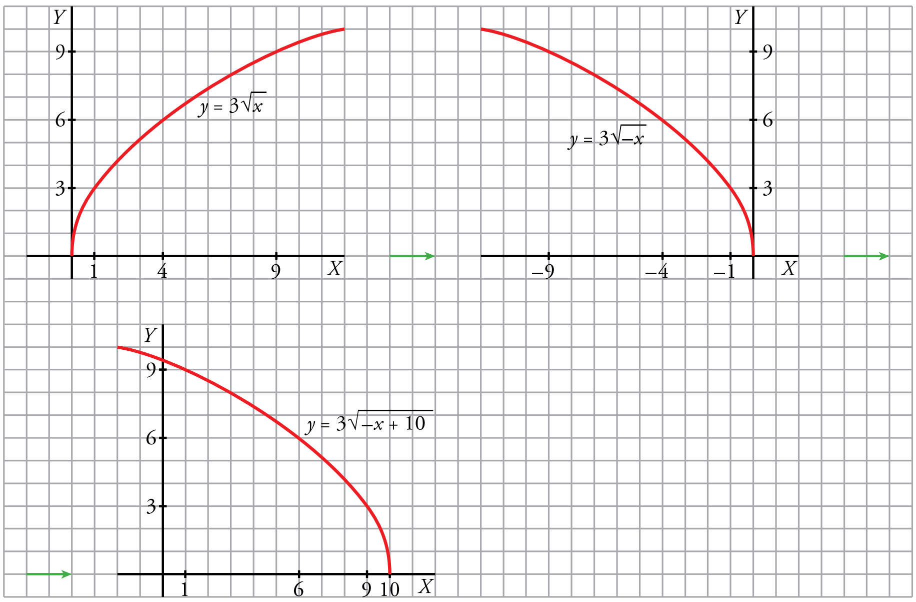
3 **Representa:**

a) $y = -\dfrac{4}{x+8} - 3$ $\qquad$ **b)** $y = 3\sqrt{-x+10}$

a) Representamos $y = \dfrac{4}{x} \ \rightarrow\ y = \dfrac{4}{x+8} \ \rightarrow\ y = -\dfrac{4}{x+8} \ \rightarrow\ y = -\dfrac{4}{x+8} - 3$



b) Representamos $y = 3\sqrt{x} \ \rightarrow\ y = 3\sqrt{-x} \ \rightarrow\ y = 3\sqrt{-(x-10)}$



5 Composición de funciones

Página 258

1 Si $f(x) = x^2 - 5x + 3$ y $g(x) = x^2$, obtén las expresiones de $f[g(x)]$ y $g[f(x)]$.

Halla $f[g(4)]$ y $g[f(4)]$.

$f[g(x)] = f[x^2] = x^4 - 5x^2 + 3$

$g[f(x)] = g[x^2 - 5x + 3] = (x^2 - 5x + 3)^2$

$f[g(4)] = 179;\ g[f(4)] = 1$

2 Si $f(x) = sen\ x$ y $g(x) = x + \frac{\pi}{2}$, obtén las expresiones de $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ y $g \circ g$.

Halla el valor de estas funciones en $x = 0$ y $x = \pi/4$.

$f \circ g(x) = f[g(x)] = f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = sen\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(sen\ x) = sen\ x + \frac{\pi}{2}$

$f \circ f(x) = f[f(x)] = f(sen\ x) = sen\ (sen\ x)$

$g \circ g(x) = g[g(x)] = g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = x + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = x + \pi$

$f \circ g(0) = sen\ \frac{\pi}{2} = 1$

$g \circ f(0) = sen\ 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

$f \circ f(0) = sen\ (sen\ 0) = 0$

$g \circ g(0) = 0 + \pi = \pi$

$f \circ g\left(\frac{\pi}{4}\right) = sen\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$g \circ f\left(\frac{\pi}{4}\right) = sen\ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{2} + \pi}{2}$

$f \circ f\left(\frac{\pi}{4}\right) = sen\left(sen\ \frac{\pi}{4}\right) = 0,65$

$g \circ g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4}$

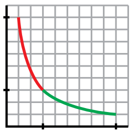
6 Función inversa o recíproca de otra

Página 259

1 ¿Verdadero o falso?

a) La función recíproca de $y = x$ es $y = \frac{1}{x}$.

b) Cada una de las funciones $y = x$, $y = \frac{1}{x}$ es recíproca de sí misma.



c) La inversa de $y = \frac{9}{x}$, $x \in [3, 9]$ es $y = \frac{9}{x}$, $x \in [1, 3]$.

d) Si una función es creciente, su recíproca es decreciente.

a) Falso. Las gráficas de esas funciones no son simétricas respecto de la bisectriz del primer cuadrante, puesto que una es recta y la otra es curva.

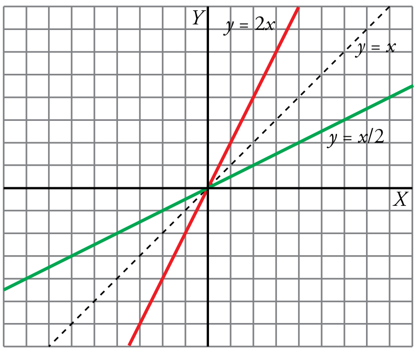
b) Verdadero. Si $f(x) = x$ y calculamos $f \circ f(x) = f[f(x)] = f(x) = x$, vemos que f es recíproca de sí misma.

Análogamente, si $g(x) = \frac{1}{x}$ y calculamos $g \circ g(x) = g[g(x)] = g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{1/x} = x$, vemos que g es recíproca de sí misma.

c) Verdadero. Podemos comprobarlo en el gráfico. La gráfica verde es simétrica, respecto de la bisectriz del primer cuadrante, de la gráfica roja.

d) Falso. Por ejemplo, la recíproca de la función $f(x) = x^2$, $x \geq 0$, es la función $f(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$, y ambas son crecientes.

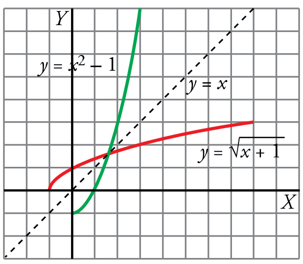
2 Representa $y = 2x$, $y = \frac{x}{2}$ y comprueba que son inversas.



3 Comprueba que hay que descomponer $y = x^2 - 1$ en dos ramas para hallar sus inversas. Averigua cuáles son.

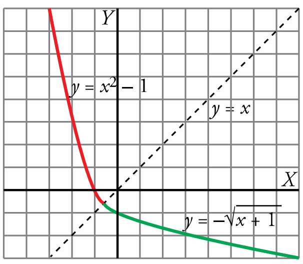
a) $y = x^2 - 1$ si $x \geq 0$

$y^{-1} = \sqrt{x+1}$



b) $y = x^2 - 1$ si $x < 0$

$y^{-1} = -\sqrt{x+1}$



4 **Comprueba que la función recíproca de $y = 2x + 4$ es $y = \frac{1}{2}x - 2$.**

Llamemos $f(x) = 2x + 4$ y $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$

$$f \circ g(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{1}{2}x - 2\right) = 2\left(\frac{1}{2}x - 2\right) + 4 = x$$

$$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(2x + 4) = \frac{1}{2}(2x + 4) - 2 = x$$

Luego $g = f^{-1}$.

Página 260

5 **¿Verdadero o falso?**

La función recíproca de $y = 2^x$, $x > 0$ es $y = log_2 x$, $x > 1$.

Falso. La función recíproca de $y = 2^x$, $x > 0$ es $y = log_2 x$, $x > 0$.

6 **Halla la función recíproca de:**

$$y = log_2 x, \quad x \in [8, 32]$$

La función recíproca es $y = 2^x$, $x \in [3, 5]$.