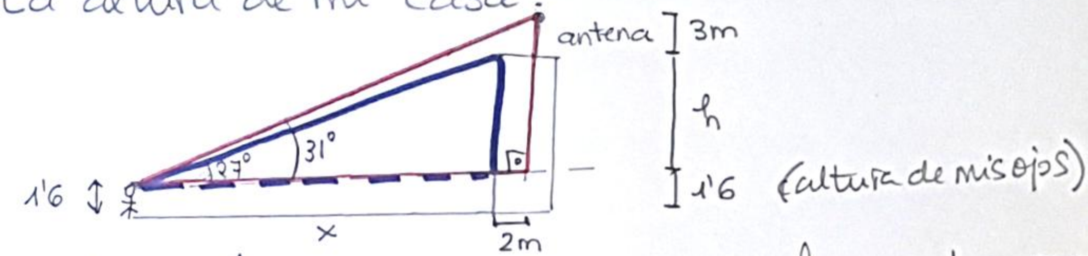
pág ①

ficha probl. trigono.

1º) La altura de mi casa.



$tg\,27^\circ = \dfrac{h}{x}$ (triángulo AZUL)

$tg\,31^\circ = \dfrac{3+h}{x+2}$ (triángulo ROJO)

$x = \dfrac{h}{tg\,27^\circ}$ despejo x en 1ª ec. sustituyo en 2ª ec.

$$tg\,31^\circ\,(x+2) = 3+h \iff tg\,31^\circ\left(\frac{h}{tg\,27}+2\right) = 3+h$$

$$\frac{tg\,31}{tg\,27}\,h + 2\,tg\,31 = 3+h \iff \frac{tg\,31^\circ}{tg\,27^\circ}\,h - h = 3 - 2\,tg\,31^\circ$$

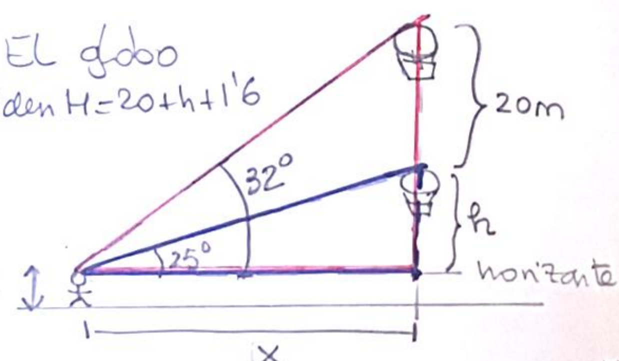
$$\left(\frac{tg\,31}{tg\,27}-1\right)h = 3 - 2\,tg\,31^\circ \iff h = \frac{3-2\,tg\,31^\circ}{\dfrac{tg\,31}{tg\,27}-1} \simeq$$

$$\simeq \frac{3-2\cdot 0'6}{\dfrac{0'6}{0'51}-1} = \frac{1'8}{0'18} \simeq 10\text{ m}$$

Altura Edificio $\simeq 10 + 1'6 = \boxed{11'6\text{ m}}$

2) El globo

piden $H = 20+h+1'6$



triángulo azul $tg\,25^\circ = \dfrac{h}{x}$

triángulo rojo $tg\,32^\circ = \dfrac{h+20}{x}$

despejo x en 1ª y sustituyo en la 2ª

$$x = \frac{h}{tg\,25}$$

$$x\,tg\,32^\circ = h+20 \iff \frac{h}{tg\,25}\,tg\,32^\circ = h+20$$

$$h\,\frac{tg\,32}{tg\,25} - h = 20 \iff h = \frac{20}{\dfrac{tg\,32}{tg\,25}-1} \simeq 58'82\text{ m}$$

$$h\left(\frac{tg\,32}{tg\,25}-1\right) = 2$$

Altura total $= 58'82+20+1'6 \simeq \boxed{80'42\text{ m}}$

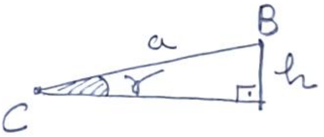
pg ②

3) 

triángulo CUALQUIERA

Área triángulo = $\dfrac{\text{base}\cdot\text{altura}}{2}$

la altura determina un triángulo rectángulo dentro del otro



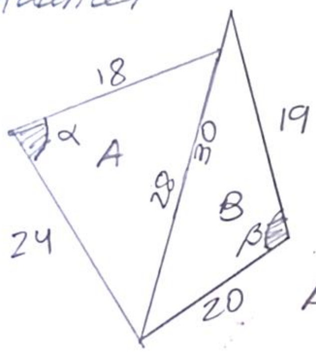
$\operatorname{sen}\gamma = \dfrac{h}{a}$ $\quad \dfrac{\text{cat. op.}}{\text{hipot.}}$

despejando $h = a\cdot \operatorname{sen}\gamma$

Sustituyo en la fórmula del área $\quad \text{Area} = \dfrac{b\cdot h}{2} =$

$= \boxed{\dfrac{b\cdot a \operatorname{sen}\gamma}{2}}$ demostrado

4) fincas colindantes



a) α? β?

usando th. coseno

$28^2 = 18^2 + 24^2 - 2\cdot 18\cdot 24 \cos\alpha$

$30^2 = 19^2 + 20^2 - 2\cdot 19\cdot 20\cdot \cos\beta$

A $\rightarrow \cos\alpha = \dfrac{28^2-18^2-24^2}{-2\cdot 18\cdot 24} \simeq 0'13$

$\alpha \simeq 82{,}28^\circ$

finca B $\rightarrow \cos\beta = \dfrac{30^2-19^2-20^2}{-2\cdot 19\cdot 20} \simeq 0'18$

$\beta \simeq 79{,}63^\circ$

b) Área finca A $= \dfrac{18\cdot 24\cdot \operatorname{sen} 82{,}28^\circ}{2}$ (usando la fórmula del ej. 3)

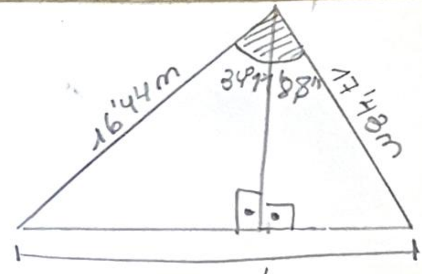
$\simeq \boxed{212'9\ m^2}$

Área finca B $= \dfrac{19\cdot 20 \operatorname{sen} 79{,}63^\circ}{2} \simeq \boxed{186{,}9 m^2}$

Tiene más superficie $\boxed{\text{la finca A}}$, luego será la más cara

5) El barco de vela de Miguel

$\Rightarrow$ th. coseno (es obvio)



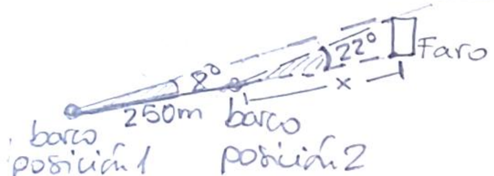
$$e^2 = 16'44^2 + 17'43^2 - 2 \cdot 16'44 \cdot 17'43 \cos(34^\circ 11' 8{,}8'') \simeq 100{,}02$$

$(34^\circ 11' 8{,}8'' \simeq 34{,}19^\circ)$

$$e = \sqrt{100{,}02} \simeq 10{,}001 \simeq 10 \text{ metros}$$

---

6)



queda combustible para 400 metros

$$\left.\begin{array}{l} tg\, 8^\circ = \dfrac{h}{x+250} \\ tg\, 22^\circ = \dfrac{h}{x} \end{array}\right\} \begin{array}{l} h = tg\, 8^\circ (x+250) \\ x = \dfrac{h}{tg\, 22^\circ} \end{array}$$

$$h = tg\, 8^\circ \left(\frac{h}{tg\, 22^\circ} + 250\right) \Leftrightarrow h = \frac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ} h + tg\, 8^\circ \cdot 250$$

$$h - \frac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ} h = tg\, 8^\circ \cdot 250 \Leftrightarrow h\left(1 - \frac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ}\right) = tg\, 8^\circ \cdot 250$$

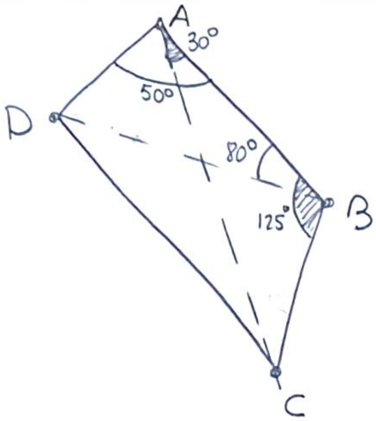
$$h = \frac{250 \cdot tg\, 8^\circ}{1 - \dfrac{tg\, 8^\circ}{tg\, 22^\circ}} \simeq \boxed{53'88 \text{ m}}$$ altura del faro

$$x = \frac{53'88}{tg\, 22^\circ} \simeq \boxed{133{,}36 \text{ m}}$$

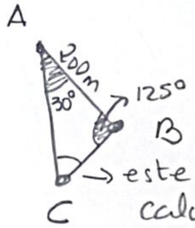
tenían combustible para 400m
recorrieron 250
$400 - 250 = 150$
les quedaba combustible para 150m
el faro está a 133'36m
justitos, pero llegan

(en realidad se estrellarían... porque a 133 metros de un faro están en medio de bajos)

7)



$C\widehat{A}B = 30^\circ$
$D\widehat{A}B = 50^\circ$
$C\widehat{B}A = 125^\circ$
$D\widehat{B}A = 80^\circ$



* Calcular $\overline{BC}$ triángulo $\widehat{ABC}$

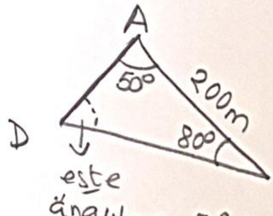
→ este ángulo lo calculo antes como $180^\circ - (125^\circ + 30^\circ) = 25^\circ$

th seno:
$$\frac{\overline{BC}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{200}{\text{sen } 25^\circ} \Leftrightarrow \overline{BC} = 200 \cdot \frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } 25^\circ} \simeq \boxed{236'62\text{m}}$$

* Calcular $\overline{AC}$. triángulo $\widehat{ABC}$ (el mismo de antes)

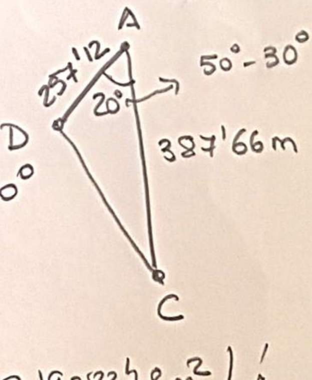
th. seno:
$$\frac{\overline{AC}}{\text{sen } 125^\circ} = \frac{200}{\text{sen } 25^\circ} \Leftrightarrow \overline{AC} = 200 \frac{\text{sen } 125^\circ}{\text{sen } 25^\circ}$$
$$\overline{AC} \simeq \boxed{387'66\text{m}}$$

* Calcular $\overline{AD}$ tomo el triángulo



este ángulo es 50° (para que sumen 180°)
$180 - (50 + 80) = 50$

th. seno
$$\frac{\overline{AD}}{\text{sen } 80^\circ} = \frac{200}{\text{sen } 50^\circ}$$
$$\overline{AD} = 200 \, \frac{\text{sen } 80^\circ}{\text{sen } 50^\circ} \simeq \boxed{257'12\text{m}}$$



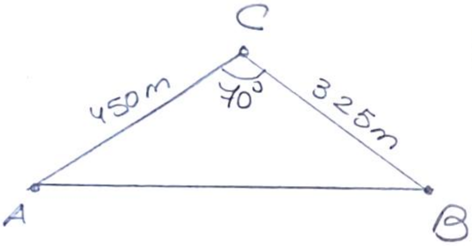
* Calcular $\overline{CD}$ tomo el triángulo

th. coseno
$$\overline{CD}^2 = 257'12^2 + 387'66^2 - 2 \cdot 257'12 \cdot 387'66 \cos 20^\circ$$
$$\overline{CD} = \sqrt{29062'98} \simeq \boxed{170'48\text{m}}$$

Área triángulo $\widehat{ABC} = \dfrac{200 \cdot \overline{BC}}{2} \text{ sen } 125^\circ \simeq 19382'78\text{ m}^2$
Área triángulo $\widehat{ACD} = \dfrac{257'12 \cdot 387'66}{2} \text{ sen } 20^\circ \simeq 17045'45\text{ m}^2$

Área $= \boxed{36428'23\text{m}^2}$

8) distancia entre 2 ptos de un bosque



th. coseno

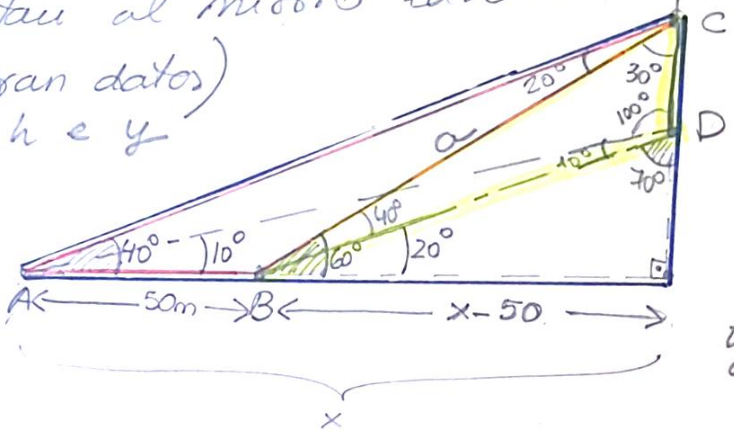
$(\overline{AB})^2 = 450^2 + 325^2 - 2 \cdot 450 \cdot 325 \cdot \cos 70^\circ$

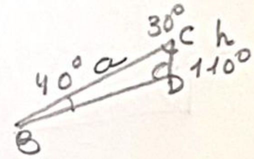
$\boxed{\overline{AB} \simeq 456{,}16\ m}$

9) En el enunciado faltaba por indicar que A y B están al mismo lado de la torre

(Sobran datos)

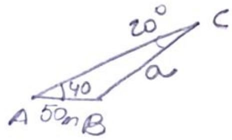
piden h e y





triángulo amarillo

triángulo rojo



→ de aquí saco una dist. auxiliar "a"

$$\frac{a}{\text{sen}\,40^\circ} = \frac{50}{\text{sen}\,20^\circ} \Rightarrow$$

$$a = 50 \cdot \frac{\text{sen}\,40^\circ}{\text{sen}\,20^\circ} \simeq \underline{\underline{93'97\,m}}$$

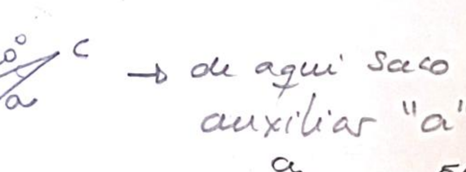
con esta distancia en el triángulo amarillo calculo h

$$\frac{93'97}{\text{sen}\,110^\circ} = \frac{h}{\text{sen}\,40^\circ}$$

$$\Rightarrow h = 93'97 \,\frac{\text{sen}\,40^\circ}{\text{sen}\,110^\circ} \simeq \boxed{64'28\ m}$$ altura de la Torre $\overline{CD}$

* Me falta calcular y?

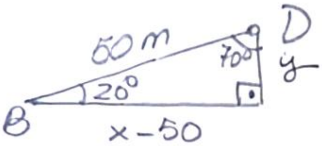
cojo el triángulo amarillo otra vez calculo la distancia auxiliar "c"



$$\frac{c}{\text{sen}\,30^\circ} = \frac{93'97}{\text{sen}\,110^\circ} \; ; \; c = 93'97 \,\frac{\text{sen}\,30^\circ}{\text{sen}\,110^\circ}$$

$$c \simeq 50\,m$$

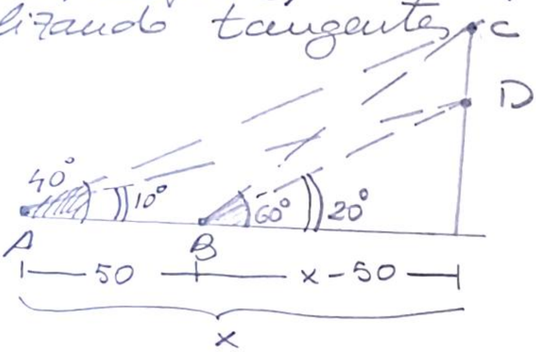
con esa distancia auxiliar calculo, en el triángulo la distancia y



$$\frac{50}{\operatorname{sen} 90} = \frac{y}{\operatorname{sen} 20^\circ}$$

$$y = 50 \ \frac{\operatorname{sen} 20^\circ}{\operatorname{sen} 90^\circ} \simeq \boxed{17'1 \text{ m}}$$ la altura desde la base de la Torre a la horizontal AB

Otra forma distinta de plantear el problema (para mí, más fácil) utilizando tangentes



$$\left.\begin{array}{l} tg\, 40^\circ = \dfrac{h+y}{x} \\ tg\, 10^\circ = \dfrac{y}{x} \\ tg\, 60^\circ = \dfrac{h+y}{x-50} \\ tg\, 20^\circ = \dfrac{y}{x-50} \end{array}\right\}$$

Me quedo con 3 — Me sobra 1 ecuación

$$\left.\begin{array}{l} tg\, 40 = \dfrac{h+y}{x} \\ tg\, 10 = \dfrac{y}{x} \\ tg\, 20 = \dfrac{y}{x-50} \end{array}\right\}$$

despejo x en la 2ª y sustituyo en la 3ª

$$\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{y}{tg\, 10} \\ tg\, 20\, (x-50) = y \end{array}\right\} \ tg\, 20 \left(\frac{y}{tg\, 10} - 50\right) = y$$

$$y \ \frac{tg\, 20}{tg\, 10} - 50\ tg\, 20 = y \ ; \ y\ \frac{tg\, 20}{tg\, 10} - y = 50\ tg\, 20$$

$$\left(\frac{tg\, 20}{tg\, 10} - 1\right) y = 50\ tg\, 20 \ ; \ y = \frac{50 \cdot tg\, 20}{\dfrac{tg\, 20}{tg\, 10} - 1} \simeq$$

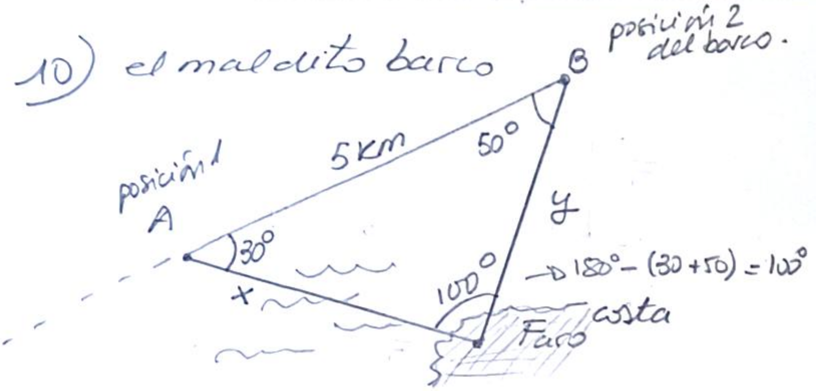
$$y = \boxed{17'1 \text{ m}}$$ altura desde la base de la torre a la horizontal $\overline{AB}$

sustituyo en 2º $\quad x = \dfrac{y}{tg\, 10} \simeq 96'98 \text{m}$

; sustituyo en 1º $\rightarrow \quad x\ tg\, 40 = h + y \Leftrightarrow h = x\, tg\, 40 - y$

$$h = 96'98 \cdot tg\, 40 - 17'1 \simeq \boxed{64'28 \text{ m}}$$ altura de la torre

10) el maldito barco



15' a 20 km/h

recorre 60' — 20 km
15' — x

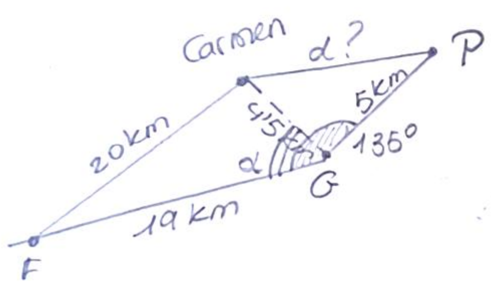
$x = \frac{20 \cdot 15}{60} = \underline{\underline{5\,km}}$

Piden x e y

th. seno: $\frac{x}{\operatorname{sen}50°} = \frac{5}{\operatorname{sen}100} \iff x = 5\,\frac{\operatorname{sen}50}{\operatorname{sen}100} \simeq \underline{\underline{3'89\,km}}$

$\frac{y}{\operatorname{sen}30°} = \frac{5}{\operatorname{sen}100} \iff y = 5\,\frac{\operatorname{sen}30}{\operatorname{sen}100} \simeq \underline{\underline{2'54\,km}}$

11)



navega a 15 km/h en dirección a P

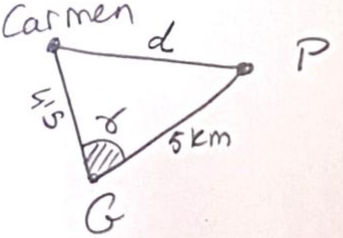
tenemos que calcular d = distancia del barco al puerto en ese momento

antes de eso calculamos el ángulo α que forman $F\widehat{G}Carmen$

th coseno $20^2 = 19^2 + 4'5^2 - 2 \cdot 19 \cdot 4'5 \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{20^2 - 19^2 - 4'5^2}{-2 \cdot 19 \cdot 4'5} \simeq -0'10965$

$\boxed{\alpha \simeq 96,3°}$



Entonces el ángulo

$\gamma = 135° - 96,3° \simeq \boxed{38,7°}$

por el th. coseno

$d^2 = 4'5^2 + 5^2 - 2 \cdot 4'5 \cdot 5 \cos(38,7°) \simeq 10'13$

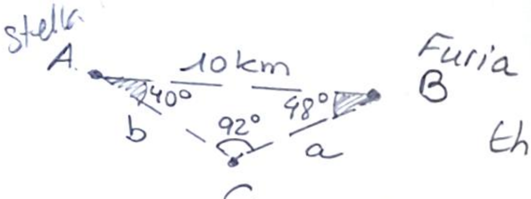
$d \simeq \boxed{3'18\,km}$

Si $v = 15$ km/h :

60' — 15 km
x — 3'18 km

$x = \boxed{12,72'}$ en casi 13' estará en el puerto

12) El rescate



$180-(40+48)=92°$

Stella 20 km/h
Furia 15 km/h
calcular b, a - ?

Th. seno

$$\frac{10}{\operatorname{sen}92}=\frac{a}{\operatorname{sen}40}=\frac{b}{\operatorname{sen}48}$$

$$a=\frac{10}{\operatorname{sen}92}\operatorname{sen}40 \cong 6'43 \text{ km}$$ → (está más cerca el barco Furia)

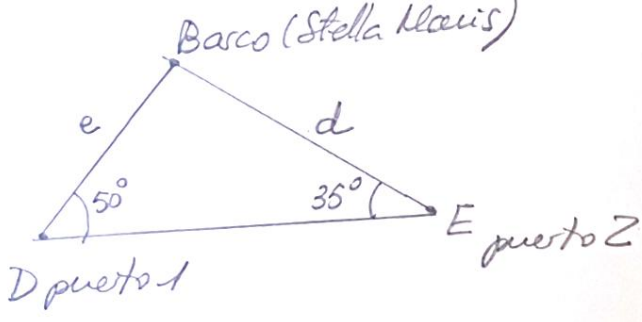
$$b=\frac{10}{\operatorname{sen}92}\operatorname{sen}48 \cong 7'44 \text{ km}$$

Como Stella va a 20km/h → $\left.\begin{array}{l} 60' — 20\text{km} \\ x — 7'44\text{km} \end{array}\right\} x=22'32$

Como Furia va a 15km/h → $\left.\begin{array}{l} 60' — 15\text{ km} \\ y — 6{,}43\text{km} \end{array}\right\} y=25{,}72'$

llega antes el Stella maris (3 minutos antes)

13) Los náufragos



a) El capitán se equivoca tiene datos suficientes para saber quien es más corto

$$\frac{e}{\operatorname{sen}35°}=\frac{d}{\operatorname{sen}50°}$$

$$e=\frac{\operatorname{sen}35°}{\operatorname{sen}50°}d$$

$$\frac{\operatorname{sen}35°}{\operatorname{sen}50°} = \underline{0'75}$$

como $0{,}75<1 \Rightarrow$

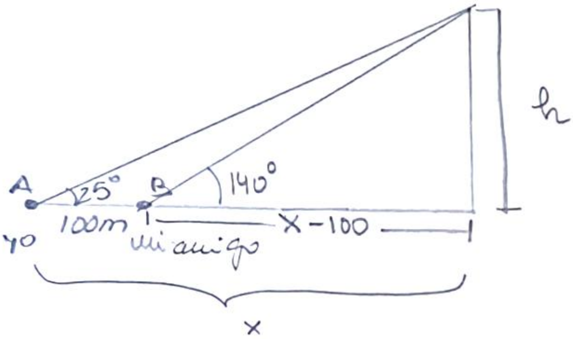
$$e=0'75.d<1.d=d$$

$$\boxed{e<d}$$

está claro que el puerto más cercano es D

si además queremos calcular la distancia deberíamos pedir la distancia entre ambos puertos

(14)



pideu x?

$$\left.\begin{aligned} tg\,25 &= \frac{h}{x} \\ tg\,140 &= \frac{h}{x-100} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} h &= x\,tg\,25 \\ (x-100)\cdot tg\,140 &= h \end{aligned}\right\}$$

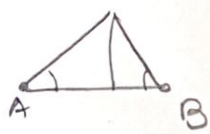
$(x-100)\,tg\,140 = x\,tg\,25$

$x\,tg\,140 - 100\,tg\,140 - x\,tg\,25 = 0$

$x\,tg\,140 - x\,tg\,25 = 100\,tg\,140$; $x = \dfrac{100\,tg\,140}{tg\,140 - tg\,25} \simeq \boxed{64,28\text{m}}$

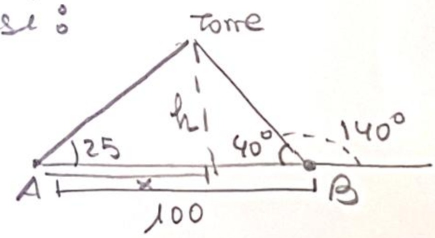
Estoy a 64,28 m → El enunciado ESTÁ MAL redactado

porque en ese caso mi amigo se habría pasado de largo la Torre.



$64,28 < 100$

* el dibujo sería así:



Replanteamos el ejercicio: (con los mismos datos)

$$\left.\begin{aligned} tg\,25 &= \frac{h}{x} \\ tg\,40 &= \frac{h}{100-x} \end{aligned}\right\} \begin{aligned} h &= x\,tg\,25 \\ h &= (100-x)\,tg\,40 \end{aligned}$$

$x\,tg\,25 = (100-x)\,tg\,40$

$x\,tg\,25 = 100\,tg\,40 - x\,tg\,40$

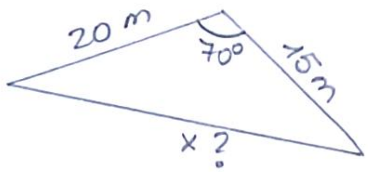
$x\,tg\,25 + x\,tg\,40 = 100\,tg\,40$

$x = \dfrac{100\,tg\,40}{tg\,25 + tg\,40} \simeq \boxed{64'28\text{m}}$

distancia a la que yo estoy de la torre.

15 finca

th. coseno



$x^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cos 70$

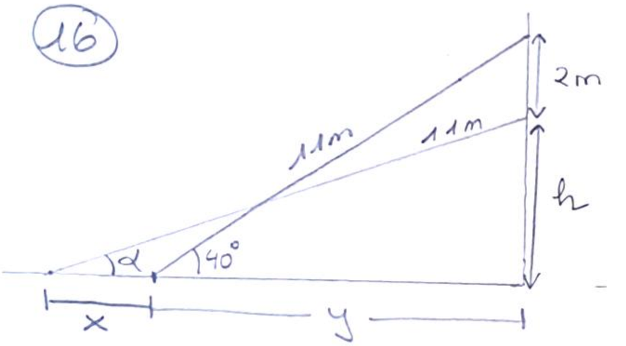
$x \simeq \boxed{20{,}49\,m}$

a) Perímetro $= 20 + 15 + 20{,}49 = \boxed{55{,}49\,m}$

b) 20 €/m nos costaría $\simeq 56 \cdot 20 = 1120$ €

No nos llegan los 1000 € nos faltan cerca de 120 €

16



$\operatorname{sen} \alpha = \frac{c.o.}{hipot.} = \frac{h}{11} \Rightarrow h = 11 \operatorname{sen} \alpha$

$\operatorname{sen} 40 = \frac{h+2}{11} \Rightarrow$

$11 \cdot \operatorname{sen} 40 = (h+2)$

$11 \operatorname{sen} 40 = 11 \operatorname{sen} \alpha + 2$

$\operatorname{sen} \alpha = \frac{11 \cdot \operatorname{sen} 40 - 2}{11} \simeq 0{'}46$

$\alpha \simeq \underline{27{,}45°}$ el ángulo que forma después del resbalón.

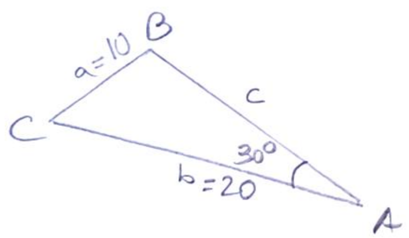
$\cos 40° = \frac{y}{11} \Rightarrow y = 11 \cdot \cos 40°$

$\cos 27{,}45° = \frac{x+y}{11}$; $\cos 27° = \frac{x + 11 \cos 40°}{11}$

$11 \cos 27{,}45° = x + 11 \cos 40°$; $x = 11 \cos 27{,}45° - 11 \cos 40°$

$\boxed{x \simeq 1{'}34\,m}$ lo que ha retrocedido la escalera

17



$\frac{10}{\operatorname{sen} 30°} = \frac{20}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \operatorname{sen} B = \frac{20 \cdot \operatorname{sen} 30°}{10} = 1$

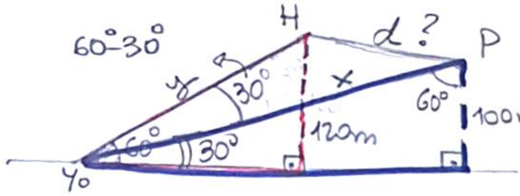
$\boxed{B = 90°} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{C = 60°}$

$c^2 = 20^2 + 10^2 - 2 \cdot 20 \cdot 10 \cdot \cos 60° \Rightarrow c^2 = 299{'}99$

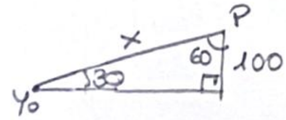
$c \simeq \boxed{17{'}32\,m}$

18)



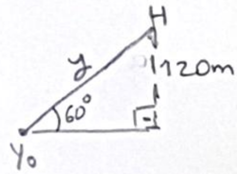
si $d < 150m$
$\Rightarrow$ se la come

1° calculo la distancia auxiliar x



th. seno

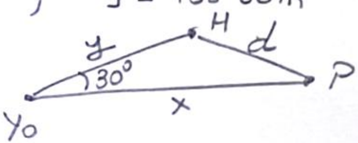
$$\frac{x}{\text{sen}90} = \frac{100}{\text{sen}30} \quad ; \quad \boxed{x = 200\,m}$$



2° Utilizo el triángulo rojo para calcular y
th. seno

$$\frac{y}{\text{sen}90} = \frac{120}{\text{sen}60} \quad ; \quad y \simeq 138'56\,m$$

3° Utilizo triángulo
para calcular d
por th. coseno



$$d^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 30°$$

$$d^2 = 200^2 + (138{,}56)^2 - 2 \cdot 200 \cdot 138{,}56 \cdot \cos 30$$

$$d \simeq \boxed{105'83\,m} < 150 \quad \Rightarrow \text{ se la come.}$$

19)

$$tg\,\alpha = \frac{1}{2} \quad , \quad \alpha \in [0°, 90°] \quad (\text{seno } +, \text{ coseno } +)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \\ \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{1}{2} \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = \text{sen}\,\alpha \\ y = \cos\alpha \end{array}}$$

$$x = \frac{y}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{y^2}{4} + y^2 = 1 \quad ; \quad y^2 + 4y^2 = 4$$

$$5y^2 = 4$$

$$y^2 = \frac{4}{5}$$

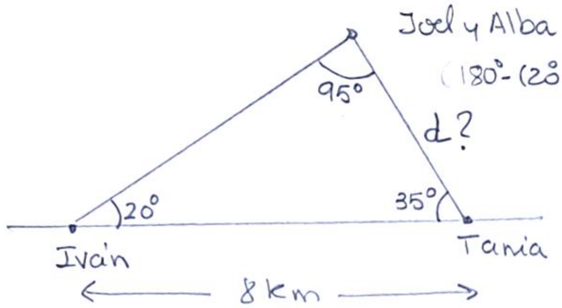
$$y = \frac{2}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$x = \frac{y}{2} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{5}}$$

$$\boxed{\text{sen}\,\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}}$$

20)



$180° - (20° + 35°) = 95°$

$$\frac{d}{\operatorname{sen} 20°} = \frac{8}{\operatorname{sen} 95°}$$

$d \simeq 4$ km