UNIDAD 4: 2ª PARTE: ASÍNTOTAS O RAMAS INFINITAS

2ª PARTE: ASÍNTOTAS O RAMAS INFINITAS DE UNA FUNCIÓN.

Las asíntotas son rectas a las cuales la función se va aproximando indefinidamente, cuando por lo menos una de las variables (x o y) tienden al infinito.

Las asíntotas se clasifican en:

- **VERTICALES**
- **HORIZONTALES**
- **OBLICUAS**

ASÍNTOTAS VERTICALES: Son rectas paralelas al eje OY, por lo tanto son de la forma x=un número.

Se dice que la recta "$x = a$" es una asíntota vertical si se cumple:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \infty$$

Fijaros que no pone ni + ni – infinito, pero eso será necesario saberlo, a través de los límites laterales, para tener una idea de cómo será la función representada.

Pista: muchas veces ese número a que debéis encontrar es el punto que no está en el dominio de la función, entonces es recomendable que hagáis antes el dominio.

ASÍNTOTAS HORIZONTALES: Son rectas paralelas al eje OX, por lo tanto son de la forma y=un número.

Se dice que la recta "$y = b$" es una asíntota horizontal si se cumple:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = b$$

ASÍNTOTAS OBLICUAS: Se llaman oblicuas porque son rectas que están "inclinadas". Serán del tipo

$$y = m \cdot x + n$$

m y *n* se calculan de la siguiente manera: $\boldsymbol{m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}; \quad n = \lim_{x\to\infty}[f(x) - mx]}$

Ejemplos: Sea $a)\ f(x) = \frac{x+1}{x+3} \quad b)\ g(x) = \frac{2x^2}{x+3}$ calcular las asíntotas.

a) $f(x) = \frac{x+1}{x+3} \quad Dom f = R - \{-3\}$

ASÍNTOTAS VERTICALES: (Sabemos que o punto que no límite é posible que dea infinito é -3)

$\lim_{x\to -3}\frac{x+1}{x+3}=\frac{-2}{0}=\infty$ pero necesitamos estudiar hacia donde van las colas. Límites laterales

$$\lim_{x\to -3^-}\frac{x+1}{x+3}=\frac{-2}{0^-}=+\infty$$
$$\lim_{x\to -3^+}\frac{x+1}{x+3}=\frac{-2}{0^+}=-\infty$$

Afirmamos que la recta x=3 es una asíntota vertical

ASÍNTOTAS HORIZONTALES: Debemos calcular $\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x+3}=1$ *Podemos confirmar que y=1 es una asíntota horizontal.*

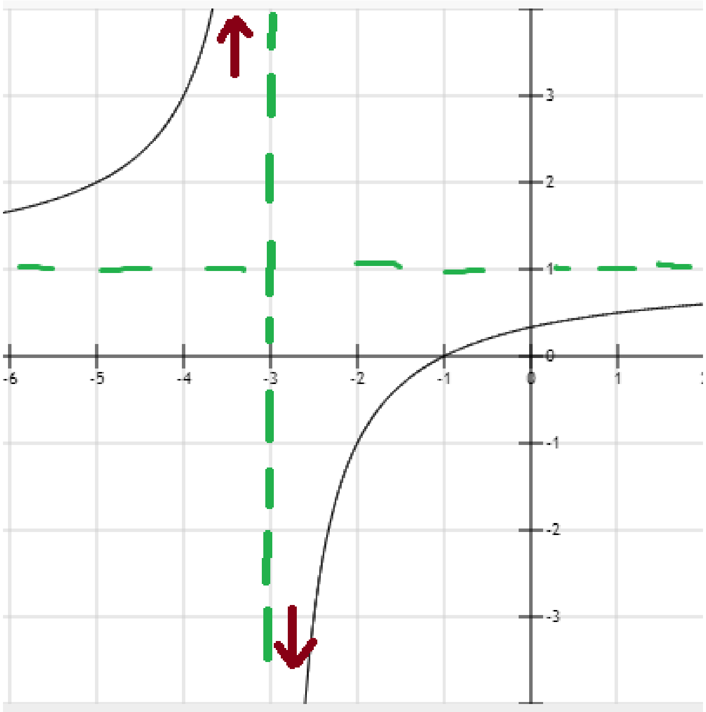
ASÍNTOTAS OBLICUAS:

$y=m\cdot x+n$ Necesitamos calcular el valor de m y n, si da infinito es que no hay asíntotas oblicuas.

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\frac{x+1}{x+3}\right)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2+3x}=0$$
$$n=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]=\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x+1}{x+3}-0\cdot x\right]=1$$

Así concluimos que $y=m\cdot x+n=0\cdot x+1=1$

(Observad lo que ocurre, acabo de hacer algo que no a partir de hoy no volveréis a calcular)



b) $g(x) = \frac{2x^2}{x+3} \quad Dom g = R - \{-3\}$

ASÍNTOTAS VERTICALES: (Sabemos que o punto que no límite é posible que dea infinito é -3)

$\lim_{x\to -3} \frac{2x^2}{x+3} = \frac{18}{0} = \infty$ pero necesitamos estudiar hacia donde van las colas. Límites laterales

$$\lim_{x\to -3^-} \frac{2x^2}{x+3} = \frac{18}{?} \ldots\ldots\ldots \lim_{x\to -3^+} \frac{2x^2}{x+3} = \frac{18}{?} =? \infty$$

Afirmamos que la recta x=-3 es una asíntota vertical

ASÍNTOTAS HORIZONTALES: Debemos calcular $\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{x+3} = \infty$ *No hay asíntotas horizontales*

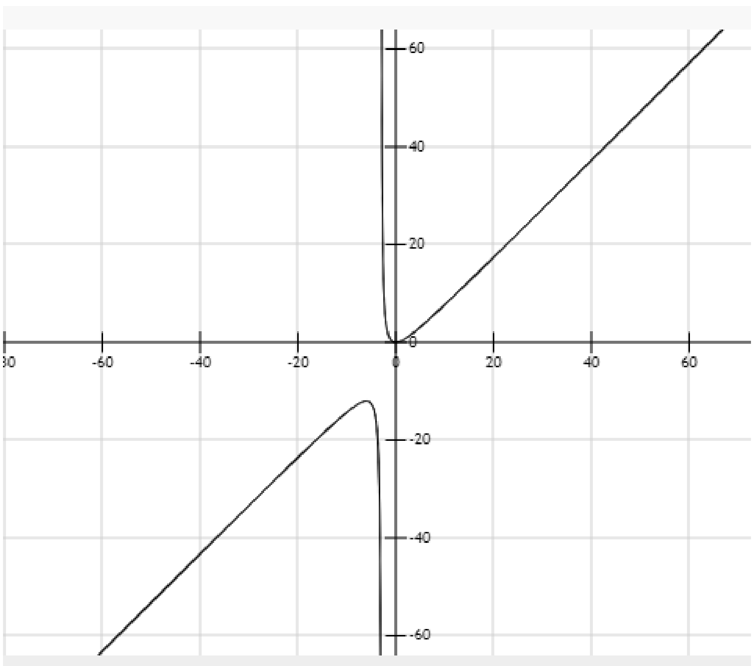
ASÍNTOTAS OBLICUAS:

$y = m \cdot x + n$ Necesitamos calcular el valor de m y n, si da infinito es que no hay asíntotas oblicuas.

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\frac{2x^2}{x+3}\right)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{x^2+3x} = 2$$

$$n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{2x^2}{x+3} - 2 \cdot x\right] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{2x^2 - 2x^2 - 6xc}{x+3}\right] = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{-6x}{x+3}\right] = -6$$

Así concluimos que $y = m \cdot x + n = 2 \cdot x - 6$ es una asíntota oblicua



Pág 236-237 ej 27, 28,29 apart a) b) pág 248 ej 88 a) c)
Sería interesante hacer los ejercicios 68 y 69 de la pág 245