

**MATEMÁTICAS II. BOLETÍN 3. RECTAS Y PLANOS.**

1.- Estudia la posición relativa de los siguientes planos, según los valores de a:

$$\begin{cases} \alpha: x - y = a \\ \beta: 3x - z = a + 5 \\ \gamma: 5x + y + az = 6 \end{cases}$$

2.- a) Calcula el valor de m para que los puntos A(m,-1,m), B(1,-5,-1), C(3,1,0) y D(2,-1,0) estén en un mismo plano. Calcula la ecuación general del plano.

b) Calcula el ángulo que forman el plano  $\pi: 2x - y + 2z - 5 = 0$  y la recta r que pasa por los puntos P(3,-4,-7) y Q(1,-3,-7).

c) Calcula los puntos de la recta r del apartado anterior que distan 9 unidades del plano  $\pi$ .

3.- Calcula la ecuación del plano  $\alpha$  que contiene a la recta r y corta al plano  $\pi$  en una recta s paralela al plano OXY, siendo  $\pi: x + y + z = 1$  y  $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ .

4.- Dada la recta  $r: \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases}$  (a) Calcular la ecuación implícita ó general del plano  $\pi$  que pasa por el punto P(2,5,-2) y es perpendicular á la recta r. (b) Estudia la posición relativa de la recta r y s que pasa por los puntos P(2,5,-2) y Q(-1,4,2). (c) Calcula el punto de la recta r que equidista de los puntos P(2,5,-2) y Q(-1,4,2).

5.- Calcula la distancia entre los planos  $\pi: x - 5y + 2z - 19 = 0$  y  $\alpha: 2x - 10y + 4z = 0$ .

6.- a) Determinar el valor de a para que los puntos (0,0,0), (0,1,1), (1,1,0), (1,a,1) sean coplanarios y calcular la ecuación implícita del plano que los contiene.

b) Estudia la posición relativa de los planos  $\pi: x - y + z = 0$  y  $\alpha: x + y - z = 2$ . De darse el caso de que se corten, calcula el ángulo que forman.

c) Determina las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto A(3,2,1) y no corta a ninguno de los planos anteriores.

7.- Calcula el volumen del tetraedro que tiene por vértices A(3,5,7), B(1,0,-1), C(7,-1,4) y D(11,4,-6).

8.- a) Calcular la distancia de la recta  $r: \frac{x-3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$  al plano  $\pi: x - 3y - z + 6 = 0$ .

b) Calcular la distancia del punto P(-2,-6,11) al plano  $\pi: x - 3y + 5z - 1 = 0$ .

c) Calcular la distancia del plano  $\pi: x - 5y + 2z - 19 = 0$  al plano  $\sigma: 2x - 10y + 4z = 0$

9.- Dados los planos  $\pi_1: x + y - z + 2 = 0$ ;  $\pi_2: \begin{cases} x = 2 + \gamma + \mu \\ y = \gamma + 3\mu \\ z = -1 - \gamma \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de  $\pi_1$  y  $\pi_2$ . Si se cortan, calcula el ángulo que forman.

b) Sea r la recta que pasa por (1,1,1) y es perpendicular a  $\pi_1$ . Calcula el punto de corte de r y  $\pi_1$ .

c) Calcula el punto simétrico de P(1,1,1) respecto del plano  $\pi_1$ .

10.- Se consideran las rectas:  $r: \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases}$   $s: \begin{cases} 2x - z + 2 = 0 \\ 2y - mz = 6 \end{cases}$ . a) Hallar el valor de m para que r y s sean paralelas. b) Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación del plano que contiene las rectas r y s.