

## MATEMÁTICAS II. BOLETÍN 2. RECTAS Y PLANOS.

1.- Dados los puntos A(1,0,1) y B(0,2,0) y el plano  $\pi: x - 2y - z - 7 = 0$ . Determinar un plano perpendicular al dado y que pase por los puntos A y B.

2.- El plano  $\pi: 2x - 2y + z = -2$  determina un tetraedro con los tres planos coordenados. Se pide:

- Calcular la longitud de la altura del tetraedro que parte del origen.
- Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta que contiene a dicha altura.
- Calcular el área de la cara del tetraedro que está contenida en el plano  $\pi$ .

3.- a) Estudia la posición relativa de la recta  $r: \begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$  y la recta  $s$  que pasa por los puntos P(0,1,3) y Q(2,2,2).

- Calcula la ecuación implícita del plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ .
- Determina la ecuación implícita del plano perpendicular a la recta  $r$  y que pasa por el origen de coordenadas.

4.- Discutir, según los valores del parámetro  $a$ , la posición relativa de los planos.

$$\pi_1 \equiv x + z = a \quad ; \quad \pi_2 \equiv 4x + (a - 2)y + (a + 2)z = a + 2 \quad ; \quad \pi_3 \equiv 2(a + 1)x - (a + 6)z = -a$$

5.- Sea  $r$  la recta que pasa por los puntos P(1,0,5) y Q(5,2,3).

- Calcula la distancia del punto A(5,-1,6) a la recta  $r$ .
- Calcula la ecuación implícita del plano que es perpendicular a  $r$  y que pasa por el punto A(5,1,-6).
- Calcula el área del triángulo de vértices P(1,0,5), A(5,-1,6) y el punto de corte de la recta  $r$  con el plano  $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$ .

6.- Se consideran el plano  $\pi$  y la recta  $r$  siguientes:

$$\pi: x + y - 2z = 6 \quad r: \frac{x - 1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z + 1}{-1}$$

- Hallar el punto simétrico de M(1,1,1) respecto del plano.
- Hallar el punto simétrico de M(1,1,1) respecto de la recta.

7.- Sea  $r$  la recta que pasa por los puntos (0,1,3) y (1,1,1) y  $s$  la recta  $s: \begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$ .

- Estudia la posición relativa entre ellos.
- ¿Es  $s$  paralela al plano  $YZ$ ? ¿Está contenida en dicho plano?
- Calcula la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi \equiv 2x + z = 0$ .

8.- Dados los planos  $\alpha: 2x - 2y + 4z - 7 = 0$ ;  $\beta: \begin{cases} x = 1 - \gamma + 3\mu \\ y = 5 + \gamma + \mu \\ z = 4 + \gamma - \mu \end{cases}$ ; y la recta  $r: \begin{cases} x + 2z - 3 = 0 \\ y - 5 = 0 \end{cases}$

- Estudia la posición relativa de los planos  $\alpha$  y  $\beta$ . Calcula la distancia entre ellos.
- Calcula la ecuación implícita del plano que es perpendicular al plano  $\alpha$  y contiene a la recta  $r$ .
- Sean P y Q los puntos de corte de la recta  $r$  con los planos  $XY$  y  $YZ$  respectivamente. Calcula la distancia entre P y Q.