CLASE 30/11/2020

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES

TIPO I : Logarítmicas. $\int \frac{f'}{f} dx = \ln|f| + C$

TIPO II : Potenciales : $\int \frac{P'(x)}{(P(x))^n} dx = \frac{(P(x))^{-n+1}}{-n+1} + C$

TIPO III : ARCOTANGENTE : $\int \frac{f'}{1+f^2} dx = \operatorname{arctg} f + C$

TIPO IV : $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx.$

a) $\partial P(x) < \partial Q(x)$

Se calculan las raíces del polinomio del DENOMINADOR.

1er CASO: El polinomio $Q(x)$ tiene solo raíces REALES SIMPLES. Es decir,

$Q(x) = (x-a)\cdot(x-b)\ldots(x-n).$

Entonces $P(x)/Q(x)$ se coloca como:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \ldots + \frac{N}{x-n}$$

Se calculan las constantes $A, B, \ldots N$

Se colocan en la integral y se resuelven.

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \int \frac{A}{x-a} dx + \int \frac{B}{x-b} dx + \ldots \int \frac{N}{x-n} dx$$

Quedan tipo Log. NEPERIANO

Exemplo:-

$$\int \frac{2x+1}{x^2-5x+4}\,dx$$

Raíces de $x^2-5x+4=0$

$x_1=4$

$x_2=1$

$$\frac{2x+1}{x^2-5x+4}=\frac{A}{x-4}+\frac{B}{x-1}=\frac{A\cdot(x-1)+B(x-4)}{(x-4)\cdot(x-1)}=$$

$$=\frac{Ax-A+Bx-4B}{(x-4)(x-1)}$$

COMPARAMOS *

Os denominadores xa son iguais. Só o numerador.

$$\left.\begin{aligned} 2&=A+B.\\ 1&=-A-4B \end{aligned}\right\}\quad 3=-3B \quad B=-1$$

$A=3$

Resolvemos

Volvemos a $\displaystyle\int\frac{2x+1}{x^2-5x+4}\,dx=\int\frac{3}{x-4}\,dx+\int\frac{-1}{x-1}\,dx=$

$$=3\ln|x-4|+(-1)\ln|x-1|+C=$$

$$=3\ln|x-4|-\ln|x-1|+C$$

* Outra forma de resolver menos matemática.

Elixo $x=1$ e sustituyo en $2x+1$ e en $(A(x-1)+B(x-4))$

$x=4$ $\left\{\begin{aligned} 3&=-3B & B&=-1\\ 9&=3A & A&=3\end{aligned}\right.$ e xa sacan A e B.

É menos matemática pq precisamente $x=1$ e $x=4$ anularían dos denominadores, só se poden facer no numerador.

PA* x 275 Escaneado 19 e 20