

BOLETÍN 1 SISTEMAS DE ECUACIONES MATE II

1.- (a) Discute, según los valores del parámetro m , el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 3x - 6y + mz = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ x + y = m \end{cases}$$

(b) Resuélvelo, si es posible, cuando $m=3$.

2.- Una heladería vende helados de una, dos y tres bolas a uno, dos y tres euros respectivamente. El viernes ha vendido 157 helados obteniendo 278 euros y sabemos que el número de helados de una bola vendidos es k veces el número de helados de tres bolas.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuántos helados de cada tipo se han vendido.

b) Estudia para qué valores del parámetro k el sistema tiene solución. ¿Es posible que se hayan vendido el mismo número de helados de una bola que de tres bolas?

c) Para $k = 3$, calcula cuántos helados de cada tipo se han vendido.

3.- El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros. Indica cuál es el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero planteando y resolviendo el sistema de ecuaciones asociado.

4.- Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} (a + 2)x + (a - 1)y - z = 3 \\ ax - y + z = 3 \\ x + ay - z = 1 \end{cases}$$

a) Estudia su compatibilidad según los valores del parámetro a .

b) Resuélvase para $a=-1$.

5.- Dadas las ecuaciones
$$\begin{cases} 2x + y - z = 4 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$$

a) Añade una ecuación para que el sistema sea incompatible.

b) Añade una ecuación para que el sistema sea compatible indeterminado y resuélvelo para este caso.

6.- Una compañía fabricó tres tipos de electrodomésticos: lavadoras, neveras y televisores. Para la fabricación de cada uno de ellos necesitó la utilización de ciertas unidades de chapa, electrónica y cristal tal como se indica en la siguiente tabla. La compañía tenía en stock 400 unidades de chapa, 600 piezas electrónicas y 1500 unidades de cristal. Si la compañía utilizó todas sus asistencias, ¿cuántas lavadoras, neveras y televisores se fabrican?

	CHAPA	ELECTRÓNICA	CRISTAL
LAVADORAS	1 UNIDAD	1 UNIDAD	2 UNIDADES
NEVERAS	1 UNIDAD	1 UNIDAD	3 UNIDADES
TELEVISORES	1 UNIDAD	2 UNIDADES	5 UNIDADES

7.- Tres hermanas, Aine, Clara y Marta, decidieron regalar un libro que vale 24,8 € a su padre. Reúnen esta cantidad de forma que Marta aporta una tercera parte de lo que aporten las otras dos juntas y que Aine aporte 3 céntimos por cada 2 que aporte Clara. Plantea el sistema, exprésalo matricialmente y calcula qué cantidad aporta cada una de las hermanas.

8.- Una empresa desea disponer de dinero en efectivo en euros, dólares y libras esterlinas. El valor total entre las tres monedas ha de ser igual a 264000€. Se quiere que el valor del dinero disponible en euros sea el doble del valor del dinero en dólares y que el valor del dinero en libras esterlinas sea la décima parte del dinero en euros. Si se supone que una libra esterlina es igual a 1,5€ y un dólar es igual a 1,1€, se pide determinar la cantidad de euros, dólares y libras esterlinas que la empresa ha de tener disponible.

9.- Considérese el sistema de ecuaciones dependientes del parámetro a:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + ay + z = a^2 \end{cases}$$

- c) Discútase según los valores del parámetro a.
- d) Resuélvase para $a=-1$.

10.- Expresa el sistema en forma matricial y resuélvelo:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 5y + 3z = 5 \\ 3x - y - 2z = 12 \end{cases}$$

11.- Dado el siguiente sistema de ecuaciones responde:

$$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x - z = 0 \\ -2y + z = 4 \end{cases}$$

- a) ¿Tiene inversa la matriz de coeficientes del sistema? Justifícalo.
- b) Clasifica el sistema en cuánto a sus soluciones.
- c) Obtén, si es posible, alguna solución del sistema.

12.- Discute, en función de los valores de a y de b , las soluciones del siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 3y - 4z = 3 \\ ax + 3y - az = 0 \\ x + 3ay - 10z = b \end{cases}$$

13.- La matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo es M. Hallar un sistema equivalente tal que los tres coeficientes que están por encima de la diagonal principal de la nueva matriz asociada sean nulos:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$