

Boletín ecuaciones matriciales. Cuestiones. Rango de una matriz. Matemáticas II

1.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ resuelva $X \cdot A \cdot B - X \cdot C = 2C$

2.- Halla la matriz X que satisface la siguiente ecuación: $A \cdot X \cdot B - C = D$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -8 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3.- Demuestre que la suma y el producto por escalar de matrices simétricas también son matrices simétricas. Enuncie y demuestre la propiedad análoga para matrices antisimétricas.

4.- Sean A y B dos matrices cuadradas de dimensión n con $A \cdot B = 0$. ¿Es necesario que alguna de ellas sea la matriz nula?

5.- Halla una matriz X tal que $A \cdot X \cdot A^t = B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

6.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Resolver la ecuación: $ABX - CX = 2C$

7.- Halla la matriz $X^2 + Y^2$, donde X e Y son dos matrices cuadradas de orden dos, verificando:

$$5X + 3Y = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 15 \end{pmatrix} \quad 3X + 2Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}$$

8.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcular la matriz inversa de $A \cdot B$.

b) Halla el producto de la inversa de B por la inversa de A . ¿Qué relación existe entre la matriz del apartado anterior y esta matriz? Justifica la respuesta.

9.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ Calcula el valor de

X en la siguiente ecuación: $3AX - B = C \cdot D$

Boletín ecuaciones matriciales. Cuestiones. Rango de una matriz. Matemáticas II

10.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ calcula la matriz X que cumpla:

$$A^2X - B = AX$$

11.- a) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Obtener a y b sabiendo que

$$A^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ ¿Es A simétrica?}$$

b) Para los valores $a=3$ y $b=1$ calcular la matriz X tal que: $A \cdot B = 2(X - 3I)$.

12.- Resuelve la ecuación matricial $N=P-MX$ siendo $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

$$\text{y } P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

13.- Sea k un número natural y sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = (1 \quad 1 \quad 2)$$

a) Calcular A^k .

b) Halla la matriz X que verifica la ecuación $A^kX = BC$

14.- Responde, razonando el resultado a estas preguntas:

a) ¿ El producto de dos matrices diagonales de mismo orden es también una matriz diagonal?

b) ¿Existe siempre el producto $A^t \cdot A$?

15.- Sean A una matriz de dimensión 5×3 , B una matriz de dimensión $m \times n$ y C una matriz de dimensión 4×7 . Sabemos que se puede obtener la matriz $A \cdot B \cdot C$. ¿Cuáles son las dimensiones de las matrices B y $A \cdot B \cdot C$

16.- Sean A y B dos matrices de dimensión 2×2 . ¿Es cierta la igualdad $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$? Pruébalo si es cierto o busca un contraejemplo si es falso.

17.- ¿Es posible que una matriz 3×2 coincida con su traspuesta? ¿Y con su inversa?

18.- Calcula el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

19.- Halla el valor de x para que el rango de la matriz A sea 2.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -5 & -6 \\ -5 & 3 & -1 \\ 0 & x & 7 \end{pmatrix}$$