XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 2

Unidade didáctica 3

Funcións

Índice

1. Introdución

1.1 Descrición da unidade didáctica

Nesta unidade veremos como interpretar e construír gráficas e tamén como representar funcións dadas por medio de expresións alxébricas sinxelas. Aprenderemos a manexar as formas de presentación dunha función en linguaxe habitual, táboa numérica, gráfica e ecuación. Pasaremos dunhas formas a outras escollendo a máis adecuada en función do contexto.

Interpretaremos as propiedades máis características das funcións analizando crecemento e decrecemento, continuidade e descontinuidade, cortes cos eixes, máximos e mínimos relativos. A análise destas propiedades permitiranos facer comparativas entre diferentes gráficas.

Traballaremos no recoñecemento, representación e análise das funcións lineais e afíns representando a recta a partir da ecuación e obtendo a ecuación a partir da recta. Usaremos as funcións lineal e afín para a resolución de problemas.

1.2 Coñecementos previos

Para un mellor aproveitamento do estudo deste tema o alumno debe manexar os conceptos seguintes:

- Cálculos baseados na proporcionalidade, vistos na unidade didáctica 1 do módulo 2 (ámbito científico-tecnolóxico).
- Coñecer, manexar e interpretar o sistema de coordenadas cartesianas e lembrar a representación e identificación de puntos no sistema de eixes de coordenadas; coñecementos vistos na unidade didáctica 3 do módulo 1.
- Concepto de función, variable dependente e independente, así como as formas de representación; conceptos vistos na unidade didáctica 3 do módulo 1 (ámbito científico tecnolóxico).

1.3 Criterios de avaliación

- Manexar as formas de presentar unha función (linguaxe habitual, táboa numérica, gráfica e ecuación) pasando dunhas formas a outras e escollendo a mellor delas en función do contexto.
- Comprender o concepto de función e recoñecer, interpretar e analizar as gráficas funcionais.
- Recoñecer, representar e analizar as funcións lineais e afíns, así como utilizalas para resolver problemas.

2. Secuencia de contidos e actividades

2.1 Relación entre dúas magnitudes

Como norma xeral, son moitos os fenómenos que dependen de dúas ou máis magnitudes variables. Para poder comparar e deducir se existe unha relación entre elas, é útil expresar os seus valores nalgunha das seguintes formas:

- Relación de magnitudes mediante táboas.
- Relación de magnitudes mediante gráficas.
- Relación de magnitudes mediante fórmulas.

2.1.1 Relación de magnitudes mediante táboas

Hai funcións das que coñecemos unha serie de puntos, que normalmente veñen dados por unha táboa onde se relacionan de forma ordenada os valores adoptados polas magnitudes. Ademais adoita coñecerse o argumento que liga as magnitudes. Vexamos algúns exemplos.

Os pediatras usan a táboa de valores medios, obtidos despois de numerosas e repetidas observacións, para comprobar a adecuada evolución do peso dun neno desde que nace ata os tres anos:

Idade	0	3 meses	6 meses	9 meses	1 ano	2 anos	3 anos
Peso (kg)	3,4	5,9	7,65	8,9	9,85	12,65	14,75

A seguinte táboa móstranos a variación do prezo das patacas, segundo o número de quilogramos que compremos:

Kg de patacas	1	2	3	4	5
Prezo en euros	2	4	6	8	10

Un atleta corre cun pulsímetro que está programado para rexistrar as pulsacións por minuto en cada quilómetro percorrido. Na táboa rexístranse os resultados:

km	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Puls./min	125	120	122	127	135	140	143	148	142	138

2.1.2 Relación de magnitudes mediante gráficas

Para establecermos a dependencia ou relación entre dous valores podemos usar táboas de valores ou gráficas. A vantaxe das gráficas é seren máis atractivas para a súa análise e máis apropiadas para un estudo directo e rápido da situación que se quere describir.

O xeito de representar unha determinada situación é fundamental para poder comprendela. Así, se vemos un gráfico pintado de varias cores, será moi sinxelo distinguir a proporción de datos diferentes.

Algunhas das principais formas de representar unha situación son:

Diagrama de barras

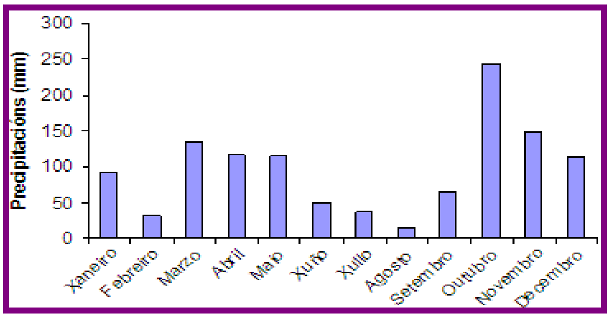
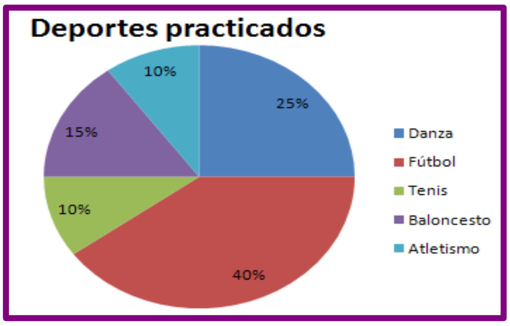


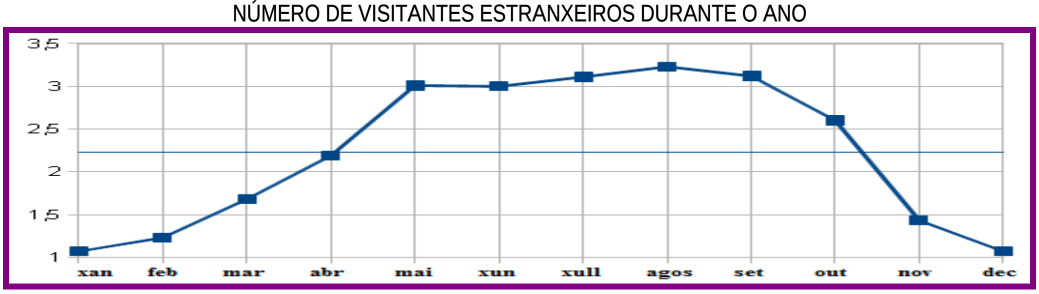
Diagrama de sectores



Estes diagramas estudarémolos con detalle na seguinte unidade de estatística.

Gráfico de liñas

NÚMERO DE VISITANTES ESTRANXEIROS DURANTE O ANO



2.1.3 Relación de magnitudes mediante fórmulas

Imaxinemos que, ao entrar nun supermercado, o prezo do quilo de laranxas é 1,5 euros. Podemos establecer unha relación entre a cantidade de quilogramos de laranxas comprados e o prezo a pagar polo total da compra.

Se expresamos con “x” o número de quilos de laranxas que compramos e con “y” o prezo a pagar, a fórmula que relaciona estas dúas magnitudes é:

$$y = 1{,}5x$$

Con esta simple expresión matemática sabemos en cada momento o que temos que pagar segundo a cantidade de laranxas que compremos.

2.1.4 Conexión entre as tres formas de relación de magnitudes

Exemplo da expresión das tres formas na que se relaciona o prezo unitario do quilo de laranxas e o custo global da compra:

Fórmula

$$y = 1{,}5x$$

Táboa

x(kg)	0	1	2	3	4
y(€)	0	1,5	3	4,5	6

Gráfica

Visto o exemplo, podemos concluír:

- A relación entre dúas magnitudes pode vir dada por una **táboa de valores**. Cada par de valores da táboa represéntase como un punto no plano.

- As magnitudes tamén se poden relacionar con **fórmulas**.
- A **representación gráfica** destas magnitudes pódese realizar a partir dunha táboa de valores ou da fórmula.

Actividades propostas

S1. Na seguinte táboa danse os valores correspondentes a distintas masas que colgan dun resorte e os alongamento que producen neste:

Masa (g)	10	20	30	40	50
Alongamento (cm)	2	4	6	9	14

a) Represente no plano os valores da táboa.

b) Usando a gráfica, estime o alongamento do resorte se se colga unha masa de 45 gramos.

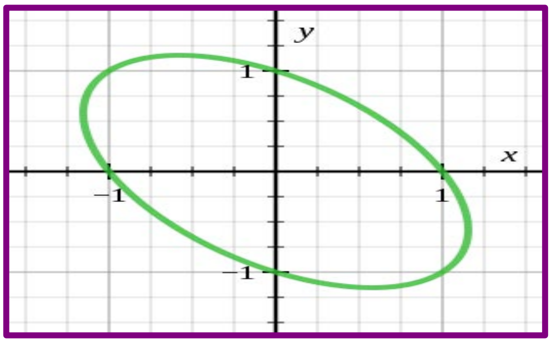
2.2 Concepto de función

- Unha **función** é una relación entre dúas magnitudes, de maneira que a cada valor da primeira magnitude se lle asocia un **único valor** da segunda. Polo tanto, na gráfica dunha función non pode haber dous puntos cunha mesma abscisa.
- A primeira magnitude, que se fixa previamente, denomínase **variable independente**, e a segunda, que se calcula a partir da anterior, **variable dependente**.
- Unha **gráfica cartesiana** está formada por un conxunto de puntos representados nos eixes de coordenadas. Estes puntos a miúdo únense formando unha liña.
- Unha **función** é unha relación entre dúas variables, **a variable independente** x e **a variable dependente** y que chamamos **imaxe**.

  A variable dependente desígnase por $\mathbf{y}$ ou tamén por **f(x)**.
- Se nunha gráfica a cada valor de x lle corresponde un único valor de y, dise que **a gráfica é unha función**.

Actividade resolta

Danse a continuación dúas relacións entre variables: unha gráfica e unha táboa de valores. Explique por que ningunha delas é función.



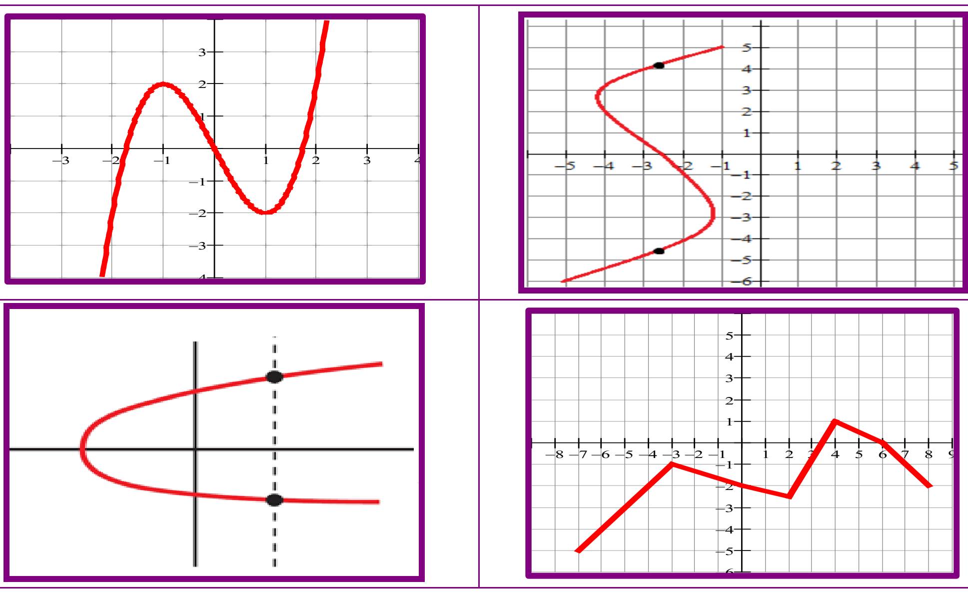
x	y
0	4
2	3
3	1
2	1
4	8

Non é función, xa que, por exemplo, á abscisa 1 na gráfica asócianselle dous valores 0 e -1.

Non é función, xa que ao valor 2 da variable x a táboa asígnalle 3 e 1.

Actividades propostas

S2. Explique por que é ou non é función cada unha destas gráficas.



S3. Indique cales son as variables independente e dependente en cada unha destas funcións:

	Variable independente	Variable dependente
A velocidade dun automóbil nun instante de tempo.		
A lonxitude dunha circunferencia para cada valor do raio.		
O custo dun saco de patacas en función da cantidade que contén.		
O volume de auga dun encoro en función da altura que acada esta.		

2.2.1 Representar funcións

Sabemos que unha función é unha relación que hai entre dúas variables: a variable independente **x** e a variable dependente **y** (lembremos que a variable dependente tamén se pode designar como **f(x)**).

Para representar unha función pódense dar dous casos:

- Que a función veña dada por unha táboa de valores. Neste caso, o que faremos será representar nos eixes de coordenadas os pares de valores que nos indica a táboa. A continuación únense os puntos obtidos.
- Que a función veña dada a través dunha fórmula. Neste caso daremos valores á variable **x** na fórmula obtendo para cada valor os valores de **y** ou **f(x).** É dicir, obtemos unha táboa de valores e logo representamos eses pares de valores nos eixes de coordenadas. Por último, únense os puntos obtidos.

Actividades resoltas

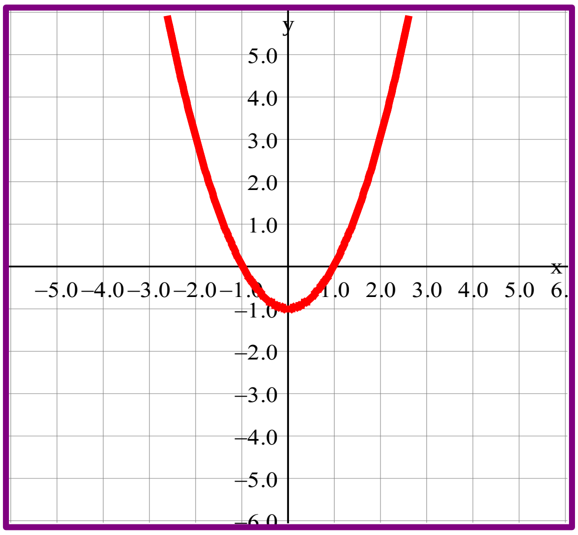
Na seguinte táboa de valores están representados os valores que se rexistraron nun termómetro ao longo da mañá. Represente a función.

x	y
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

Xa que a función vén dada por unha táboa de valores:

1º Representamos os pares de valores nos eixes de coordenadas.

2º Unimos os puntos, xa que a temperatura é unha magnitude que, para pasar dun valor a outro, toma todos os valores intermedios.



Represente a función $f(x) = x^2 + 1$

Cando a función vén dada por unha fórmula:

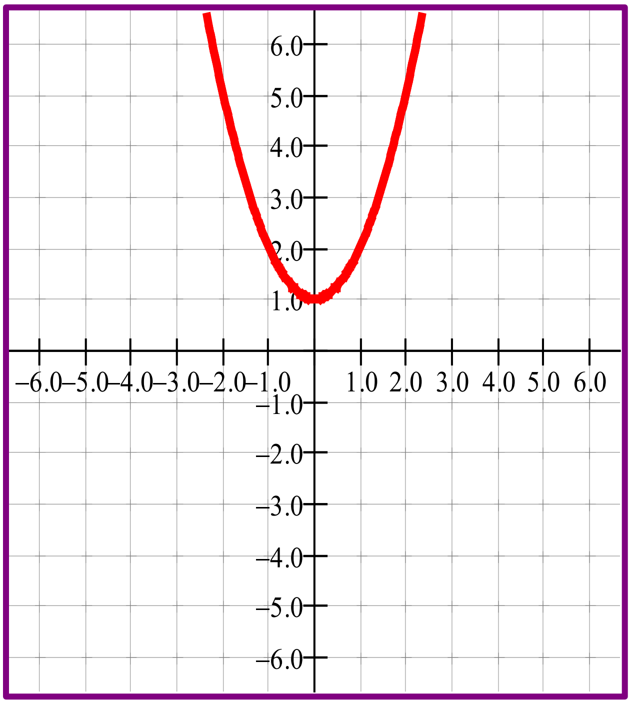
1º Damos valores á variable x na fórmula e formamos unha táboa de valores.

$$x = 0 \rightarrow y = 0 + 1 = 1$$
$$x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$$
$$x = 2 \rightarrow y = 4 + 1 = 5$$
$$x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 = 2$$
$$x = -2 \rightarrow y = 4 + 1 = 5$$

2º Representamos os pares de valores na táboa e nos eixes de coordenadas.

3º Estudamos se ten sentido unir os puntos.

x	y
0	1
1	2
2	5
-1	2
-2	5



Actividades propostas

S4. Represente as funcións definidas polas seguintes ecuacións:

a) $f(x) = 3x + 2$ b) $f(x) = 2x^2 - 3$

S5. Durante dez meses seguidos, un saltador de pértega anotou a súa mellor marca obtida nos seus adestramentos. A seguinte táboa recolle os resultados.

Idade (meses)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Altura (cm)	3,60	3,98	4,20	4,55	4,85	5,05	5,43	5,55	5,85	5,96

S6. Da familia de rectángulos cuxo perímetro é 20 cm, medimos a súa base e a súa área obtendo os seguintes resultados:

Base, en cm, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Área, en cm^2, y	9	16	21	24	25	24	21	16	9

Represente a función, comezando cos valores adecuados no eixe Y para que se observen ben as diferenzas das áreas.

S7. Represente $y = \frac{x+2}{2}$ dando a x os valores $0, 2, 4, 6, 8, 10, 12$

2.3 Estudo gráfico de funcións

Para coñecer mellor unha **función**, pódese realizar o **estudo da súa gráfica**.

2.3.1 Continuidade e descontinuidade

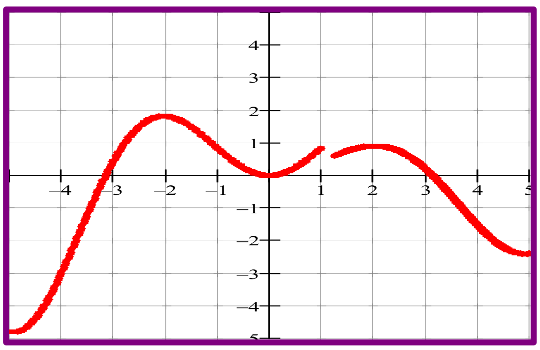
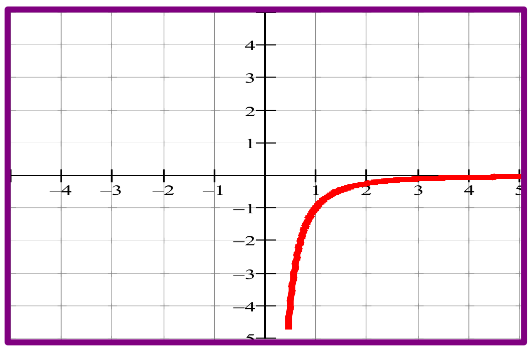
- Unha función denomínase **continua** entre dous valores do eixe de abscisas cando a súa gráfica pode debuxarse sen levantar o lapis do papel. Os puntos onde a función non é continua chámanse **puntos de descontinuidade.**

2.3.2 Crecemento e decrecemento

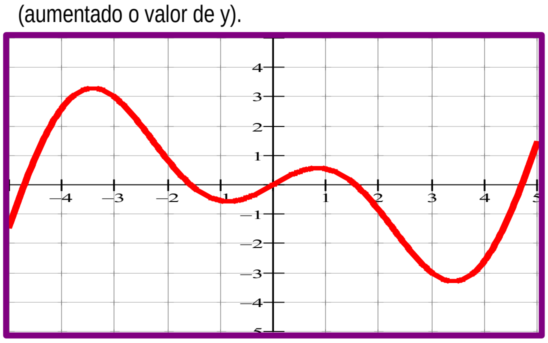
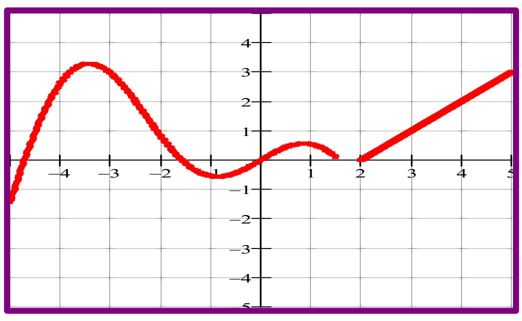
- Unha función é **crecente** nun tramo cando ao aumentar x, é dicir, ao percorrela de esquerda a dereita, aumenta y.
- É decrecente se, ao aumentar x, diminúe y.
- Se se mantén o mesmo valor en todo o tramo, dise que é **constante** nese tramo.

Actividades resoltas

Indique se as seguintes funcións son continuas ou non, e se son crecentes ou decrecentes.

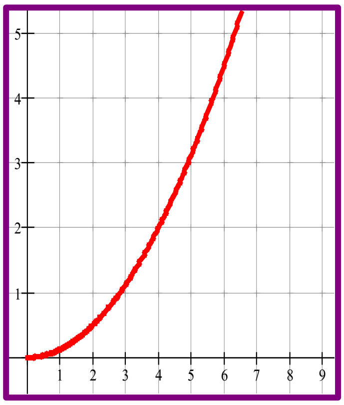
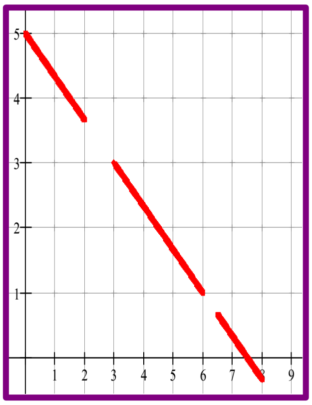
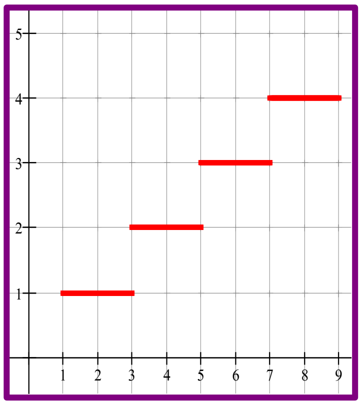
a) Descontinua e decrecente	b) Continua e crecente
	

Observe as gráficas destas funcións e sinale se son continuas entre x = 0 e x = 5.

a) A función é continua entre x = 0 e x = 5, xa que seguindo a gráfica cara á dereita (aumentando o valor de x) esta sobe (aumentado o valor de y).	b) A función non é continua no tramo indicado, porque para debuxala hai que levantar o lapis no punto x = 1.5
	

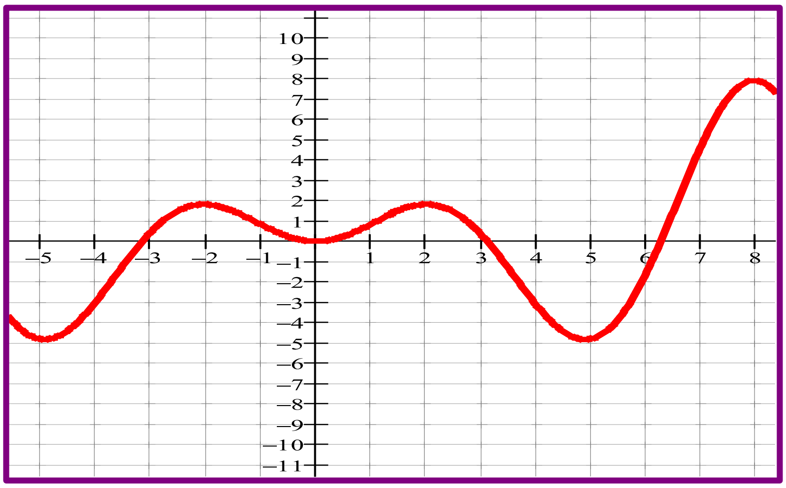
Actividades propostas

S8. Indique se as seguintes funcións son continuas ou non e se son crecentes ou decrecentes.

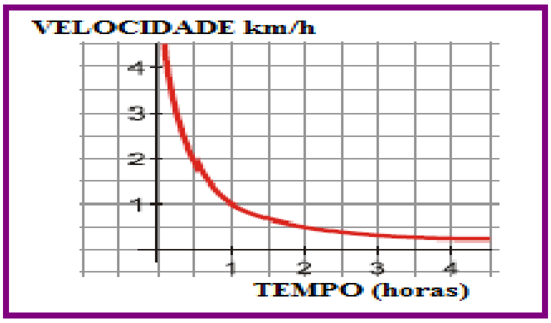
		
a)	b)	c)

S9. Sinale se a gráfica seguinte corresponde a unha función crecente entre os valores indicados no eixe de abscisas.

a) $x = -5 \; ex = -2$ b) $x = -2 \; ex = 0$ c) $x = 3 \; ex = 5$ d) $x = 5 \; ex = 8$



S10. Na seguinte gráfica, represéntase a velocidade dun móbil en función do tempo que tarda en percorrer 1 km:

	a) É unha función crecente ou decrecente? b) Cal é a velocidade cando t = 1 hora? E cando t = 2 horas? E cando t = 15 minutos? c) Ao aumentar o tempo, a que valor tende a velocidade?

2.3.3 Máximos e mínimos

- Chámase **máximo** dunha función o punto no que a ordenada toma o maior valor (o punto máis alto da función).
- Chámase **mínimo** dunha función o punto no que a ordenada toma o menor valor (o punto máis baixo da función).
  - **Máximos relativos** dunha función son os puntos nos que a súa ordenada é maior que a dos puntos do seu arredor, tanto á súa esquerda coma á súa dereita.
  - **Mínimos relativos** dunha función son os puntos nos que a súa ordenada é menor que a dos puntos do seu arredor, tanto á súa esquerda coma á súa dereita.

Unha función pode ter varios máximos ou mínimos relativos	O máximo absoluto é o maior dos máximos relativos. O mínimo absoluto é o menor dos mínimos relativos.

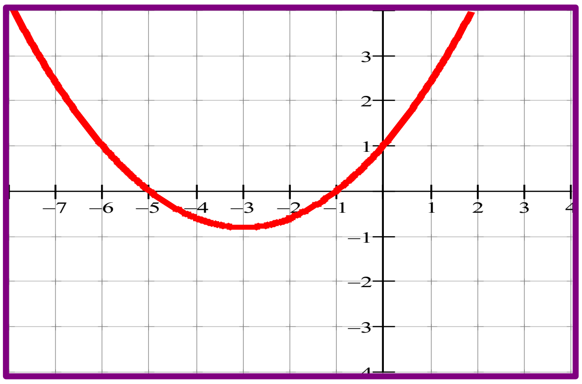
2.3.4 Cortes cos eixes

Os cortes cos eixes dunha función son os puntos onde esta corta o eixe de abscisas (eixe X) e onde corta o eixe de ordenadas (eixe Y).

- Os puntos de corte co eixe X (de abscisas) calcúlanse resolvendo a ecuación que queda ao igualar a 0 a función, é dicir, calcular os valores de x cando $y = 0$ ou, o que é o mesmo, $f(x) = 0$. Son da forma $(x, 0)$ e poden existir ou non.
- Os puntos de corte co eixe Y (de ordenadas) calcúlanse dándolle o valor $x = 0$ á función e calculado o resultado de y ou $f_{(x)}$ para ese valor. Son da forma $(0, y)$ e só pode existir como moito un punto de corte co eixe Y.

Actividades resoltas

Observe a gráfica e escriba cales son os puntos de corte cos eixes.



A gráfica corta dúas veces no eixe de abscisas e unha vez no eixe de ordenadas.

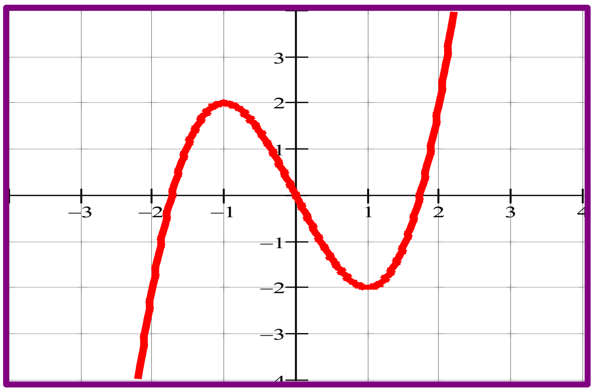
Os puntos de corte co eixe de abscisas son:

$$(-5,0)\ e\ (-1,0)$$

O punto de corte co eixe de ordenadas é:

$$(0,1)$$

Indique na seguinte función os puntos onde presenta máximos e mínimos.

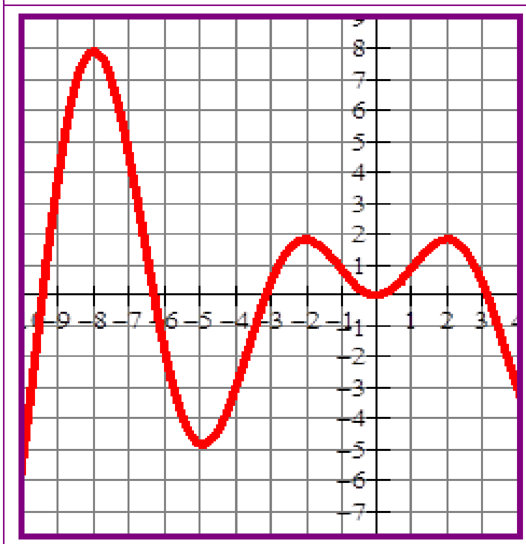
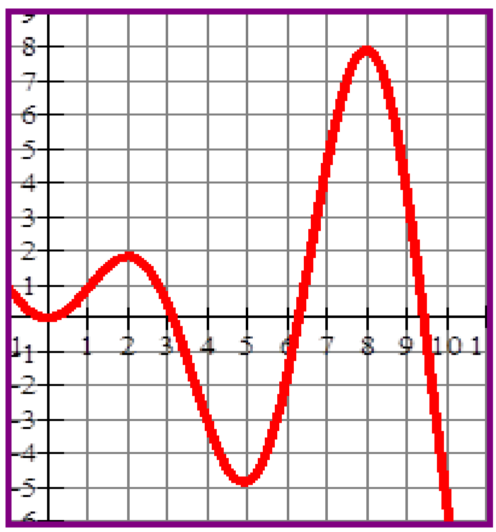
	A función presenta un máximo no punto $(-1, 2)$ e un mínimo no punto $(1, -2)$

Calcule os puntos de corte cos eixes das seguintes funcións.

$f(x) = 4x + 1$ Corte co eixe de abscisas OX, cando $y = f(x) = 0$ $4x + 1 = 0 \rightarrow 4x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$ A función corta o eixe OX no punto $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$ Corte co eixe de ordenadas OY, cando $x = 0$ $f(0) = 4 \cdot (0) + 1 = 1$ A función corta o eixe OY no punto $(0,1)$	$f(x) = x^2 - 8x + 15$ Corte co eixe de abscisas OX, cando $y = f(x) = 0$ $x^2 - 8x + 15 = 0$ $x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \begin{cases} +5 \\ +3 \end{cases}$ A función corta o eixe OX nos puntos (5.0) e $(3,0)$ Corte co eixe de ordenadas OY, cando $x = 0$ $f(0) = (0)^2 - 8 \cdot (0) + 15 = 15$ A función corta o eixe OY no punto $(0,15)$

Actividades propostas

S11. A partir da gráfica da seguinte función, identifique os puntos onde presenta máximos e mínimos relativos e absolutos.

a) Entre x = -9 e x = 3	b) Entre x = -1 e x = 9
	

S12. Indique os puntos de corte cos eixes das seguintes funcións:

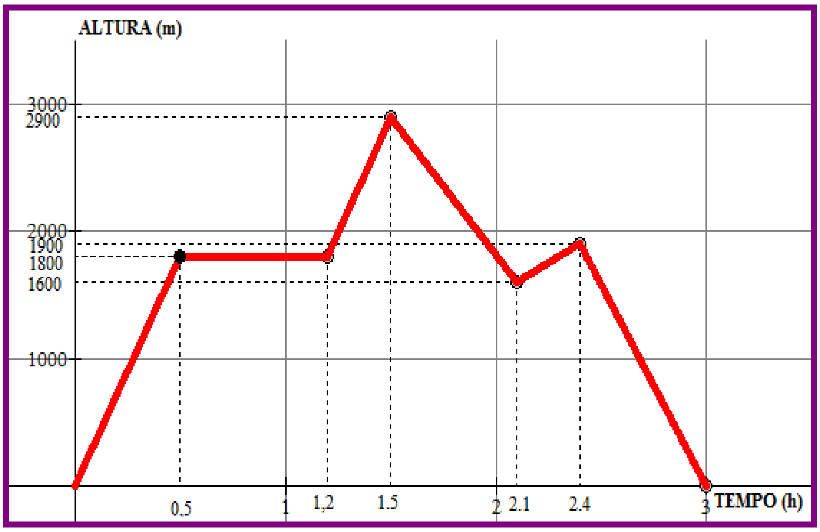
a) $f(x) = -3x + 9$

c) $f(x) = -6x - 4$

b) $f(x) = x^2 - x - 2$

d) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

S13. Na gráfica seguinte obsérvase a altura que alcanza un avión durante 3 horas de voo.



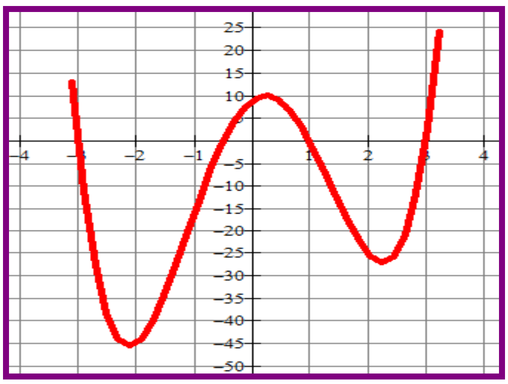
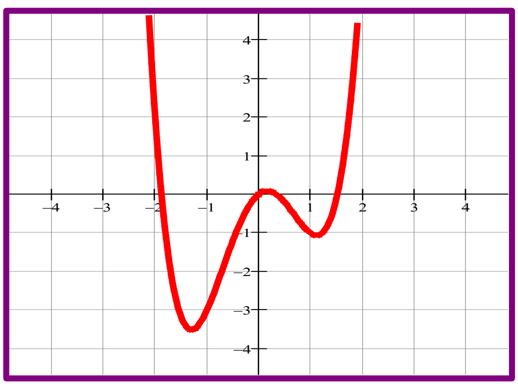
a) Canto tempo voa á mesma altura? Cal é esa altura?

b) Canto tempo empregou en ascender para alcanzar a altura de estabilidade?

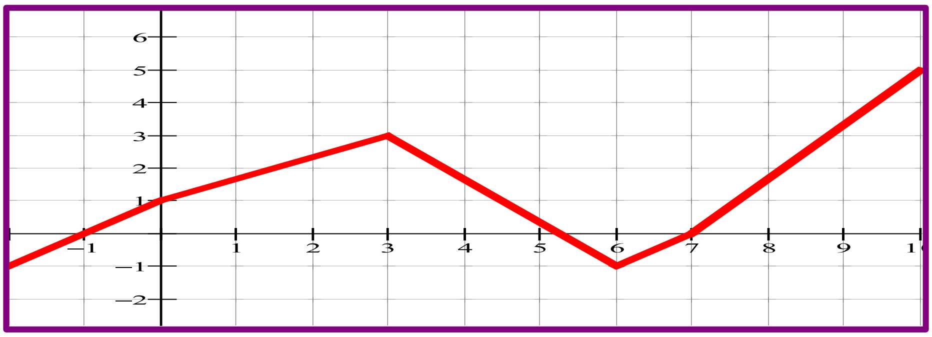
c) A que altura máxima chega e en que momento?

d) Describa o percorrido do avión en función da altura alcanzada en cada momento, desde que engalou ata que aterrou.

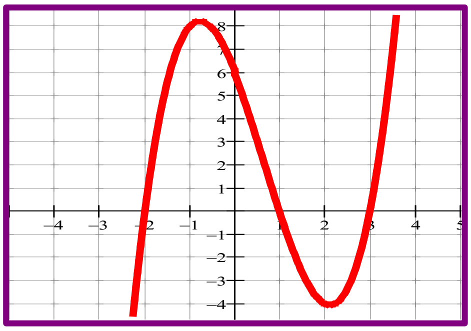
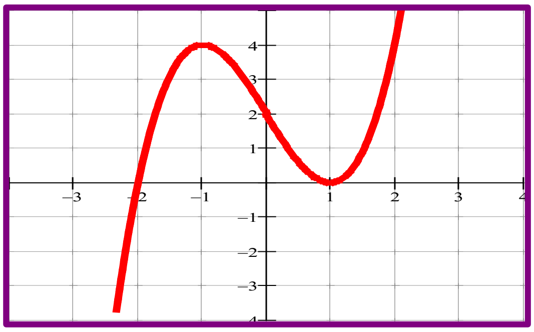
S14. A partir das gráficas das seguintes funcións, identifique os puntos onde presenta máximos e mínimos relativos e absolutos.

a)	b)
	

S15. Dada a seguinte función, identifique as coordenadas do seu máximo e o seu mínimo e indique cando é crecente e cando é decrecente.



S16. Indique os puntos onde as seguintes funcións presentan máximos e mínimos relativos e absolutos.

a)	b)
	

2.4 Funcións lineais

Unha **función** é a expresión da relación entre dúas magnitudes chamadas **variables**. Represéntanse polas letras x (variable independente) e y (variable dependente).

A función lineal **asocia** a cada valor de $\boldsymbol{x}$ un único valor de $\boldsymbol{y}$: $y = f(x)$

2.4.1 Función lineal

A **función lineal** (ou de proporcionalidade) relaciona dúas magnitudes proporcionais. Ten a ecuación:

$$\boldsymbol{y = m \cdot x}$$

- Represéntase mediante unha recta que pasa polo punto $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$**.**
- A constante de proporcionalidade, **m,** chámase **pendente** da recta e ten que ver coa súa inclinación.

Actividades resoltas

Represente as función lineais ou función de proporcionalidade directa dadas polas ecuacións:

a) $y = x$ b) $y = 3x$ c) $y = -3x$ d) $y = \frac{2}{3}x$

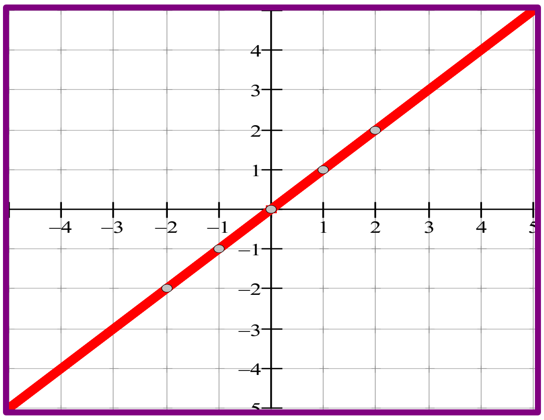
Cal é o valor das súas pendentes?

$$y = x$$

1º Construímos a táboa de valores correspondente:

x	0	1	2	-1	-2
y	0	1	2	-1	-2

2º Representamos os valores nos eixes de coordenadas e unimos os puntos.



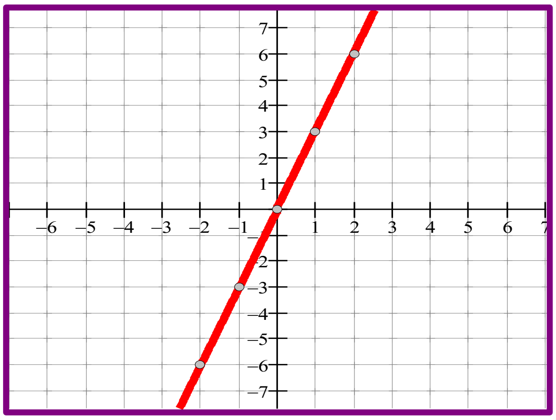
3º A pendente é m = 1

$$y = 3x$$

1º Construímos a táboa de valores correspondente:

x	0	1	2	-1	-2
y	0	3	6	-3	-6

2º Representamos os valores nos eixes de coordenadas e unimos os puntos.



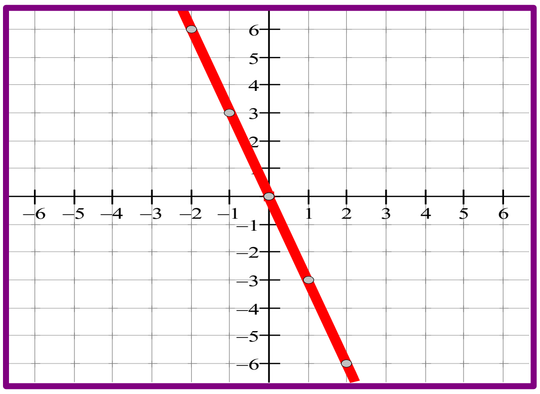
3º A pendente é m = 3

$$y = -3x$$

1º Construímos a táboa de valores correspondente:

x	0	1	2	-1	-2
y	0	-3	-6	3	6

2º Representamos os valores nos eixes de coordenadas e unimos os puntos.



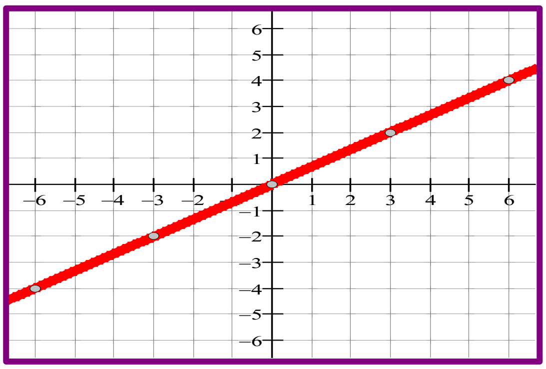
3º A pendente é m = -3

$$y = \frac{2}{3}x$$

1º Construímos a táboa de valores correspondente:

x	0	3	6	-3	-6
y	0	2	4	-2	-4

2º Representamos os valores nos eixes de coordenadas e unimos os puntos.



3º A pendente é m = $\mathbf{\frac{2}{3}}$

Actividades propostas

S17. Represente as seguintes función de proporcionalidade dadas pola súa ecuación. Complete en cada caso a táboa correspondente e indique o valor da pendente.

a) $y = -\frac{1}{2}x$

b) $y = \frac{1}{5}x$

x	0	2	4	6	-2	-4
y						

x	0	5	10	-5	-10
y					

S18. Represente nos eixes de coordenadas a función de proporcionalidade que pasa pola orixe de coordenadas e cuxa pendente é $m = -4$

S19. Asocie a cada unha das gráficas a ecuación que lle corresponde:

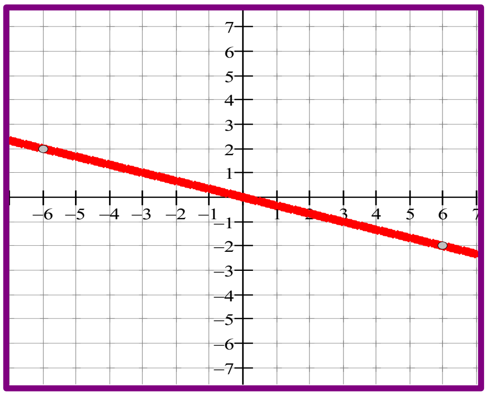
a) $y = 5x$

b) $y = \frac{4}{3}x$

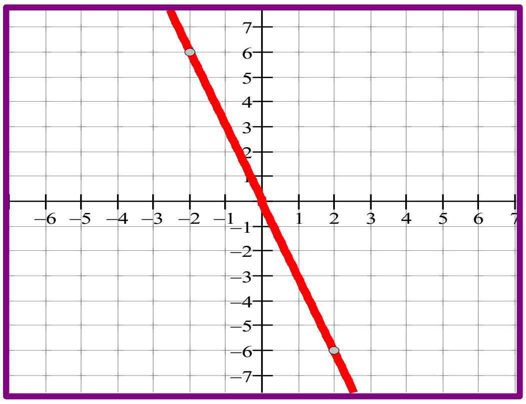
c) $y = -\frac{1}{3}x$

d) $y = -3x$

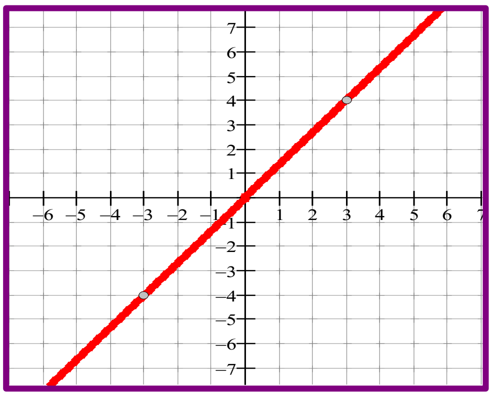
A



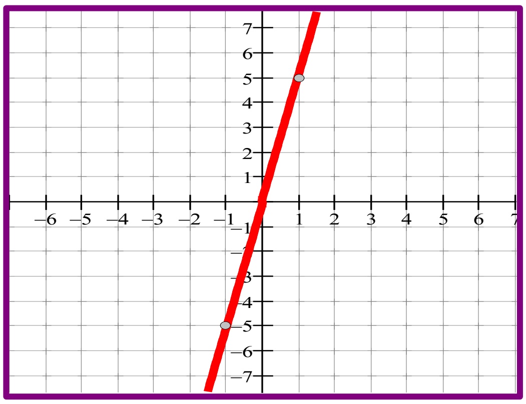
B



C



D



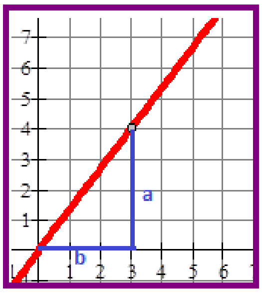
2.4.2 Pendente dunha recta

A **pendente** m dunha recta $y = mx$ é a medida do seu crecemento:

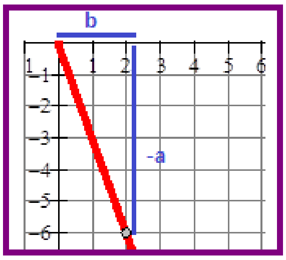
- Se m é positiva, a recta é crecente e sitúase nos cuadrantes I e III.
- Se m e negativa, a recta é decrecente e sitúase nos cuadrantes II e IV.
- Dúas rectas son paralelas se teñen a mesma pendente.

A pendente dunha recta indica a súa inclinación, tendo en conta a súa situación con respecto ao eixe X e ao eixe Y. Vexamos como:

A recta $y = \frac{a}{b}x$, "a" indica a situación no eixe Y e "b" no eixe X.

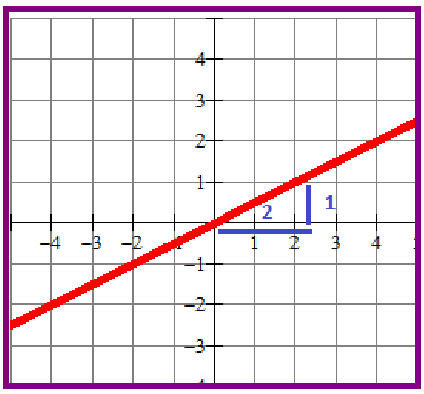
	Por cada "b" unidades que avanza no eixe X, sobe "a" unidades no eixe Y.

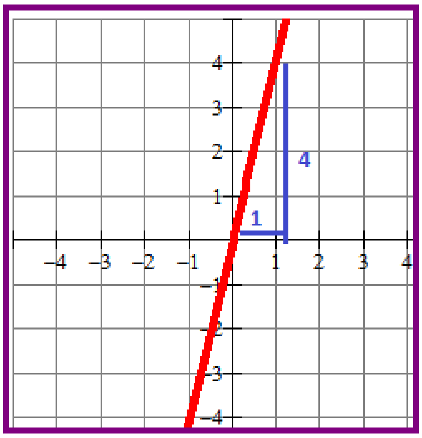
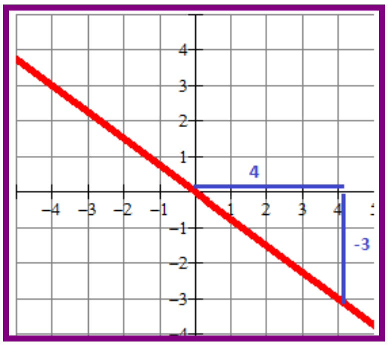
Xa que logo, na recta $y = -\frac{a}{b}x$, "(-a)" indica a situación no eixe Y e "b" no eixe X.

	Por cada "b" unidades que avanza no eixe X, baixa "(-a)" unidades no eixe Y.

Actividades resoltas

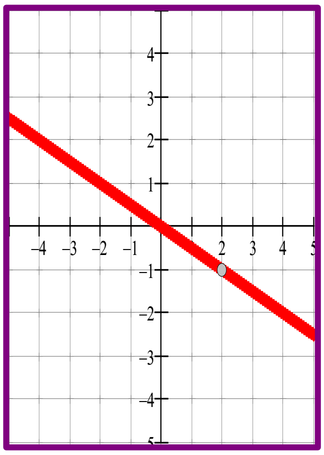
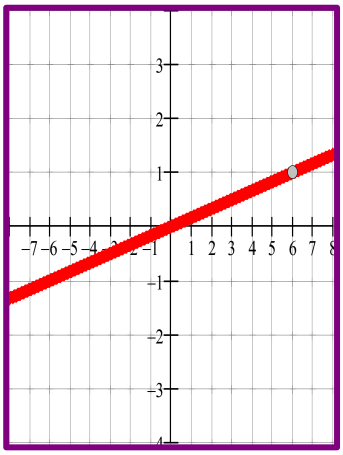
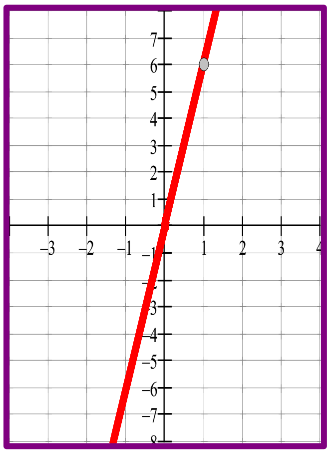
Indique cal é a pendente das seguintes rectas e explique o seu significado.

	$y = \frac{1}{2}x$ A súa pendente é $\frac{1}{2}$. Por cada 2 unidades que avanza no eixe X , sobe 1 unidade no eixe Y.

	$y = 4x$ A súa pendente é $\mathbf{4}$. Por cada unidade que avanza no eixe X , sobe 4 unidades no eixe Y.
	$y = -\frac{3}{4}x$ A súa pendente é $-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}$. Por cada 4 unidades que avanza no eixe X , baixa 3 unidades no eixe Y.

Actividades propostas

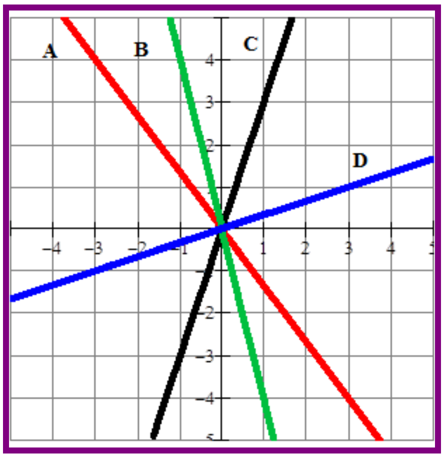
S20. Escriba a ecuación de cada unha das seguintes rectas:

a)	b)	c)
		

S21. Represente as seguintes funcións de proporcionalidade baseándose nas súas pendentes:

a) $y = x$ b) $y = -5x$ c) $y = \frac{2}{5}x$ d) $y = -\frac{1}{3}x$ e) $y = 3x$

S22. Indique cal das seguintes é a pendente das rectas representadas:

$a)\ m = 3$ $b)\ m = -\frac{4}{3}$ $c)\ m = -4$ $d)\ m = \frac{1}{3}$	

2.4.3 Función afín

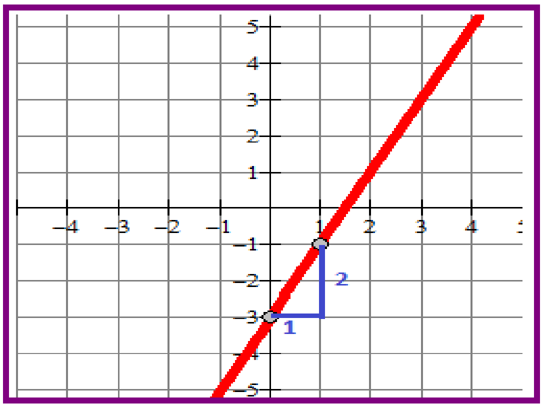
- A función afín ten a forma: $\boldsymbol{y = mx + n}$.
- Esta ecuación represéntase mediante unha recta de **pendente** $\boldsymbol{m}$ que corta o eixe Y no punto $(\mathbf{0}, \boldsymbol{n})$**.**
- **n** chámase **ordenada na orixe.**
- A gráfica desta función é unha recta, pero non pasa polo punto $(0{,}0)$ como ocorre coa función lineal ou de proporcionalidade, xa que, para $x = 0$, compróbase que:

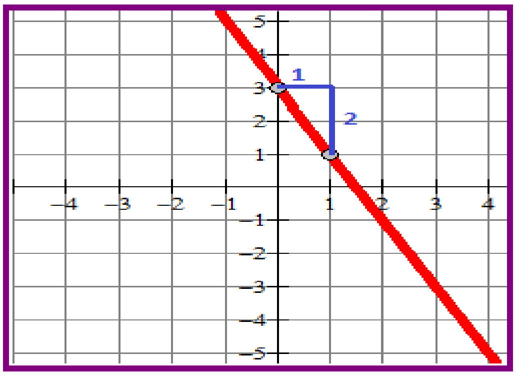
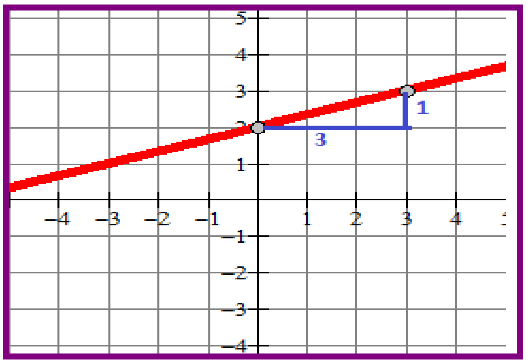
  $y = 0.x + n$, de onde $y = n$, o que significa que a recta pasa polo punto $(0, n)$.

Actividades resoltas

Represente as seguintes funcións:

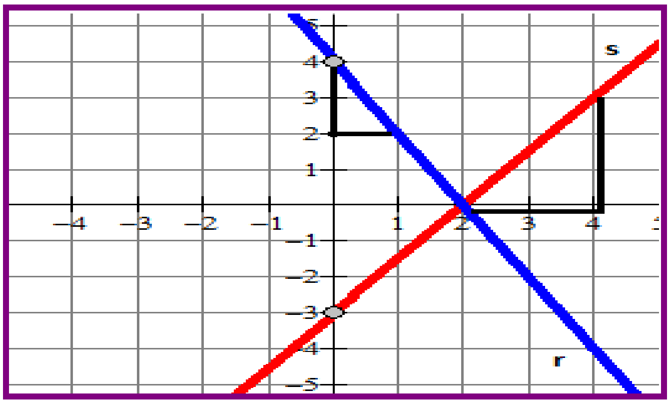
a) $y = 2x - 3$ b) $y = -2x + 3$ c) $y = \frac{1}{3}x + 2$

	$\boldsymbol{y = 2x - 3}$ Fixámonos en que $m = 2\ e\ n = -3$. Entón, debuxaremos unha recta que pase por $(0, -3)$ e cuxa pendente sexa 2 (avanza 1, sobe 2).

	$y = -2x + 3$ De forma análoga á anterior, debuxaremos unha recta que pase por $(0,3)$ e de pendente -2 (avanza 1, baixa -2).
	$y = \frac{1}{3}x + 2$ Debuxamos unha recta que pasa polo punto $(0,2)$ e a súa pendente é $\frac{1}{3}$ (avanza 3 e sobe 1) .

Actividades propostas

S23. Deduza as ecuacións das rectas representadas:



S24. Escriba as ecuación das rectas seguintes:

a) Recta que ten ordenada na orixe 4 e pendente 0,4.

b) Recta que ten ordenada na orixe -2 e pendente -1.

c) Recta que ten ordenada na orixe 1/5 e pendente 2.

S25. Represente as seguintes funcións:

a) $y = -2x + 5$ b) $y = \frac{1}{6}x - 2$ c) $y = -x - 1$ d) $y = 3x + 3$

2.4.4 Función constante

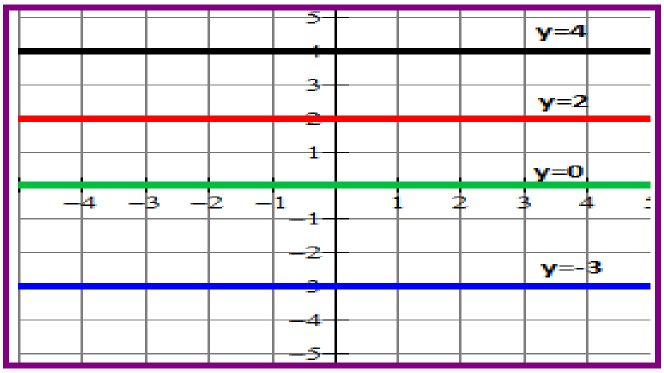
A función $\boldsymbol{y = k}$, na que o valor de y non depende de x, chámase **función constante.** Represéntase por unha recta paralela ao eixe X (de abscisas), a unha distancia $\boldsymbol{k}$ deste.

Nunha función constante a pendente m é igual a 0.

Actividades resoltas

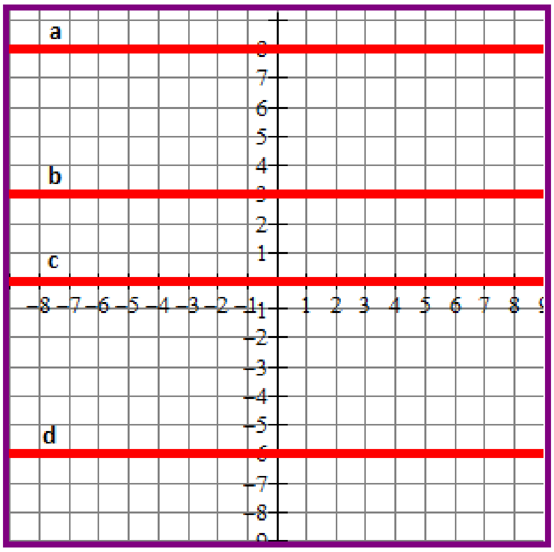
Represente as seguintes funcións:

a) $y = 2$ b) $y = -3$ c) $y = 4$ d) $y = 0$



Actividades propostas

S26. Indique cal é a ecuación de cada unha das rectas representadas:



S27. Represente a recta que pasa polos puntos $A(-4,-3)$ $B(3,-3)$. Cal é a súa ecuación?

3. Actividades finais

S28. A área, $\boldsymbol{y}$, dun rectángulo de lados $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{x+1}$ vén dada pola fórmula $y = x \cdot (x + 1)$.

a) Elabore unha táboa de valores. Teña en conta que “x” só pode tomar valores positivos, xa que non ten sentido unha lonxitude negativa.

b) Debuxe a gráfica correspondente.

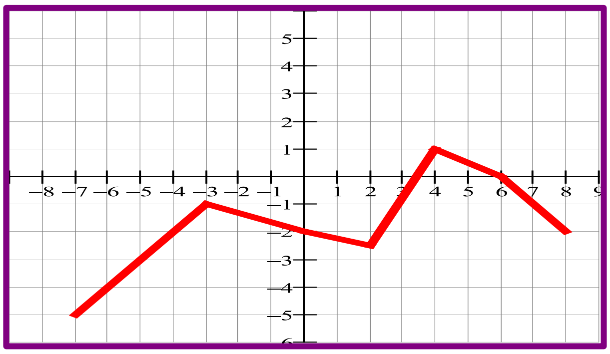
S29. Indique razoadamente se as seguintes relacións definen ou non unha función.

A cada número correspóndelle a área dun cadrado que ten por lado dito número.	
A cada día do mes correspóndenlle as temperaturas máxima e mínima que se alcanzaron nese día.	
Asignamos ao número de pasaxeiros de distintos autobuses o peso total dos pasaxeiros.	
A cada valor da base dun triángulo correspóndelle o valor da súa altura.	

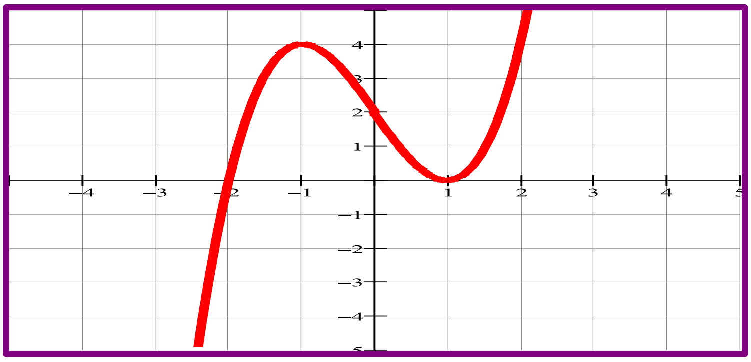
S30. Represente $y = x^2 - 6x + 3$ dando a x os valores $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

S31. Represente $y = x + 4$ dando a x os valores $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

S32. Indique entre que valores de x é crecente a seguinte función e entre cales é decrecente.



S33. Na seguinte función, sinale as coordenadas dos puntos máximos e mínimos, así como as coordenadas dos puntos de corte cos eixes.



S34. Unha expedición espeleolóxica percorreu unha gruta que vai por debaixo do nivel do mar nalgúns tramos. A gráfica mostra a altitude en función da distancia percorrida na gruta.

a) É unha función continua?

b) Indica en que tramos é crecente e en cales decrecente.

c) Cal é a altitude máxima que alcanza a gruta? A que distancia da entrada se encontra?

d) Cal é a maior profundidade da gruta? Onde se alcanza?

e) En que puntos a gruta se encontra ao nivel do mar?

S35. Calcule os puntos de corte cos eixes das seguintes funcións:

a) $y = -\frac{2}{5}x + 4$	b) $y = x - 2$
c) $y = x^2 - 4$	d) $y = x(x-1)$

S36. Represente as seguintes funcións de proporcionalidade dadas pola súa ecuación e complete en cada caso a táboa de valores:

a) $y = \frac{1}{2}x$

x	0	2	4	6	-2	-4
y						

b) $y = -\frac{2}{5}x$

x	0	5	10	15	-5	-10
y						

S37. Represente as seguintes funcións sen axuda da táboa de valores:

a) $y = -\frac{4}{3}x + 1$	b) $y = -3x - 2$	c) $y = -\frac{5}{2}x$

S38. Represente estas funcións:

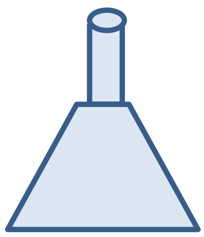
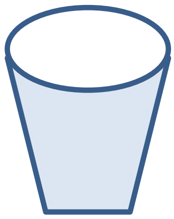
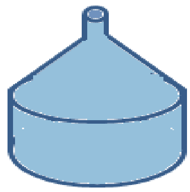
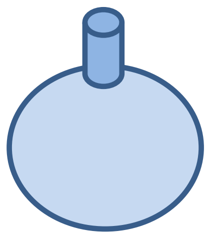
a) $y = -\frac{5}{3}x$	b) $y = 2x - 5$	c) $y = 5$

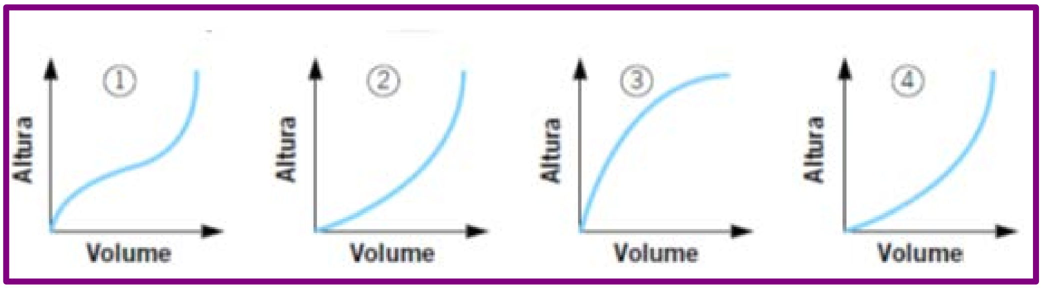
S39. Unha compañía de telefonía móbil cobra 0,5 euros polo establecemento de chamada e 0,15 euros por minuto de conversa.

a) Escriba a ecuación da función que relaciona o custo en euros (y) en función da duración da chamada en minutos (x).

b) Represente a gráfica da función $y = 0{,}5 + 0{,}15x$.

S40. Ao encher cada recipiente, que gráfica obtemos?

a) 	b) 	c) 	d) 

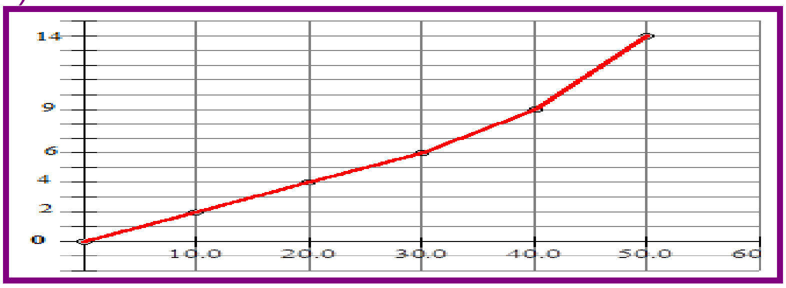


4. Solucionario

4.1 Solucións das actividades propostas

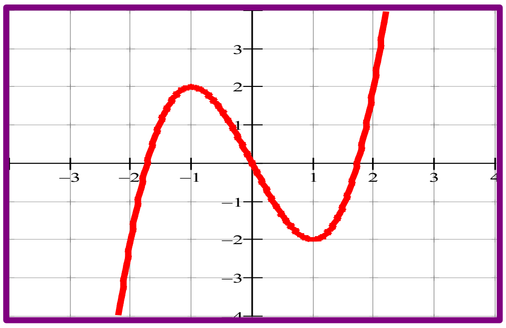
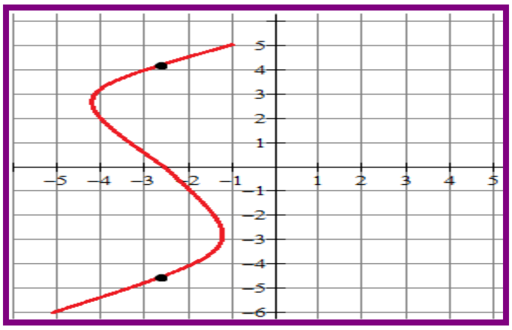
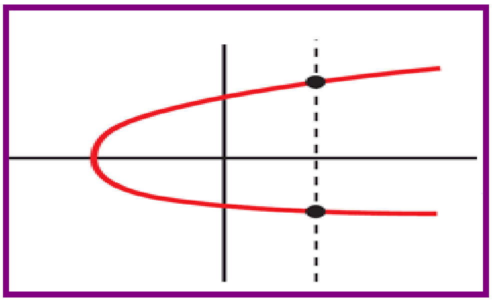
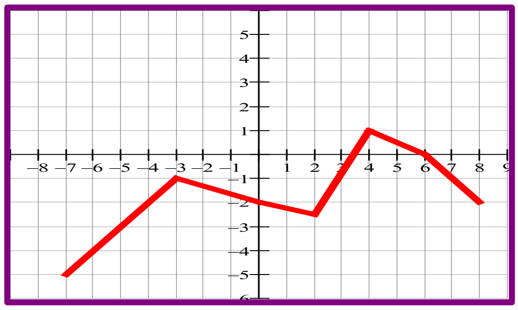
S1.

a)



b) 11,5 cm

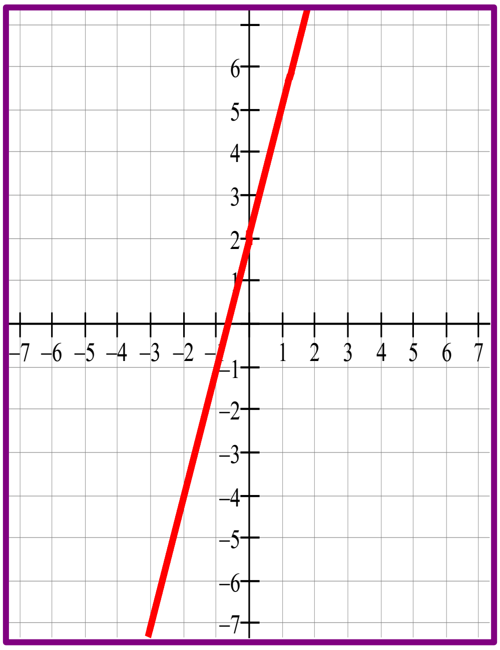
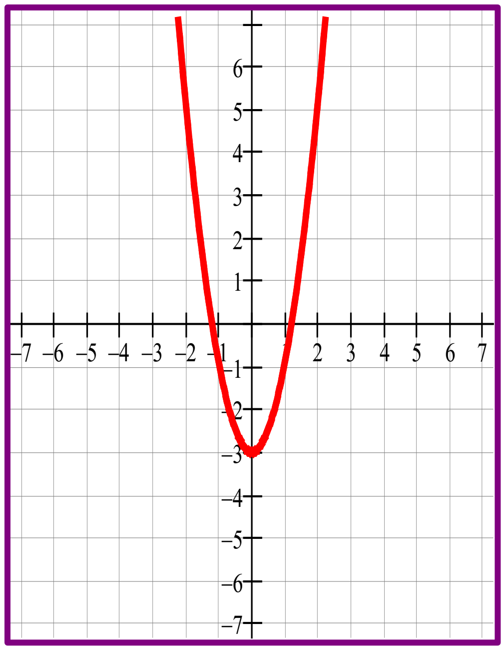
S2.

a) É unha función, porque a cada valor de x lle corresponde un só valor de y.	b) Non é unha función, porque, por exemplo, á abscisa $x = -2{,}5$ correspóndenlle dous valores de y.
	
c) Non é unha función, pois hai valores de x aos que lles corresponden dous valores da ordenada y.	d) É unha función, porque a cada valor de x lle corresponde un valor de y.
	

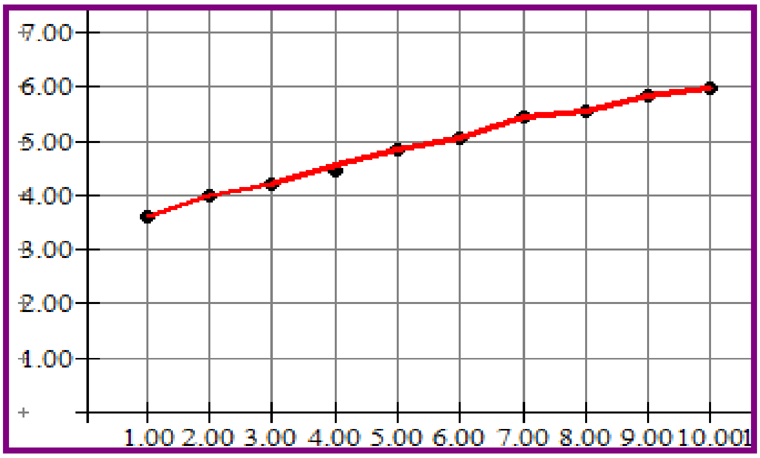
S3.

	Variable independente	Variable dependente
A velocidade dun automóbil nun instante de tempo.	Tempo	Velocidade
A lonxitude dunha circunferencia para cada valor do raio.	Raio	Lonxitude da circunferencia
O custo dun saco de patacas en función da cantidade que contén.	Cantidade de cada saco	Custo
O volume de auga dun encoro en función da altura que alcanza.	Altura	Volume

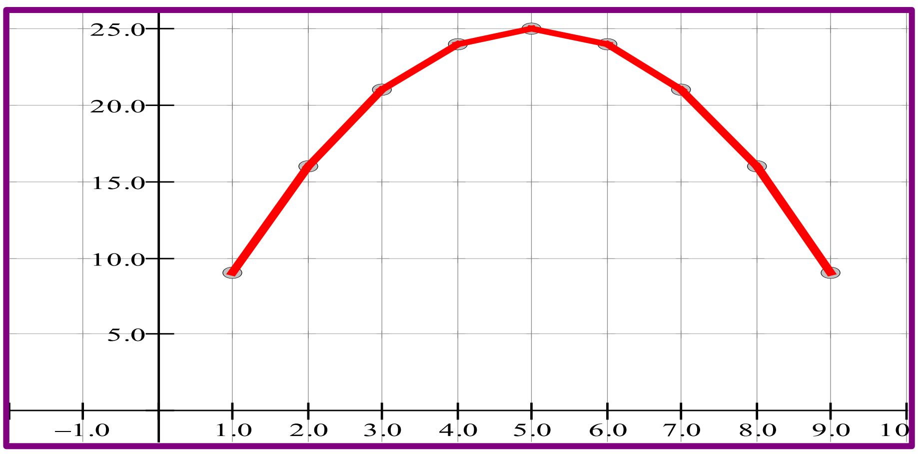
S4.

a)	b)
	

S5.


7.00
6.00
5.00
4.00
3.00
2.00
1.00
1.00 2.00 3.00 4.00 5.00 6.00 7.00 8.00 9.00 10.00

S6.

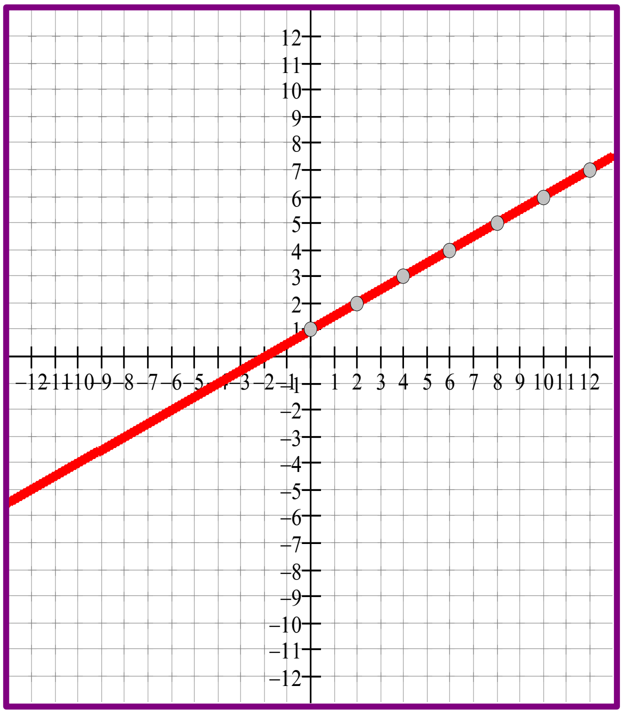

25.0
20.0
15.0
10.0
5.0
−1.0 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0 10

S7.

$$y = \frac{x+2}{2}$$

3º Estudamos se ten sentido unir os puntos.

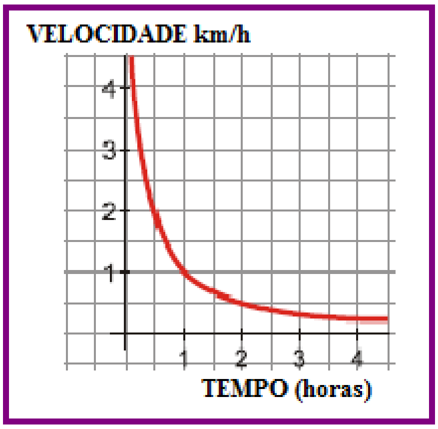
x	y
0	1
2	2
4	3
6	4
8	5
10	6
12	7



S8. *a) Continua crecente b) Descontinua decrecente c) Descontinua crecente.*

S9. *a) Crecente b) Decrecente c) Decrecente d) Crecente*

S10.



a) É decrecente, xa que ao aumentar o tempo diminúe a velocidade.

b) Cando t = 1 hora, v = 1 km/h

Cando t = 2 horas, v = 0,5 km/h

Cando t = 15 minutos, v = 4 km/h

c) Ao aumentar o tempo, a velocidade tende a cero.

S11. a) *Máximo absoluto* $(-8, 8)$

Máximos relativos $(-2, 2)$ *e* $(2, 2)$

Mínimo absoluto $(-5, -5)$

Mínimo relativo $(0, 0)$

b) Máximo absoluto (8,8)

Máximo relativo (2,2)

Mínimo absoluto (5,-5)

Mínimo relativo (0,0)

S12.

$a) f_{(x)} = -3x + 9$ Para $x = 0$ $y = 9$ corte co eixe Y $(0, 9)$ Para $y = 0$ $x = 3$ corte co eixe X $(3, 0)$	c) $f_{(x)} = -6x - 4$ Para $x = 0 y = -4$ corte co eixe Y $(0, -4)$ Para $y = 0 x = -\frac{2}{3}$ corte co eixe X $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$
$b) f_{(x)} = x^2 - x - 2$ Para $x = 0$ $y = 2$ corte co eixe Y $(0, 2)$ Para $y = 0$ $x = 2\ e\ x = -1$ cortes co eixe X $(2, 0)\ e(-1, 0)$	d) $f_{(x)} = x^2 - 4x + 4$ Para $x = 0\ y = 4$ corte co eixe Y $(0,4)$ Para $y = 0$ $y = 2$ corte co eixe X $(2,0)$

S13.

a) *42 minutos a 1.800 m.*

b) 30 minutos.

c) A 2.900 m, á hora e media da engalaxe.

d) Aos 30 minutos da engalaxe alcanza os 1.800 m e segue voando a esa altura durante 42 minutos. Os seguintes 18 minutos ascende ata os 2.900 m, que é a altura máxima que alcanza. Os seguintes 36 minutos descende ata os 1.600 m e logo volve subir ata os 1.900m, o que lle leva 18 minutos, por último descende durante 36 minutos ata que toma terra.

S14.

a) Máximo absoluto $(0.25,\ 10)$

Mínimo absoluto $(-2, -45)$

Mínimo relativo $(2.25,\ 27)$

b) Máximo absoluto $(0, 0)$

Mínimo absoluto $(-1.25, -3.5)$

Mínimo relativo $(1, -1)$

S15. *Máximo* $(3, 3)$ *Mínimo* $(6, -1)$

Crecente de $x = -1\ a\ x = 3$

Decrecente de $x = 3\ a\ x = 6$

Crecente de $x = 6\ a\ x = 10$

S16.

a) Máximo absoluto $(-1,\ 8)$
Mínimo absoluto $(2, -4)$

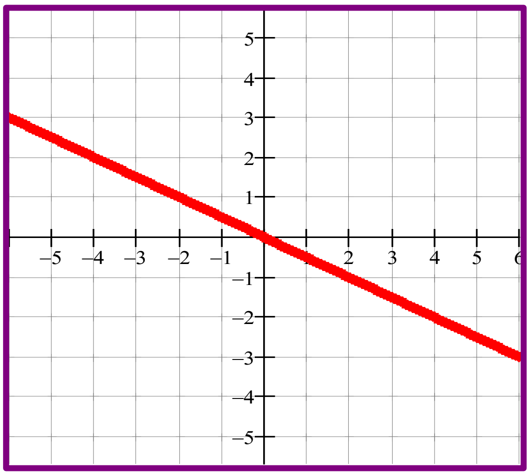
b) Máximo absoluto $(-1, 4)$

Mínimo absoluto $(1,\ 0)$

S17.

a) $y = -\frac{1}{2}x$

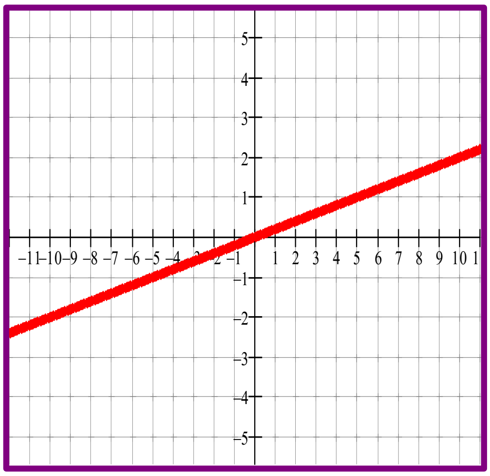
x	0	2	4	6	-2	-4
y	0	-1	-2	-3	1	2



3º A pendente é m = $-\frac{1}{2}$

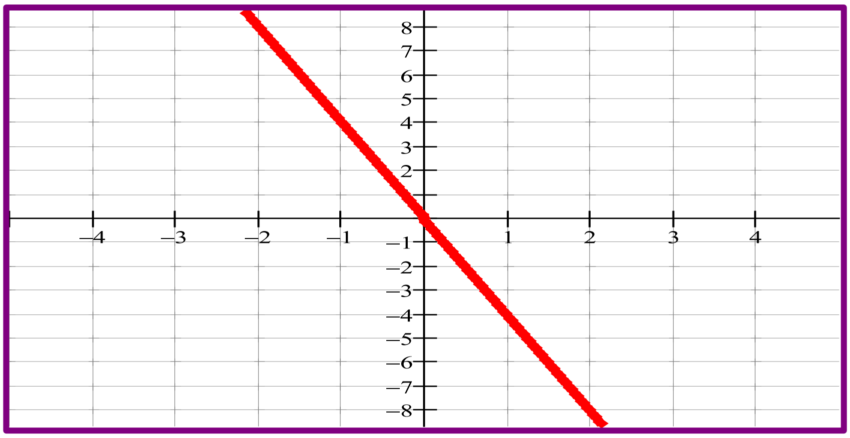
b) $y = \frac{1}{5}x$

x	0	5	10	-5	-10
y	0	1	2	-1	-2



3º A pendente é m = $\frac{1}{5}$

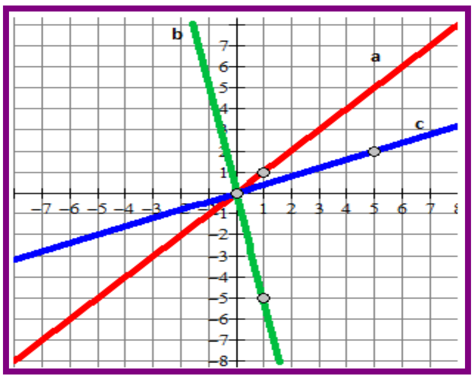
S18.

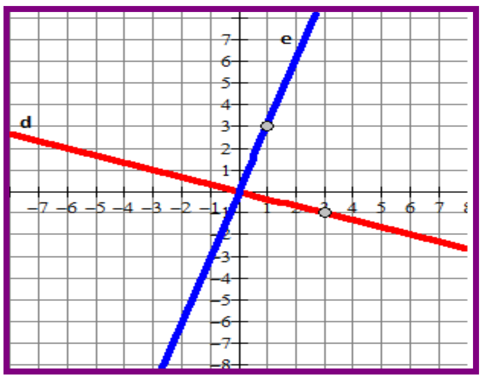


S19. *a) D* *b) C* *c) A* *d) B*

S20. *a)* $y = -\frac{1}{2}x$ *b)* $y = \frac{1}{6}x$ *c)* $y = 6x$

S21.



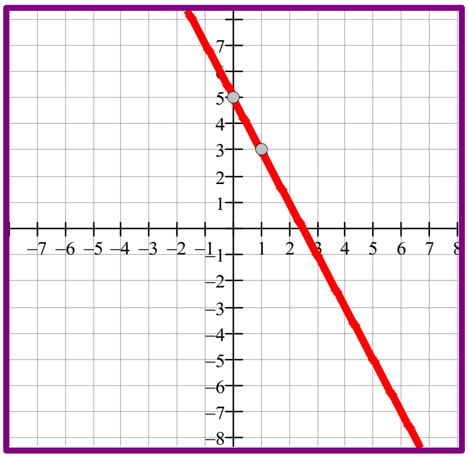
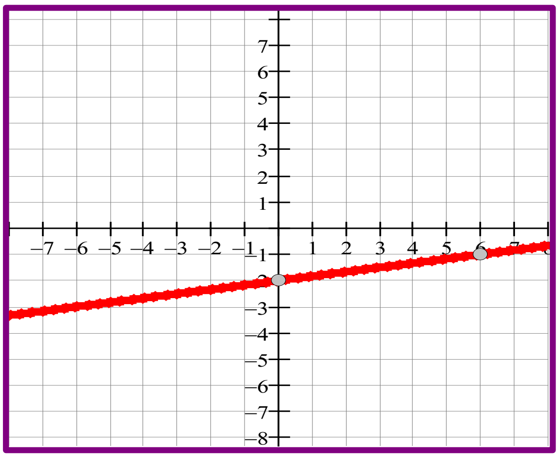
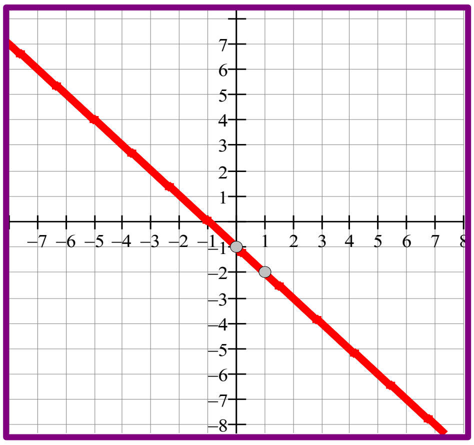
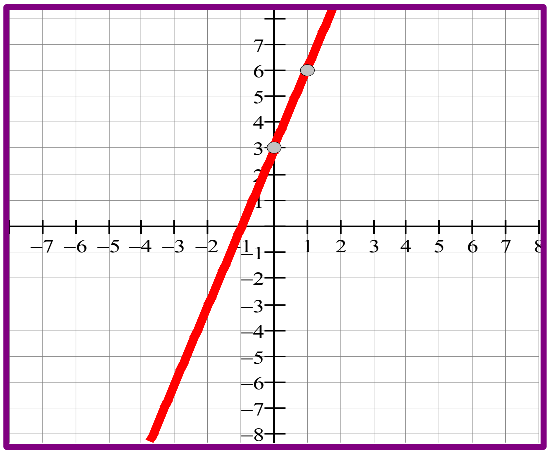


S22. *a) C* *b) A* *c) B* *d) D*

S23. $s = \frac{3}{2}x - 3$ $r = -2x + 4$

S24. *a)* $y = \frac{2}{5}x + 4$ *b)* $y = -x - 2$ *c)* $2x + \frac{1}{5}$

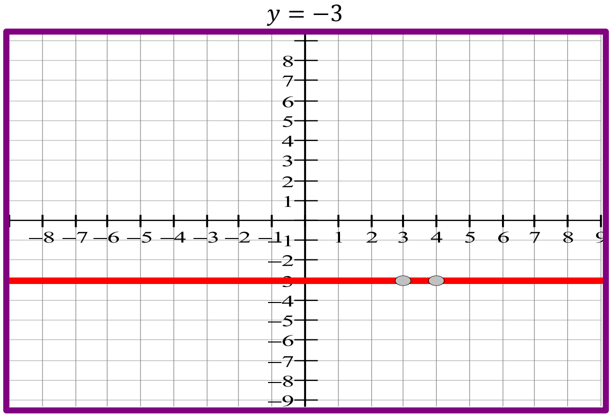
S25.

a)	b)
	
c)	d)
	

S26. *a)* $y = 8$ *b)* $y = 8$ *c)* $y = 0$ *d)* $y = -6$

S27.

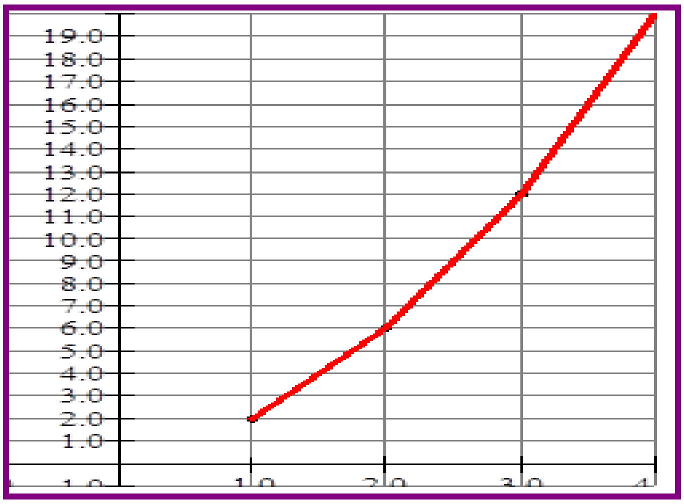
$y = -3$



4.2 Solucións das actividades finais

S28.

x	1	2	3	4
$y = x \cdot (x+1)$	2	6	12	20



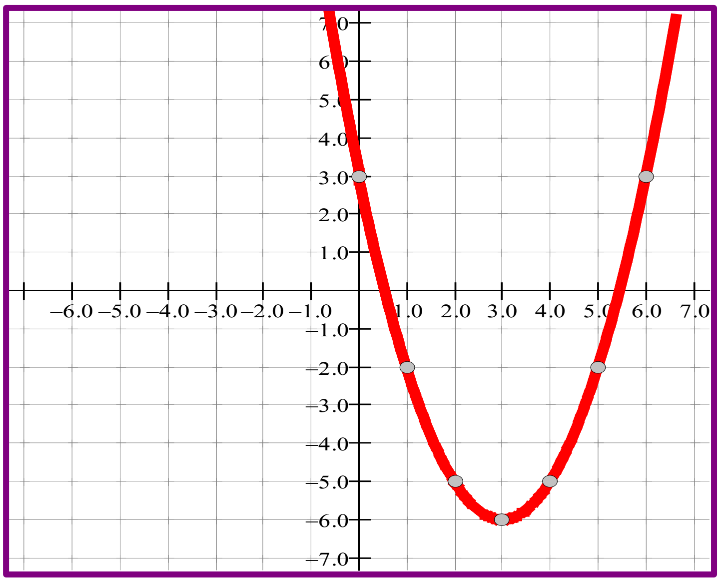
S29.

A cada número correspóndelle a área dun cadrado que ten por lado dito número.	Si, porque cada número só ten un cadrado.
A cada día do mes correspóndenlle as temperaturas máxima e mínima que se alcanzaron nese día.	Non, porque a cada día lle corresponden dúas temperaturas.
Asignamos ao número de pasaxeiros de distintos autobuses o peso total dos pasaxeiros.	Non, porque, cun mesmo número de pasaxeiros, poden ter distintos pesos.
A cada valor da base dun triángulo correspóndelle o valor da súa altura.	Non, porque pode haber triángulos con distintas alturas cun mesmo valor da base.

S30.

$$y = x^2 - 6x + 3$$

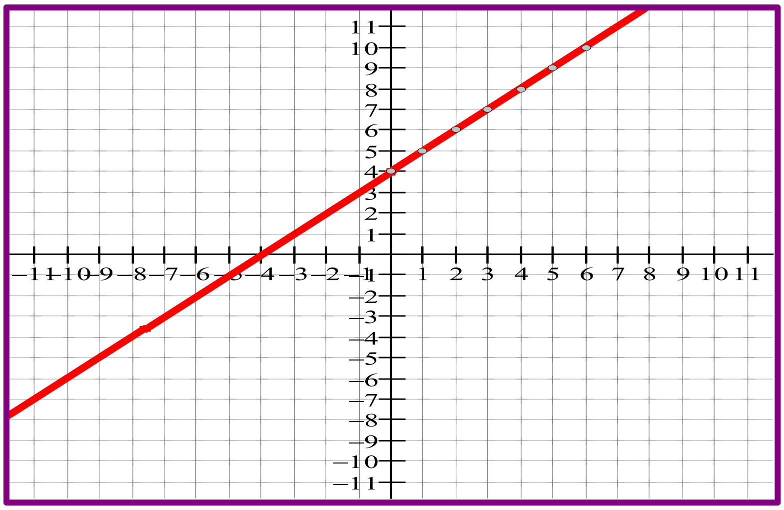
x	y
0	3
1	-2
2	-5
3	-6
4	-5
5	-2
6	3



S31.

$y = x + 4$

x	y
0	4
1	5
2	6
3	7
4	8
5	9
6	10



S32. *É crecente entre $x = -7$ e $x = -3$, e entre $x = 2$ e $x = 4$.*

É decrecente entre $x = -3$ e $x = 2$, e entre $x = 4$ e $x = 9$.

S33. *Máximo $(-1{,}4)$* *Mínimo $(1{,}0)$*

Corte co eixe X $(1{,}0)$ *Corte co eixe Y $(0{,}2)$*

S34. *a) É unha función continua, xa que se pode debuxar sen levantar o lapis do papel.*

b)

Crecente nos seguintes tramos:	Decrecente nos seguintes tramos:
$entre\ x = 0\ e\ x = 20$ $entre\ x = 47\ e\ x = 55$ $entre\ x = 110\ e\ x = 130$ $entre\ x = 150\ e\ x = 163$	$entre\ x = 20\ e\ x = 47$ $entre\ x = 55\ e\ x = 110$ $entre\ x = 130\ e\ x = 150$

c) A altura máxima da gruta é de 20 m e encóntrase a 55 m da entrada.

d) A maior profundidade da gruta é de 10 m baixo o nivel do mar. Encontrámola aos 110 m do percorrido.

e) A altura da gruta está ao nivel do mar aos 95 m e aos 160 m da entrada.

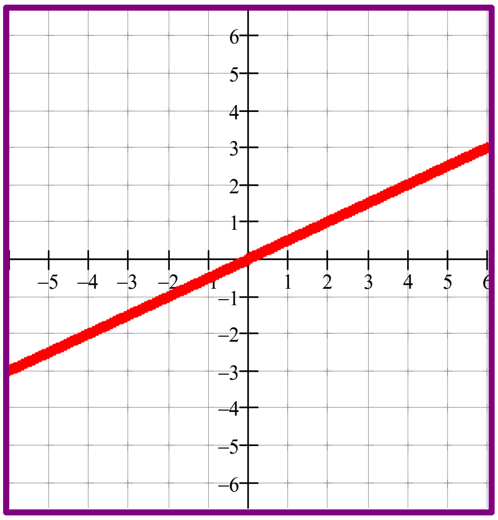
S35.

a) $y = -\frac{2}{5}x + 4$ Corte co eixe Y, para $x = 0, y = 4 \to (0{,}4)$ Corte co eixe X, para $y = 0, x = 10 \to (10{,}0)$	b) $y = x - 2$ Corte co eixe Y, para $x = 0, y = -2 \to (0, -2)$ Corte co eixe X, para $y = 0, x = 2 \to (2{,}0)$
c) $y = x^2 - 4$ Corte co eixe Y, para $x = 0, y = -4 \to (0, -4)$ Corte co eixe X, para $y = 0, x = \begin{matrix} 2 \\ -2 \end{matrix} \to \begin{matrix} (2{,}0) \\ (-2{,}0) \end{matrix}$	d) $y = x(x - 1)$ Corte co eixe Y, para $x = 0, y = 0 \to (0{,}0)$ Corte co eixe X, para $y = 0, x = \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \to \begin{matrix} (0,0) \\ (1{,}0) \end{matrix}$

S36.

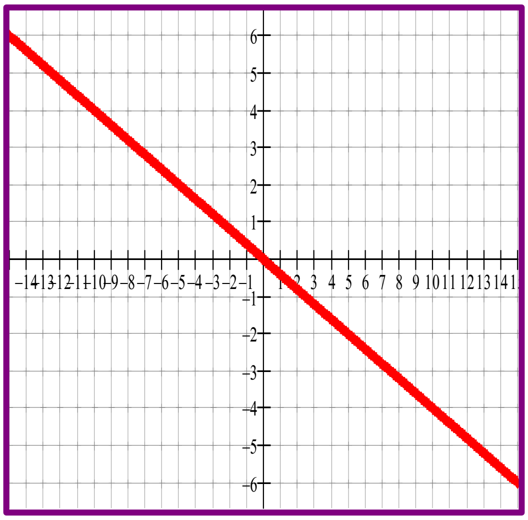
a) $y = \frac{1}{2}x$

x	0	2	4	6	-2	-4
y	0	1	2	3	-1	-2



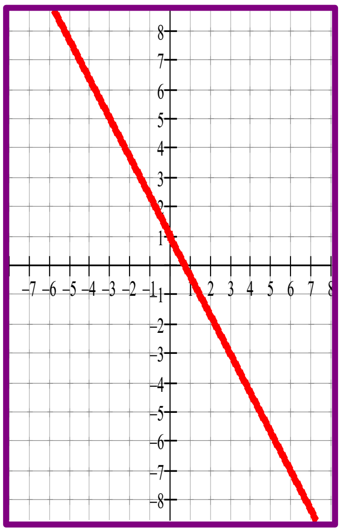
b) $y = -\frac{2}{5}x$

x	0	5	10	15	-5	-10
y	0	-2	-4	-6	2	4

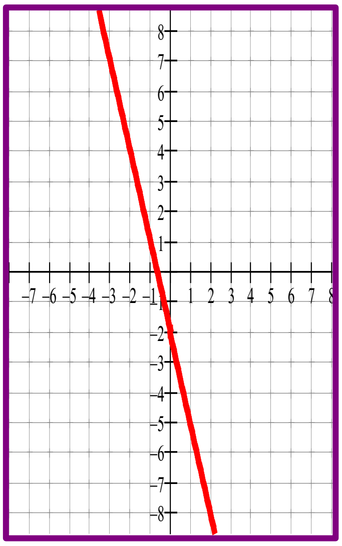


S37.

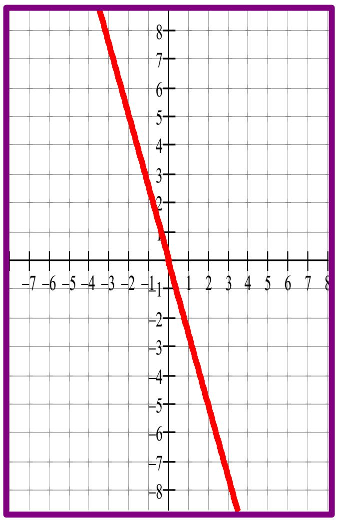
a) $y = -\frac{4}{3}x + 1$



b) $y = -3x - 2$

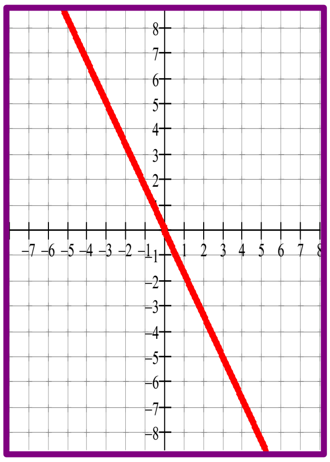


c) $y = -\frac{5}{2}x$

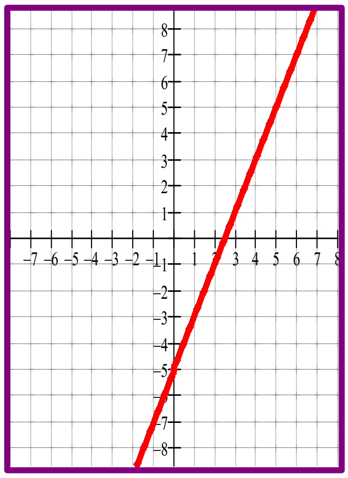


S38.

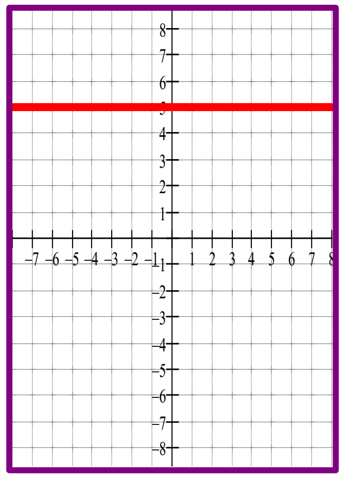
a) $y = -\frac{5}{3}x$



b) $y = 2x - 5$

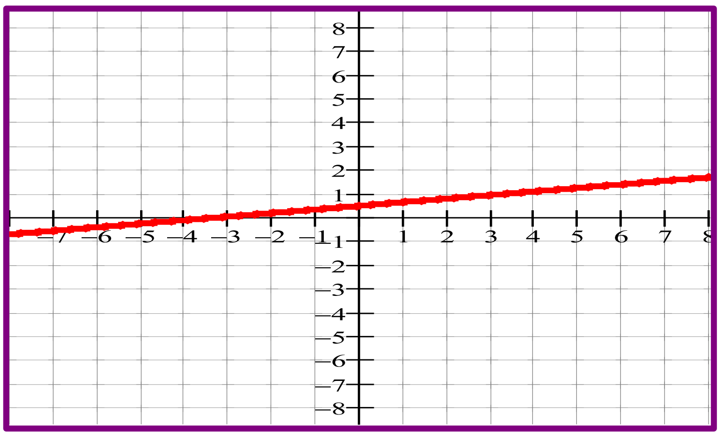


c) $y = 5$



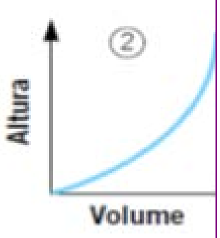
S39.

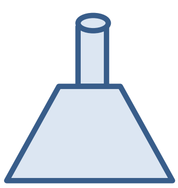
a) $y = 0{,}5 + 0{,}15x$



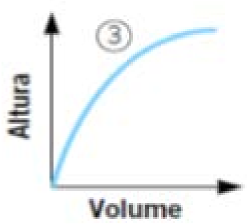
S40.

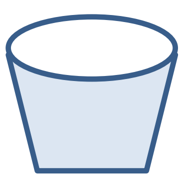
a) É un cono. A medida que crece o volume, a altura crece cada vez máis rápido, por iso a gráfica que lle corresponde é:



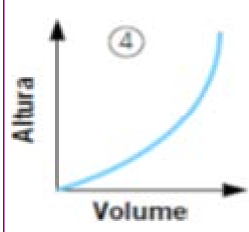


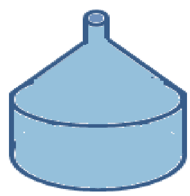
b) É un cono invertido. O crecemento da altura vai diminuíndo segundo imos tendo máis volume. A súa gráfica é:



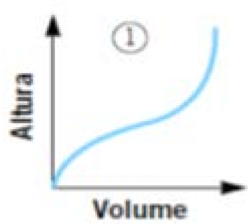


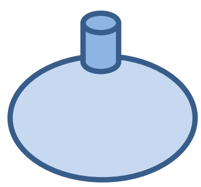
c) A parte baixa é un cilindro, polo que o volume é proporcional á altura, despois é un cono así que, a medida que aumenta o volume, o crecemento da altura acelérase. A gráfica é:





d) É unha esfera, a altura crece máis rápido ao principio e ao final do proceso. A súa gráfica é:





5. Glosario

C	▪ Continuidade	Unha función denomínase continua entre dous valores do eixe de abscisas cando a súa gráfica pode debuxarse sen levantar o lapis do papel.
	▪ Cortes cos eixes	Nunha función, son os puntos onde esta función corta co eixe de abscisas (eixe X) e onde corta co eixe de ordenadas (eixe Y).
	▪ Crecemento	Dicimos que unha función é crecente nun tramo cando, ao aumentar “x”, aumenta “y”.
D	▪ Decrecemento	Dicimos que unha función é decrecente nun tramo cando, ao aumentar “x”, diminúe “y”.
	▪ Diagrama de barras	Representación da relación entre dúas magnitudes nun sistema de coordenadas mediante barras de lonxitude proporcionais á cantidade dos datos e apoiadas no eixe horizontal.
	▪ Diagrama de liñas	Representación gráfica nun eixe de coordenadas. No eixe horizontal sitúase a variable medida e no vertical, o valor que esta alcanza en cada medida, unindo os puntos así obtidos cunha liña continua.
	▪ Diagrama de sectores	Representación gráfica mediante un círculo cuxa superficie está dividida en sectores proporcionais ao valor dunha variable.
	▪ Descontinuidade	Unha función é descontinua entre dous valores do eixe de abscisas cando para debuxar a súa gráfica hai que levantar o lapis. Os puntos onde non é continua a función chámanse puntos de descontinuidade.
F	▪ Función	Unha función é unha relación entre dúas magnitudes, de maneira que a cada valor da primeira magnitude asóciaselle un único valor da segunda.
	▪ Función afín	A función afín ten a ecuación $y = mx + n$. Represéntase por unha recta que non pasa pola orixe de coordenadas. Corta o eixe Y no punto (0,n).
	▪ Función constante	A función constante ten a ecuación $y = k$. Nesta función o valor de “y” non depende de “x”. Represéntase por unha recta paralela ao eixe de abscisas a unha distancia “k” deste.
	▪ Función lineal	A función lineal ou de proporcionalidade relaciona dúas magnitudes proporcionais. Ten a ecuación $y = mx$. Represéntase por unha recta que pasa sempre pola orixe de coordenadas, a constante de proporcionalidade é “m” e ten que ver coa inclinación da recta.
M	▪ Máximo	Chámase máximo dunha función ao punto no que a ordenada toma o maior valor. O punto máis alto da función.
	▪ Máximo relativo	Nunha función, son os puntos nos que súa ordenada é maior que a dos puntos do seu arredor, tanto a súa dereita como a súa esquerda.
	▪ Mínimo	Chámase mínimo dunha función ao punto no que a ordenada toma o menor valor. O punto máis baixo da función.
	▪ Mínimo relativo	Nunha función, son os puntos nos que súa ordenada é menor que a dos puntos do seu arredor, tanto a súa dereita como a súa esquerda.
P	▪ Pendente dunha recta	A pendente dunha recta indica a súa inclinación, tendo en conta a súa situación con respecto ao eixe X e ao eixe Y. Se “m” é positiva, a recta é crecente e sitúase nos cuadrantes I e III. Se “m” é negativa, a recta é decrecente e sitúase nos cuadrantes II e IV.
V	▪ Variable independente	É aquela cuxo valor non depende doutra variable. Nunha función é o valor de “x” e represéntase no eixe de abscisas.
	▪ Variable dependente	É aquela cuxos valores dependen dos que tome outra variable. Nunha función desígnase por “y” ou $f_{(x)}$ e represéntase no eixe de ordenadas.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Libros para a educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito científico-tecnolóxico. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.
- Matemáticas ESO1. Ed. Anaya. 2016
- Matemáticas ESO2. Ed. Anaya. 2016
- Matemáticas. Serie Resuelve. 2º ESO. Editorial Santillana.

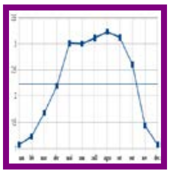
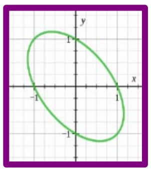
Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- http://www.vitutor.com
- http://matematicasmodernas.com
- http://www.apuntesmareaverde.org.es
- http://www.lasmatematicas.es
- http://www.recursos.cnice.mec.es

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizadas nesta unidade didáctica

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DO RECURSO (2)
 RECURSO 1	▪ Autoría: Goberno de Aragón ▪ Licenza: Plataforma e-educativa aragonesa: uso educativo no comercial para plataformas. ▪ Procedencia: http://e-ducativa.catedu.es	 RECURSO 2	▪ Autoría: Ministerio de Educación Cultura y Deporte. ▪ Licenza: uso educativo ▪ Procedencia: http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/55/cd/modulo_5/evoluciones.html
 RECURSO 3	▪ Autoría:Georg-Johann ▪ Licenza:GNU Free Documentation Licence ▪ Procedencia: https://es.wikipedia.org/wiki/Elipse		: