

Unidade didáctica 5: Funcións

Concepto de Función. Crecemento e decrecemento. Máximos e mínimos dunha función

Se temos dous conxuntos X e Y e a cada elemento de X lle asociamos outro, pero so un de Y, isto é o que imos chamar función: $f(x) \rightarrow y$
denotara a función que vai dende X cara Y

$$f: X \longrightarrow Y$$

$$x \longrightarrow 3 \cdot x$$

Exemplo: sexa a función

As imaxes dos números -2, -1, 0, 1 e 2 serán as seguintes:

$$f(x) = 3x$$

$$f(-2) = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1) = -3$$

$$f(0) = 3 \cdot 0 = 0$$

$$f(1) = 3 \cdot 1 = 3$$

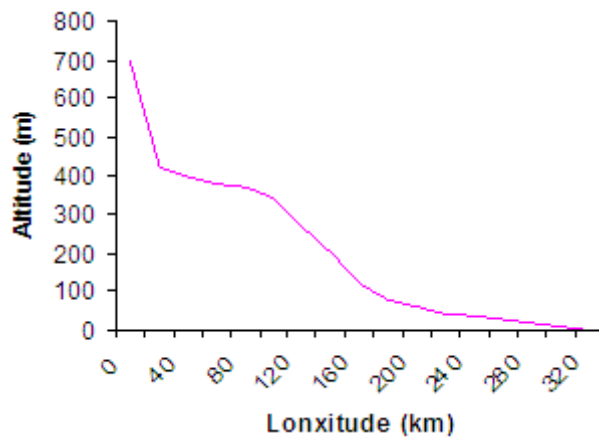
$$f(2) = 3 \cdot 2 = 6$$

Cando se cumpre que se $a \leq b$, daquela a imaxe de $a \leq$ imaxe de b , a función dirase que é **crecente**; noutro caso diremos que é **decrecente**.

Entendese que $f(a)$ e $f(b)$ son as imaxes de a e de b respectivamente. Notemos tamen que tanto $f(a)$ como $f(b)$ son elementos do conxunto Y, pois f leva os elementos de X en elementos de Y.

Por outra banda, cando se cumpre que $f(a)$ é o maior dos elementos de imaxe, diremos que a función ten un **máximo** en a .

Pola contra, se fose o menor valor dos da imaxe, diremos que a función ten en a un **mínimo**.



Podemos observar nesta grafica que no Km 320 ten un mínimo, e ademais tratase dunha función decrecente

Táboas de valores. Representación de certas magnitudes nun eixe de coordenadas

Táboa de valores

Nunha táboa de valores relacionanse dúas variables de xeito que a un valor de unha, que nos establecemos para o seu estudo e que chamamos **variable independente**, lle corresponde un valor da outra, que chamamos **variable dependente**, xa que depende da primeira.

Conecemos como **táboa de valores** a presentación dos datos que relaciona, en columnas ou ringleiras, os valores da variable independente cos da variable dependente.

Imos utilizar o exemplo anterior para ver a táboa de valores asociada a función $f(x)=3 \cdot x$

$y = 3x$	x	y
$y = 3 \cdot (-2) = -6$	-2	-6
$y = 3 \cdot (-1) = -3$	-1	-3
$y = 3 \cdot 0 = 0$	0	0
$y = 3 \cdot 1 = 3$	1	3
$y = 3 \cdot 2 = 6$	2	6

Chamamoslle a x variable independente, e a y variable dependente (xa que depende do que valla o x)

Imos ver alguns exemplos conocidos de funcións.

En ocasións dúas variables están relacionadas entre si por unha expresión alxébrica que permite calcular o valor da variable dependente para cada valor da variable independente. Un exemplo desta relación é a que se dá entre a superficie dun cadrado e o seu lado.

$$S = l^2$$

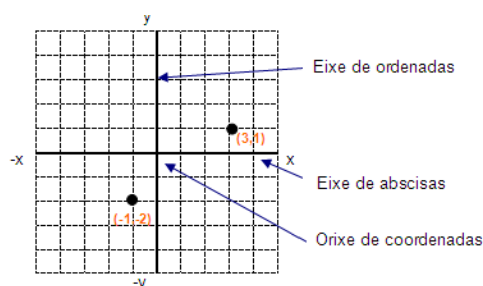
A relación anterior é unha función. A variable independente é o lado (l) e a superficie (S) é a variable dependente.

O xeito máis común de escribir unha función é empregando as letras x para a variable independente e y para a variable dependente. A relación anterior, entre a superficie dun cadrado e o seu lado, podería escribirse tamén así:

$$y = x^2$$

Representación dunha función nun eixe de coordenadas

Se queremos representar graficamente unha función temos que facelo sobre un sistema de coordenadas cartesiano, onde cada punto aparece situado por dúas coordenadas: a abscisa e a ordenada. As abscisas mídense sobre o eixe horizontal e as ordenadas sobre o vertical.



A cada par ordenado (abscisa e ordenada) correspóndelle un punto no plano. Os valores positivos de abscisas e ordenadas mídense cara a dereita e cara arriba, respectivamente, e os negativos nos sentidos contrarios.

Para representar graficamente unha función hai que dar os pasos seguintes:

- Formar a táboa de valores facendo os cálculos establecidos pola propia función.

- Representar cada par de valores (abscisa e ordenada) como un punto no sistema de coordenadas.
- Unir os puntos cun trazo continuo.

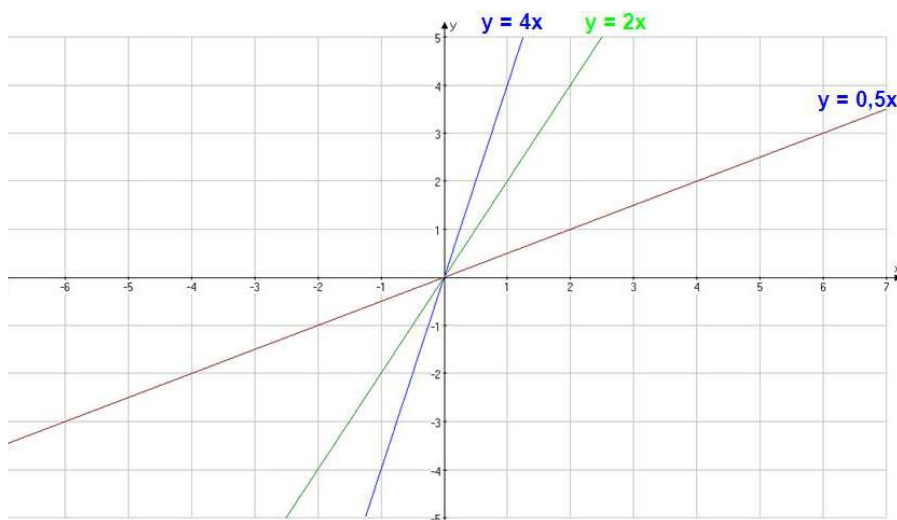
Imos ver no seguinte punto a representacion das funcions mais importantes que traballaremos neste curso

Exemplos de función

Funcións lineais ($y = mx$)

As funcións que tenen como representación gráfica unha recta que pasa pola orixe de coordenadas reciben o nome de **funcións lineais**. Tenen todas a forma $y = mx$, onde x é a variable independente, y é a variable dependente e m , o coeficiente de x , é unha constante, ten sempre o mesmo valor.

As funcións $y = 4x$, $y = 2x$, $y = 0,5x$... son todas funcións lineais, xa que a súa representación gráfica é unha recta que pasa pola orixe de coordenadas. O coeficiente de x é o responsable da inclinación da recta e por iso recibe o nome de **pendente**. Canto maior sexa o seu valor, maior ha ser a inclinación da recta.



Dicimos que as funcións lineais son de proporcionalidade directa porque as magnitudes representadas polas súas variables independente e dependente son directamente proporcionais.

Duas magnitudes son directamente proporcionais se se obten unha multiplicando a outra por un número. As magnitudes de prezo e peso referidas a un produto como o azucre son directamente proporcionais. Suponamos que 1 kg de azucre custa 1,25 euros. Se representamos por x o prezo de 1 kg e por y o custo total, a función $y = 1,25x$ e a función asociada a esa proporcionalidade e podemos construír a taboa de valores e a representación gráfica da función

$$y = 1,25x$$

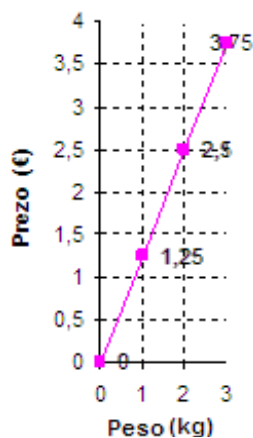
$$y = 1,25 \cdot 0 = 0$$

$$y = 1,25 \cdot 1 = 1,25$$

$$y = 1,25 \cdot 2 = 2,50$$

$$y = 1,25 \cdot 3 = 3,75$$

Peso (kg)	Prezo (€)
0	0
1	1,25
2	2,50
3	3,75

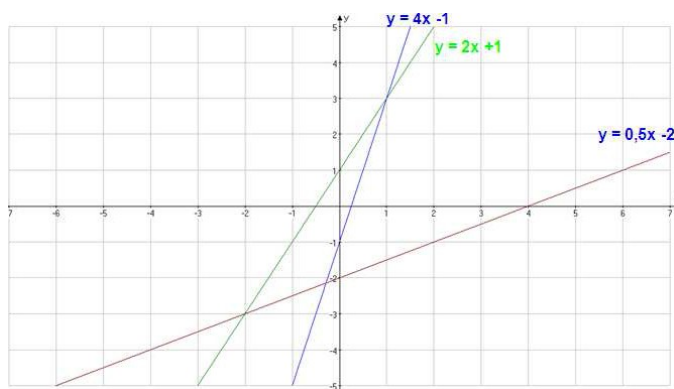


Funcións afíns ($y = mx+b$)

As funcións que tenen como representación gráfica unha recta que non pasa pola orixe de coordenadas reciben o nome de funcións afíns.

Tenen todas a forma $y = mx + b$, onde x é a variable independente, y é a variable dependente, m , o coeficiente de x , é unha constante chamada pendente e b é tamen unha constante que indica o valor da ordenada cando $x = 0$. É por iso que se chama ordenada na orixe.

As funcións $y = 4x - 1$, $y = 2x + 1$, $y = 0,5x - 2$... son todas afíns, xa que a súa representación gráfica é unha recta que non pasa pola orixe de coordenadas.



Funcións constantes ($y = c$)

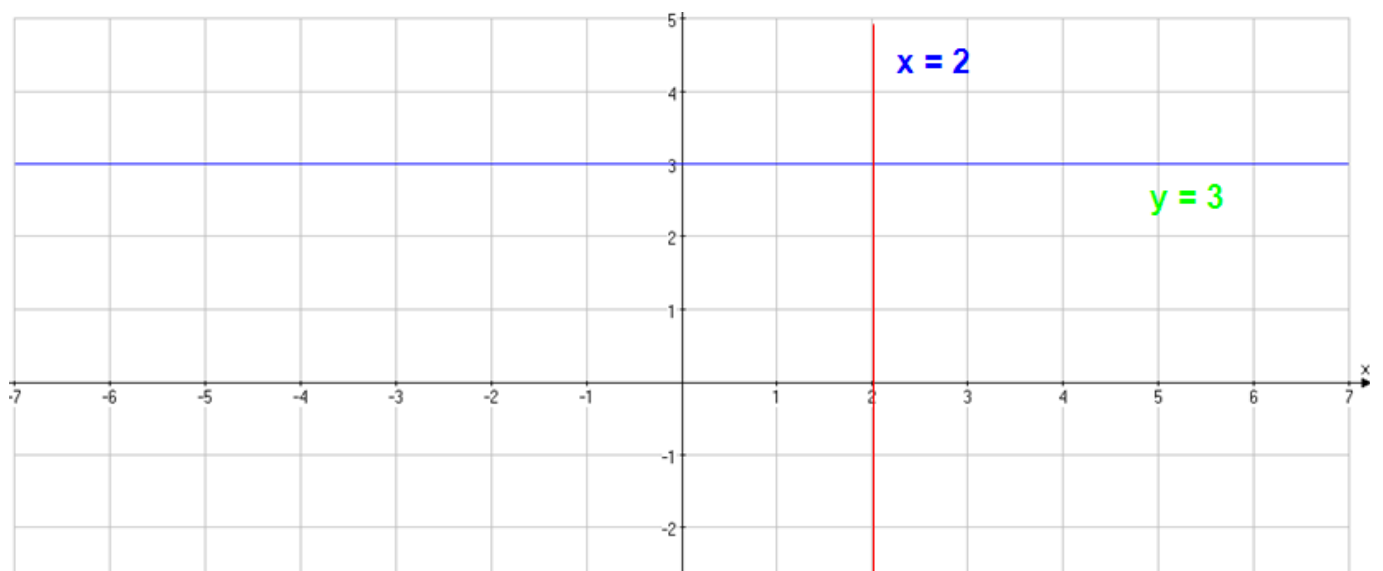
As funcións nas que calquera das variables toman sempre o mesmo valor chámense funcións constantes. A representación destas funcións é unha recta paralela a un dos eixes.

As funcións $y = 3$, $x = 2$... son exemplos de funcións constantes.

Se construímos a taboa de valores de cada unha delas veremos que, independentemente de cal sexa o valor da outra variable, o valor de y e de x permanece constante.

$y = 3$	
x	y
-2	3
-1	3
0	3
1	3
2	3

$x = 2$	
x	y
2	-2
2	-1
2	0
2	1
2	2



Actividade resolta

Queremos representar graficamente a función $y = x^2$ que, como xa indicamos, permite calcular a superficie dun cadrado en función do seu lado.

- Construimos a taboa de valores.
- Situamos os pares (abscisa e ordenada) nun sistema de coordenadas.
- Unimos os puntos cunha liña.

$$y = x^2$$

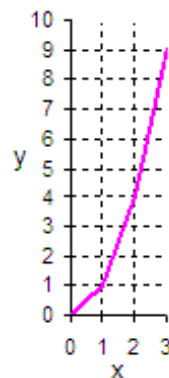
$$y = 0^2 = 0$$

$$y = 1^2 = 1$$

$$y = 2^2 = 4$$

$$y = 3^2 = 9$$

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9



Actividades propostas

1- A función que asocia a cada número enteiro o seguinte podemos escribila coa expresión alxébrica $y = x + 1$. Represente graficamente a función seguindo os pasos enunciados na actividade anterior.

2- A función que asocia a cada número o seu triplo podemos escribila coa expresión alxébrica $y = 3x$. Represente graficamente a función seguindo os pasos coñecidos.

3- A función que asocia a cada número enteiro a súa metade podemos escribila coa expresión alxébrica $y = x/2$. Represente graficamente a función seguindo os pasos coñecidos.

4- Represente graficamente as funcións seguintes:

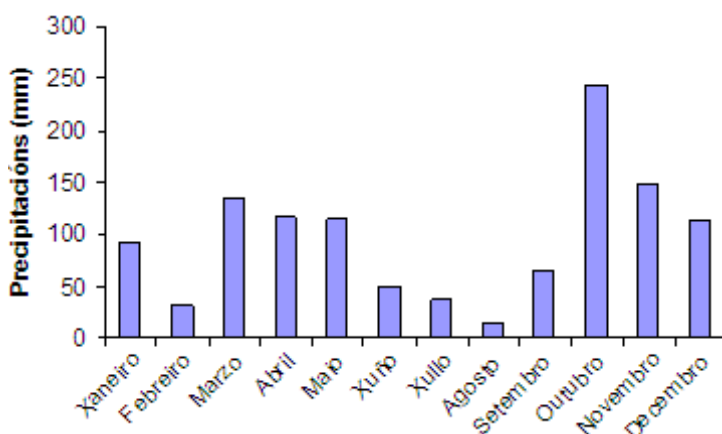
- $y = -2$
- $x = -1$
- $y = 5$
- $x = -3$

Formas de representación

Para establecermos a dependencia ou relación entre dous valores podense usar taboas de valores ou gráficas. A vantaxe das gráficas é seren máis atractivas para a súa análise e, xa que logo, máis apropiadas para un estudo directo e rápido da situación que se quere describir. O xeito de representar unha determinada situación é fundamental para poder comprendela. Así, se vemos un gráfico pintado de varias cores, será moi sinxelo distinguir a proporción de datos diferentes.

Imos ver as principais formas de representar unha situación dada

Diagrama de barras

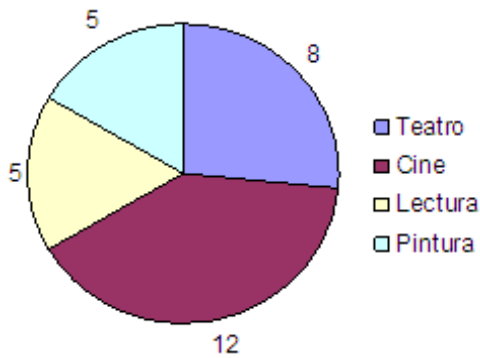


Para o construír, comece debuxarmos dúas liñas perpendiculares que se crucen nun punto, isto é un sistema de coordenadas. O máis usual é que se crucen na parte inferior esquerda do gráfico, pero non sempre é así; ás veces as barras van cara a abaixo ou cara aos lados. Na liña horizontal sitúase a variable que queremos estudar, no caso que se propoña nas actividades, os destinos preferidos (os nomes das cidades) e na liña vertical os datos que corresponden a cada destino, isto é, o número de viaxeiros con destino a cada cidade. Despois hai que decidir o grosor de cada barra, que é o mesmo en todas, e debúxanse

barras de lonxitude proporcional ao numero de viaxeiros, que apoian a sua base no lugar do eixo horizontal onde se situa cada cidade destino.

Para o completar, escribese un titulo e un texto para cada eixo e coloreanse as barras.

Diagrama de sectores



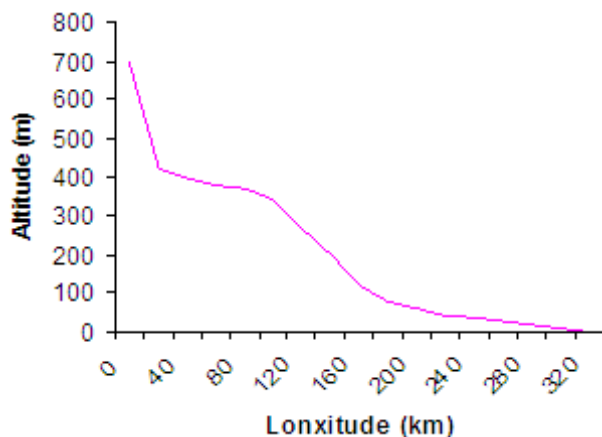
Para construír un diagrama de sectores hai que empezar por debuxar un círculo. Despois hai que dividir a superficie do círculo en sectores proporcionais ao valor da variable que se queira representar. Para iso hai que sumar o valor de todas as variables, e conecer así o valor que corresponde ao total do círculo, e a partir deste valor, calcular a parte do círculo que corresponde a cada variable. Cada sector calculase tendo en conta que o círculo completo ten 360º, que corresponden a suma de todas as variables.

suma das variables $\rightarrow 360^\circ$

valor dunha variable $\rightarrow x^\circ$

Cun transportador asignamoslle a cada sector os graos que lle corresponden, dividimos totalmente o círculo, coloreamos cada sector, asignamoslle a cada sector un nome e un valor, e escribimos o título do gráfico.

Gráfico de liñas



Na construción dun gráfico de liñas partese tamen, como no diagrama de barras, de dous eixes, un horizontal e outro vertical. No horizontal situase a variable medida e no vertical o valor que esta alcanza en cada medida. Para rematar, os puntos así obtidos unense cunha liña continua, que pode ser curva ou de trazos rectos.

Actividade proposta

5-Analice a situación descrita na *táboa de valores* seguinte, na que se relacionan tempos e espazos percorridos por unha persoa nun paseo no que o camiño non é uniforme (hai costas e planos):

Tempo (min)	Distancia (km)
0	0
15	0,5
30	1,5
45	2
60	3,5

- Cal é variable independente? E a variable dependente?
- Pódese prever con estes datos canto levará camiñado transcorridos outros 15 minutos?

6-Unha axencia de viaxes fai un estudo sobre os destinos preferidos pola súa clientela. Os datos que manexan son os que aparecen na táboa de valores:

Destino	Nº Viaxeiros
Barcelona	32
Madrid	50
Sevilla	25
Bilbao	15
Valencia	36
Zaragoza	25
Cáceres	20
Murcia	12

Represente os datos nun diagrama de barras.

Resumo de contidos

- **Concepto de función** .función é cando temos dous conxuntos X e Y e a cada elemento de X lle asociamos outro, pero so un de Y.
- **Función Decrecente** nun punto cando "baixa" en todos os puntos de seu entorno.
- **Función Crecente** nun punto cando "sube" en todos os puntos de seu entorno.
- Unha función presenta un **máximo** nun punto si é crecente a esquerda dese punto e decrecente a dereita.
- Unha función presenta un **mínimo** nun punto si é decrecente a esquerda dese punto e crecente a dereita.
- Nunha taboa de valores relacionanse dúas variables de xeito que a un valor de unha, que chamamos **variable independente**, lle corresponde un valor da outra, que chamamos **variable dependente**, xa que depende da primeira.
- Coñecemos como **taboa de valores** a presentación dos datos que relaciona, en columnas ou ringleiras, os valores da variable independente cos da variable dependente.
- **Sistema de coordenadas**. Establecese para representar unha función alxébrica.
- Funcións. Son **lineais** as que teñen a forma $y = ax$. As de forma $y = ax + b$ chámanse **afíns** e as da forma $y = a$, **constantes**.
- **Gráficos**: permiten presentar os datos dun xeito máis claro:
 - **Diagramas de barras**: empreganse rectángulos con alturas proporcionais aos datos.
 - **Diagramas de sectores**: cada sector é proporcional a un dato.
 - **Gráficos lineais**: empreganse cando se quere dar idea de continuidade