- 1.- Repaso de los números naturales.
  - 1.1.- Características del sistema decimal.
    - 1.1.1.- Es decimal
    - 1.1.2.- Es posicional
    - 1.1.3.- Se puede descomponer.
- → Actividades
  - 1.2.- Repaso de las operaciones básicas con números naturales y sus propiedades.
  - 1.2.1. La suma

Propiedad conmutativa

Propiedad asociativa

Elemento Neutro

- 1.2.2. La resta
- 1.2.3. La multiplicación

Propiedad conmutativa

Propiedad asociativa

Elemento neutro

Propiedad distributiva

- 1.2.4. La división
- 2.- Los números enteros positivos y negativos.
  - 2.1.- Valor absoluto de un número
    - 2.1.1. Opuesto de un número entero.
  - → Actividades
  - 2.2. Suma de números enteros
  - → Actividades
  - 2.3.- Resta de números enteros.
  - → Actividades
  - 2.4.- Multiplicación de números enteros. (No es materia de examen)
  - → Actividades

# 1.- Antes de profundizar en los números enteros negativos veamos un **repaso de los** números naturales.

Los números naturales surgieron debido a la necesidad que siente el ser humano de contar lo que le rodea. El conjunto de los números naturales se designa con la letra mayúscula N, y está compuesto por los siguientes elementos:  $N = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,?\}$ . Este conjunto de números es ilimitado, ya que, dado un número cualquiera siempre se puede obtener el siguiente solo con sumarle una unidad al anterior así hasta el infinito. ¿Fácil verdad? Los números naturales los utilizamos:

- Como cardinales: para indicar el número de elementos de un conjunto. 4 sillas, 12 huevos, 54 asientos, 5 litros, 62 kilogramos. Te haces una idea, a que si.
- Como ordinales: para indicar la posición o el lugar que ocupa un elemento determinado dentro de un conjunto. (3<sup>er</sup> equipo de la liga, 2º curso de la ESA, 9º participante en la carrera, 5<sup>a</sup> planta etc.....) (Estos también se estudian en lengua como adjetivos pero esa es otra historia).

Nuestro sistema de numeración es el sistema decimal o de base diez.. Es decir, utiliza diez símbolos. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, llamadas cifras. Cada cifra puede ocupar distintos lugares. Estos lugares son los distintos órdenes de unidades.

#### 1.1.- Características del sistema decimal.

- 1.1.1.- Es decimal como el nombre indica: cada diez unidades de una serie forman una unidad de la serie siguiente. Así las unidades están representadas por la primera cifra de la derecha de un número; las decenas vienen indicadas por la segunda cifra; las centenas por la tercera; a continuación vendrían las unidades de millar; decenas de millar; centenas de millar; unidades de millón, decenas de millón etc.
- 1.1.2.- Es posicional: el valor que va a tener cada cifra depende de la posición que ocupe en el número. No es lo mismo el 9 en 918 € que en 19 €
- 1.1.3.- Se puede descomponer. Cualquier número natural se puede descomponer en las distintas series de unidades. Para eso se utiliza la siguiente tabla.

Oio! Fijate que no escribimos 2UM + O CM pasamos directamente al siguiente orden 3 DM

Números	Unida	ades de i	millón	Un	idades de ı	mil	Unida	ides simp	les
Numeros	СМ	DM	UM	Cm	Dm	Um	С	D	U
2. 035. 678			2	0	3	5	6	7	8

Repaso de descomposición de números.

Fijate en la siguiente descomposición del número

2.035.678 = 2UM + 3Dm + 5Um + 6C + 7D + 8U =

2.000.000 + 30.000 + 5.000 + 600 + 70 + 8

Actividad → Haz tu lo mismo con los números de la tabla.

Números	Unidades de millón		Unidades de mil		Unidades simples				
	СМ	DM	UM	Cm	Dm	Um	С	D	U
123									
4.897									
13. 890									
134. 987									
123. 876. 902									

1	23	=
- 1	20	_

123. 876. 902 =

Actividad → Fíjate en el valor de 7 en cada número y completa siguiendo el ejemplo. Ejemplo: 734 Este 7 ocupa el lugar de las centenas. Su valor por lo tanto es 700 unidades. 97 = Este 7 ocupa el lugar de las ......Su valor por lo tanto es ...... 7. 934 = Este 7 ocupa el lugar de las ......Su valor por lo tanto es ...... 876 = Este 7 ocupa el lugar de las ......Su valor por lo tanto es ...... 75. 923 = Este 7 ocupa el lugar de las ......Su valor por lo tanto es ...... 789 = Este 7 ocupa el lugar de las ......Su valor por lo tanto es ......

## 1.2.- Repaso de las operaciones básicas y sus propiedades.

Con los números naturales se pueden realizar las cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, como ya deberías saber. Vamos a hacer un repaso de los conceptos y las propiedades relacionadas con ellos.

- 1.2.1.- LA <u>SUMA</u> : sumar es reunir varias cantidades o cosas homogéneas en una sola. **Los términos de la suma se llaman sumandos**. El **resultado** se llama **suma o total**. La suma cumple las siguientes propiedades:
  - Propiedad conmutativa: la suma no varía al cambiar el orden de los sumandos.

Propiedad asociativa: la suma no varía aunque cambiemos la forma de agrupar los sumandos.

■ <u>Elemento neutro en la suma</u>:el cero. Cualquier número que sumemos al cero es igual al mismo número.

$$a+0 = a$$
 Ejemplo:  $78 + 0 = 78$ 

1.2.2.-LA **RESTA**: consiste en quitarle a una cantidad llamada **minuendo**, otra cantidad menor llamada **substraendo**. El resultado se llama resta o **diferencia**, como ya deberías saber. Si el minuendo es menor que el substraendo, la resta no tiene solución en el conjunto de los números naturales. Tendrá solución cuando conozcamos los números enteros negativos al final de este tema. 5 - 8 =? En IN, no tiene solución.

1.2.3.- LA MULTIPLICACIÓN es una suma abreviada o una suma de sumandos iguales. Los términos de la multiplicación se denominan factores. El resultado se llama producto. Por ejemplo:  $4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 12$ 

La multiplicación puede estar representada o bien por (x) o también por (·) equis o punto. Propiedades de la multiplicación :

■ Propiedad conmutativa: El orden de los factores no altera el producto. .

$$a \times b = b \times a$$
 Ejemplo:  $5 \times 8 = 8 \times 5$   $40 = 40$ 

• Propiedad asociativa: el producto no varía aunque cambiemos la forma de agrupar los factores.

a x (b x c) = (a x b) x c Ejemplo: 
$$4 x (7 x 9) = (4 x 7) x 9 / 4 x 63 = 28 x 9 / 252 = 252$$

■ Elemento neutro: es el uno. Cualquier número que multipliquemos por uno es igual al mismo número.

a x 1 = a Ejemplo: 
$$78 \text{ x1} = 78$$

■ Propiedad distributiva: el producto de un número por una suma (o una resta) es igual a la suma (o resta) de los productos del número por cada sumando.

$$a x (b + c) = (a x b) + (a x c)$$

Ejemplo: 
$$4 \times (5+2) = (4 \times 5) + (4 \times 2)$$
  $4 \times 7 = 20+8$   $28 = 28$ 

$$a x (b - c) = (a x b) - (a x c)$$

Ejemplo: 
$$4 \times (5-2) = (4 \times 5) - (4 \times 2)$$
  $4 \times 3 = 20-8$   $12 = 12$ 

- 1.2.4.- LA **DIVISIÓN** consiste en repartir en partes iguales una cantidad. Los términos de la división son dividendo (D) y divisor (d), cociente (C) el resultado y resto (R) que puede ser 0 u o otro número. En una división el resto ® debe ser siempre menor que el divisor (d). Las divisiones atendiendo al resto (R) pueden ser:
  - Exacta: cuando el resto es cero.
- Entera: cuando el resto es distinto de cero. Lo que significa que el dividendo no es un número exacto de veces el divisor.
  - No se puede dividir por cero, es decir el cero nunca puede estar de divisor.
  - Cero dividido por cualquier número, siempre nos da cero.

Es importante mantener las cuatro operaciones básicas en forma. Para ello os recomiendo que con cierta regularidad repaséis especialmente multiplicaciones, restas y divisiones de al menos dos cifras. Se darán en el futuro por sabidas las tablas de multiplicar. Concluido el repaso de los números naturales y las cuatro operaciones básicas, continuamos con los número enteros y su representación en la recta numérica.

# 2.- LOS NÚMEROS ENTEROS

Los números naturales no son suficientes para dar respuesta a todas las situaciones que aparecen en la vida real. Hay cantidades que, para representarlas, es preciso saber el sentido que dichas cantidades tienen con respecto a un origen previamente conocido. En la siguiente tabla tienes algunos ejemplos en los que son necesarios los números negativos:

* MAGNITUD	-	ORIGEN	+
Fechas	Antes de Cristo (a.d.C.)	Nacimiento de Cristo	Después de Cristo (d.d.C.)
Temperatura	Bajo cero	0°	Sobre cero
Capital	Pasivo	0 euros	Activo
Altitud	Bajo el nivel del mar	Nivel del mar	Sobre el nivel del mar

<sup>\*</sup>Entendemos por magnitud cualquier propiedad física que puede medirse, como las que aparecen en la tabla. El conjunto de los números enteros Z está formado por:

- Enteros negativos: ...-6,-5, -4, -3, -2, -1
- Enteros positivos: +1, +2, +3, +4, +5,+6...
- Número 0

Los números negativos se escriben precedidos del signo menos: -1; -2; -3; -4 - 5 - 6 ...

En los números positivos podemos prescindir del signo. Cuando un número no lleva signo será considerado siempre positivo. Ejemplo + 3 = 3, +4 = 4, + 5 = 5

Los números negativos en las operaciones se escriben entre paréntesis, para evitar que vayan dos signos pegados. Así, para indicar que al número positivo diecisiete le vamos a sumar el número negativo menos nueve escribimos:  $\rightarrow$  17 + (-9)

Los números enteros se representan por el símbolo ℤ, que comprende los enteros negativos, el cero y los enteros positivos.

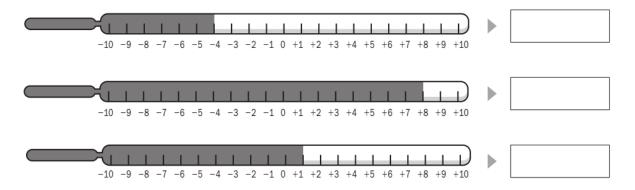
Como los números enteros positivos son iguales que los naturales, podemos prescindir del signo positivo ya que +3=3, +4=4..... Así el conjunto  $\mathbb{Z}$  de los números enteros puede representarse como sigue, infinito por la izquierda e infinito por la derecha:

$$\mathbb{Z}=\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$$

Para ordenar números enteros positivos y negativos tenemos que compararlos, de la misma forma que hicimos con los números naturales a < b siempre que a esté a la izquierda de b en la recta numérica. Del mismo modo, a>b siempre que a esté a la derecha de b en la recta numérica. Observe que el 0 es el origen. A partir de él colocamos las cantidades e indicamos el sentido. Esto sirve para separar los números positivos de los negativos. Los números posteriores al 0, es decir, los mayores a él se indican con el signo (+) o, como quedan representados abajo, sin signo (recuerde que los números sin ningún signo delante son considerados positivos 1= +1; 5 =+5).

Vamos a practicar un poco.

1. Observa los termómetros y escribe la temperatura que marcan.



■ Ahora, rodea el termómetro cuya temperatura esté por debajo de 0 grados.

Ejercicio 1.2.- Ordena de menor a mayor los siguientes números utilizando los símbolos < >

Ejercicio 1.3.- Ahora ordena de mayor a menor utilizando > o < según corresponda.

2. Observa el esquema del ascensor de un edificio de oficinas y escribe a qué planta llegas en cada caso.



- Estás en la planta +1 y subes 2 plantas.
- Estás en la planta +4 y bajas 6 pisos.



Estás en la planta −2 y bajas una planta.

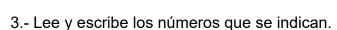


Estás en la planta 0 y subes 4 plantas.



• Estás en la planta +2 y bajas 2 plantas. 

\_\_\_\_\_\_



- A) Tres números mayores que –8 y menores que 6: .........
- B) Tres números menores que 0 y mayores que 7:.....
- C) Tres números comprendidos entre 3 y + 3: .....
- D) Tres números consecutivos mayores que 10 y menores que 0 : .....
  - 4.- Escribe los números que corresponden a cada letra



• A = \_\_\_\_\_

• C = \_\_\_\_\_

• B = \_\_\_\_\_

D = \_\_\_\_\_

#### 2.1.- Valor absoluto de un número

El valor absoluto de un número entero es la distancia (en unidades) que lo separa del cero en la recta numérica. Es, por lo tanto, un número positivo. En la práctica se escribe entre dos barras | y resulta el mismo número sin su signo.

Valor absoluto de 3 = |3| = 3 (distancia en la recta numérica del 3 al 0 = 3)

Valor absoluto de -9 = |-9| = 9 (distancia en la recta numérica del 9 al 0 = 9)

Si comparamos dos enteros positivos será mayor el que tenga mayor valor absoluto.

Si comparamos dos enteros negativos será mayor el que tenga menor valor absoluto.

$$|-8|=8$$
 Así  $-6 > -8$ 

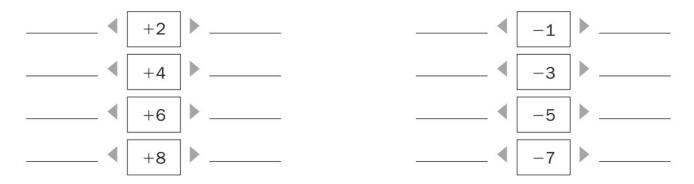
#### 2.1.1.- Opuesto de un número entero

El opuesto de un número entero es su simétrico respecto del cero. Esto quiere decir que un número y su opuesto están a la misma distancia del cero. El opuesto de un número por lo tanto es el mismo número pero con distinto signo.

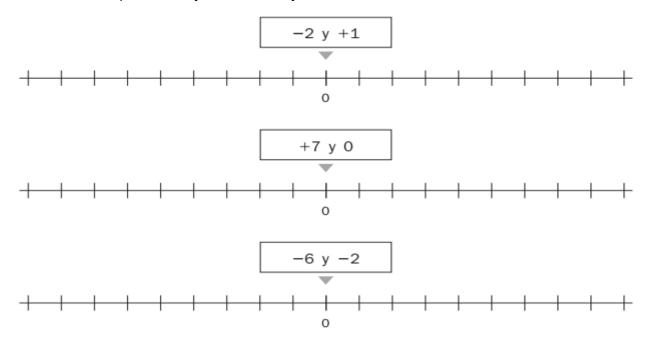
Actividad → En cada caso escribe el opuesto simétrico de los números dados.

56) (-7) (23) (-12) (11)

Actividad → En cada caso, escribe el número anterior y posterior.



Actividad  $\rightarrow$  . Completa las rectas enteras. Después, en cada caso, busca los dos números en la recta correspondiente y rodea el mayor



Actividad → ..- Escribe el signo > o < según corresponda.

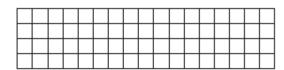
Actividad → En cada recuadro, rodea con rojo el número mayor y con azul, el número menor

Actividad → Utilizando letras de la A a la F representa los siguientes números en la recta.



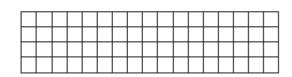
Actividad → ..- Piensa y resuelve estos problemas.

El congelador de un frigorífico tenía una temperatura de -4 °C y después subió 5 grados. ¿Qué temperatura tiene ahora?



Solución: \_\_\_\_\_

Esta mañana el termómetro marcaba -2 °C y ahora marca +3 °C. ¿Cuántos grados ha subido la temperatura?



Solución: \_\_

# 2.2.- Suma de números enteros.

## Para sumar números enteros del mismo signo:

- 1. Se suman sus valores absolutos.
- 2. Ponemos el mismo signo de los números.

11 /15

$$(-2) + (-4) = (-6)$$

## Para sumar números enteros de distinto signo:

- 1. Se restan sus valores absolutos.
- Ponemos el signo que tiene el número con mayor valor absoluto.

$$(+3) + (-7) = -4$$

$$(-3) + (+7) = +4 = 4$$
 \*

1.- Ahora calcula estas sumas con el mismo signo.

$$(+4) + (+6) =$$

$$(-6) + (-4) =$$

$$(+3) + (+5) =$$

$$(+2) + (+7) =$$

$$(-5) + (-2) =$$

$$(-3) + (-6) =$$

$$(+5) + (+4) =$$

$$(-2) + (-9) =$$

$$(-2) + (-4)$$

2.- Sumas con números enteros de distinto signo. Calcula

$$(+5) + (-6) =$$

$$(+2) + (-6) =$$

$$(-5) + (+5) =$$

$$(-4) + (+3) =$$

$$(-7)+(-5) =$$

$$(+2)+(-7)$$

$$(-5)+(+5)$$

$$(-4)+(-9)$$

$$(-1)+(-8)$$

$$(+24)+(-10)$$

$$(-14)+(+15)$$

$$(+3)+(-10)$$

$$(-8)+(-9)$$

$$(+8) + (-2) =$$

$$(-3) + (+7) =$$

3.- Un poco más complicado. Calcula.

$$1 + 5 + (-2) + (-3) =$$

$$2 + (-2) + 1 + (-6) =$$

$$5 + 8 + (-2) + (-1) =$$

$$8 + (-1) + 9 + (-5) =$$

$$7 + 6 + (-8) + 9 =$$

$$9 + (-8) + 9 + (-8) =$$

$$6 + 9 + (-4) + (-1) =$$

$$5 + 3 + (-7) + (-6) =$$

<sup>\*</sup> Cuando el resultado es positivo dejamos el número sin signo.

Cuando estamos sumando números enteros y hay paréntesis, podemos operar de dos formas: Podemos hacer primero las operaciones que hay dentro del paréntesis sustituyéndolas por su resultado

O bien podemos quitar el paréntesis. Al quitar el paréntesis precedido del signo +, los signos de los sumandos que hay dentro no cambian y permanecen con el mismo signo.

Ejemplo resuelto para razonar.  Calcule el resultado de la operación siguiente: -7 + (8-10 +17)		
Sustituimos el paréntesis por su resultado.	Quitamos el paréntesis fijándonos en el signo + que tiene delante.	
-7+ (8-10+17) = -7+ (25-10) = -7+15 = +8 = 8	Paréntesis con signo + delante. No cambia los signos al quitarlo7 + (8-10 +17)=-7 + 8-10 +17=-17 + 25 = +8 = 8	

#### 2.3.- Resta de números enteros.

Para restar dos números enteros, convertimos la resta en una suma con los siguientes pasos:

- 1. Al primero (minuendo) le sumamos el opuesto del segundo (sustraendo).
- 2. Aplicamos la regla de la suma de números enteros. Ejemplo:

La resta la convertimos en una suma:

Minuendo (+ 3)

(+3) - (+7) = (+3) + (-7)

Opuesto del sustraendo

Sustraendo

Resolvemos la suma:

$$\begin{vmatrix} +3 & = 3 \\ -7 & = 7 \\ 0 & = 7 \end{vmatrix} = 7$$

• Como el que es mayor en valor absoluto es el 7 y este tiene signo negativo, el resultado llevará signo negativo.

• (+3) + (-7) = -4

Une cada operación con su resultado.

a) (+4)-(-5) =	1) (-4)+(-5)=-9	g) (-1)-(-8) =	7) (-4)+(+12)=+8=8
b) (-5)-(+5) =	2) . (-5)+(-5)=-10	h) (+1)-(+8) =	8 ) (+1)+(-8)=-7
c) (+4)–(+5)	3) (+4)+(+5)=+9=9	i) (-8)-(-9) =	9) (-1)+(+8)=+7=7
d) (-4)-(+5)	4) (-7)+(+5) =-2	j) (-4)-(-9) =	10) (-8)+(+9) =+1=1
e) (+2)-(-7) =	5) (+4)+(-5)=-1	k) (-4)-(-12) =	11)- (+3)+(+10)=+13=13
f)(-7)-(-5) =	6) (+2)+(+7)=+9=9	l) (+3)-(-10)=	12) (-4)+(+9) = +5=

Cuando existen operaciones de resta de números enteros y hay paréntesis, podemos operar de dos formas: Podemos hacer primero las operaciones que hay dentro del paréntesis y lo sustituimos por su resultado. O bien quitamos el paréntesis. Al quitar el paréntesis precedido del signo –, los signos de los sumandos que hay dentro cambian de signo.

Ejemplo. Calcule el resultado de la operación siguiente: -7 - ( 8-10 +17)				
Substituimos el paréntesis por su resultado.	Quitamos el paréntesis fijándonos en el signo – que tiene delante.			
-7 - (8-10 +17) = -7 - (25-10) = -7 - 15 = -22	Paréntesis con signo – delante. Cambian los signos de los sumandos que hay dentro. $-7 - (8-10+17)=-7-8+10-17=-32+10=-22$			

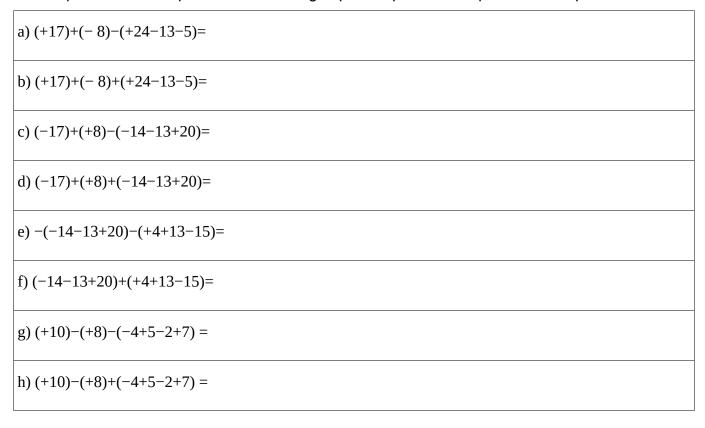
- Cuando existe una combinación de sumas y restas combinadas de números enteros:
- 1. Quitamos los paréntesis prestando mucha atención a si van precedidas del signo + o del signo -.
- 2. Realizamos las sumas y restas, bien agrupando los negativos y los positivos, bien haciendo las operaciones en el orden en que aparecen.

Ejemplo. Calcule el resultado de la operación siguiente: (+17)+(-8)-(+14-3-5)

- 1. Quitamos los paréntesis (si lleva el signo + delante no cambia nada pero si lleva el signo delante tenemos que cambiar los signos.)
- (+17)+(-8)-(+14-3-5) = 17-8-14+3+5 = -22+25 = +3=3

Actividad desafío → Calcula las siguientes operaciones de sumas y restas combinadas. En el examen no os pondré este tipo de operaciones. Son sólo para que practiquéis si queréis.

**Importante**. No intentes hacer todas las operaciones juntas de cabeza. Fíjate que primero tienes que resolver los paréntesis más largos pero copiando siempre toda la expresión.



# 2.4.- Multiplicación de números enteros (no es materia de examen)

El producto de dos números enteros se realiza en dos pasos:

- 1. Multiplicamos los signos. Al resultado hay que ponerle el signo + si ambos números tienen igual signo. O bien hay que ponerle el signo - si los números tienen signos diferentes.
  - 2. Multiplicamos los valores absolutos de ambos números.

### Regla de los signos

- Si dos factores tienen igual signo, el producto siempre es positivo.
- Si dos factores tienen diferente signo, el producto siempre es negativo.

(+) · (+) = +	Igual signo, el producto será = +
$(-)\cdot(-)=+$	Igual signo, el producto será = +
(+) · (-) = -	Distinto signo, el producto será = -
(-) · (+) = -	Distinto signo el producto será= -

#### Ejemplos resueltos

(+0) - (+5) = + 45	El resultado será +, ya que ambos números son de igual signo +.
(+9) · (+5) = + 45	9 · 5 = 45 ( multiplicamos sus valores absolutos)
(-9) · (-5) = + 45	El resultado será +, ya que ambos números son de igual signo
	9 · 5 = 45 ( multiplicamos sus valores absolutos)
(-9) · (+5) = - 45	El resultado será -, ya que los dos números son de distinto signo.
	9 · 5 = 45 ( multiplicamos sus valores absolutos)
(+9) · (-5) = - 45	O resultado será -, ya que los dos números son de distinto signo.
	9 · 5 = 45 ( multiplicamos sus valores absolutos)

Actividad extra-→ no es materia de examen. Calcula las siguientes multiplicaciones. (Recuerda: en primer lugar multiplicamos los signos y después los valores absolutos). **Importante**. No intentes hacer todas las multiplicaciones juntas. Resuelve dos a dos.

a) 
$$(-3) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (+4) =$$
b)  $(+3) \cdot (+5) \cdot (-5) \cdot (+4) =$ 
c)  $(-4) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (+6) =$ 
d)  $(-3) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (-6) =$