XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para persoas adultas

Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 2

Unidade didáctica 2

Xeometría

Índice

1. Introdución

1.1 Descrición da unidade didáctica

Esta unidade achéganos á xeometría a través do coñecemento do teorema de Pitágoras, a súa xustificación xeométrica e aritmética e as súas aplicacións a problemas en contextos da vida real.

Estudaremos tamén o concepto matemático de semellanza, así como os criterios para recoñecela, a razón de semellanza en mapas, planos, áreas e volumes.

Esta unidade de xeometría complétase co estudo dos corpos xeométricos máis sinxelos, traballaremos con eles coñecendo as súas formas e as súas propiedades. Aprenderemos a calcular as súas lonxitudes, as áreas e os volumes, e veremos certas aplicacións prácticas.

1.2 Coñecementos previos

Para afrontar con aproveitamento o estudo deste tema cumprirá manexar os conceptos seguintes:

- Proporcionalidade: unidade 1 do módulo 2 (ámbito científico-tecnolóxico).
- Dominio das operacións básicas con números naturais e enteiros, fraccións e decimais, así como o uso da calculadora para estas operación, que se introduciron e explicaron nas unidades 1 dos módulos 1 e 2. Dominar estes aspectos é básico para a resolución dos problemas da parte de xeometría da presente unidade.

1.3 Criterios de avaliación

- Recoñecer o significado aritmético do teorema de Pitágoras (cadrados de números e ternas pitagóricas) e o significado xeométrico (áreas de cadrados construídos sobre os lados), e empregalo para resolver problemas xeométricos.
- Analizar e identificar figuras semellantes, calculando a escala ou razón de semellanza e a razón entre lonxitudes, áreas e volumes de corpos semellantes.
- Analizar corpos xeométricos (cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos e esferas) e identificar os seus elementos característicos (vértices, arestas, caras,

desenvolvementos planos, seccións ao cortar con planos, corpos obtidos mediante seccións, simetrías etc.).

- Resolver problemas que leven consigo o cálculo de lonxitudes, superficies e volumes do mundo físico, utilizando propiedades, regularidades e relacións dos poliedros.

2. Secuencia de contidos e actividades

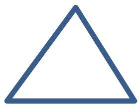
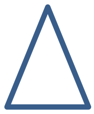
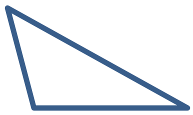
2.1 Triángulos rectángulos

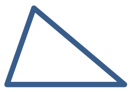
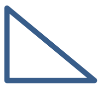
2.1.1 Teorema de Pitágoras. Ternas pitagóricas

Introdución

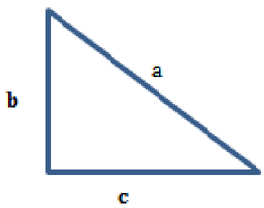
O teorema de Pitágoras establece unha relación entre certos tipos de triángulos e os seus lados. Este tipo de triángulos chámase rectángulo, por medir un dos seus ángulos 90º, o que significa que é un ángulo recto.

Antes de enunciar este teorema imos lembrar os tipos de triángulos que existen segundo sexan os seus lados e os seus ángulos.

Clasificación segundo os seus lados		
Equilátero	Tres lados iguais.	
Isóscele	Dous lados iguais.	
Escaleno	Tres lados desiguais.	

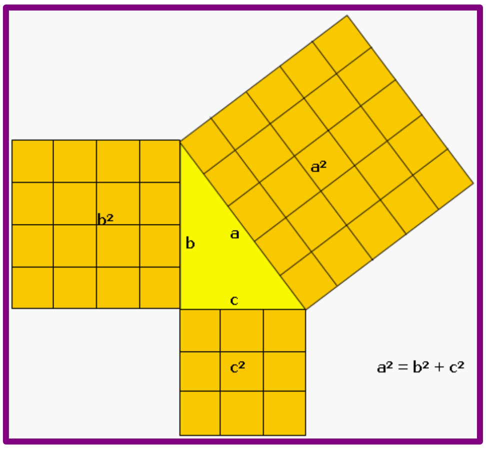
Clasificación segundo os seus ángulos		
Acutángulo	Ten todos os seus ángulos menores de 90°.	
Rectángulo	Ten un ángulo recto, mide 90°.	
Obtusángulo	Ten un ángulo maior de 90°.	

O teorema de Pitágoras utilízase para recoñecer triángulos rectángulos:

	▪ Rectángulo: $a^2 = b^2 + c^2$ ▪ Acutángulo: $a^2 < b^2 + c^2$ ▪ Obtusángulo: $a^2 > b^2 + c^2$ Onde a é o lado maior

Nun triángulo rectángulo o lado de maior lonxitude chámase **hipotenusa**, e os outros dous, de menor lonxitude e perpendiculares entre si, **catetos**. En xeral, chamaremos *a* á hipotenusa e *b* e *c* aos catetos.

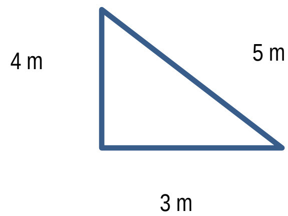
O **teorema de Pitágoras** afirma o seguinte: $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$. Isto quere dicir que a área dun cadrado construído sobre a hipotenusa é igual ás áreas dos cadrados construídos sobre os catetos. Esta relación é certa só se o triángulo é rectángulo.



INTERPRETACIÓN XEOMÉTRICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS

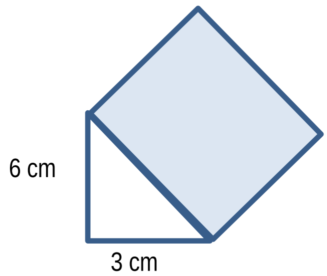
Actividade resolta

Determine se o triángulo é rectángulo

	Se é rectángulo, entón cúmprese: $a^2 = b^2 + c^2$ $5^2 = 4^2 + 3^2$ $25 = 25$

Actividade proposta

S1. Tres superficies cadradas están colocadas de maneira que entre elas se forma un triángulo rectángulo como se observa na figura. Canto mide a área da superficie máis grande?



Ternas pitagóricas

Se tres números naturais a, b, c cumpren $a^2 = b^2 + c^2$, é dicir, se poden ser as medidas dos lados dun triángulo rectángulo, entón dise que forman unha **terna pitagórica.**

Algúns exemplos de ternas pitagóricas son:

$5, 4, 3$	$17, 15, 8$	$37, 35, 12$
$13, 12, 5$	$25, 24, 7$	$41, 40, 9$

Ocorre que, se *a, b, c* é unha terna pitagórica, tamén o é *k.a, k.b e k.c*. Por exemplo, $20, 16, 12$, obtidos ao multiplicar por 4 cada un dos compoñentes da terna $5, 4, 3$.

Actividade proposta

S2. Comprobe que as seis ternas do cadro anterior son pitagóricas

$5^2 = 4^2 + 3^2$		

2.1.2 Aplicacións do teorema de Pitágoras

Do teorema de Pitágoras dedúcense as igualades e cálculos seguintes:

- **Cálculo da hipotenusa coñecendo os dous catetos:**

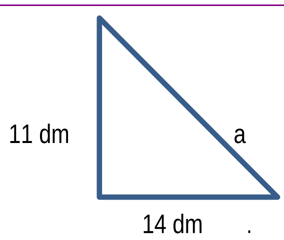
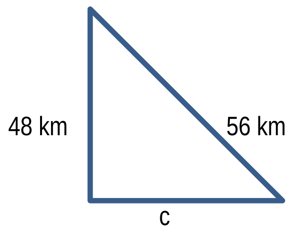
$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

- **Cálculo dun cateto coñecendo o outro e a hipotenusa:**

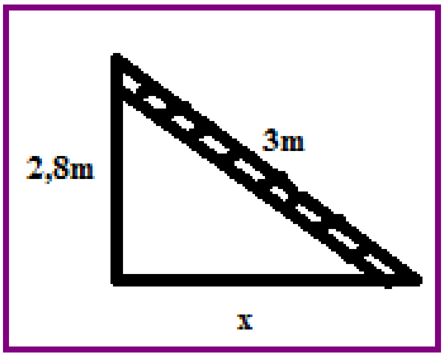
$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Actividades resoltas

Ache a hipotenusa e o cateto dos triángulos propostos:

Cálculo da hipotenusa	Cálculo do cateto
	
$a = \sqrt{14^{2+}11^2} = \sqrt{126 + 121} = \sqrt{317} = 17{,}8\ dm$	$c = \sqrt{56^{2-}48^2} = \sqrt{3136 - 2304} = \sqrt{832} = 28{,}84\ dm$

Unha escada que mide 3 metros apóiase nunha parede e nun chan horizontal acadando 2,8 metros sobre a parede vertical. A que distancia está o pé da escada da base da parede?



Debuxamos a escada apoiada na parede.

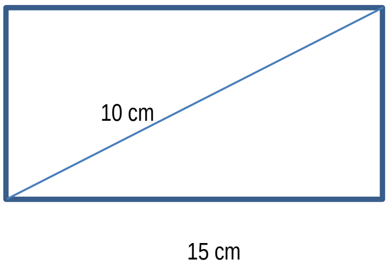
No debuxo, a escada representa a hipotenusa do triángulo rectángulo que forma coa parede e o chan. A altura que acada a escada na parede é un cateto e a distancia entre o punto de apoio da escada e a parede é o outro cateto (que temos que calcular). Así faremos:

$$x = \sqrt{3^2 - (2,8)^2}$$

$$x = \sqrt{9 - 7,84} = \sqrt{1,16}$$

$$x = 1,07\ m\ \text{é a distancia da escada á parede.}$$

Calculamos a diagonal dun rectángulo de lados a = 10 cm e b = 15 cm.



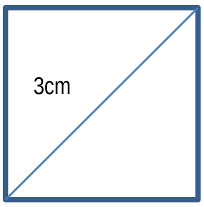
A diagonal do rectángulo é a hipotenusa do triángulo rectángulo formado por cada un dos lados do rectángulo e a propia diagonal. Así calcularemos:

$$h = \sqrt{10^2 + 15^2}$$

$$h = \sqrt{100 + 225} = \sqrt{325}$$

$$x = 18,02\ cm\ \text{mide a diagonal.}$$

Nun cadrado a diagonal mide 3 cm, canto mide o seu lado?



Os lados do cadrado son os catetos do triángulo rectángulo formado por eles mesmos e a diagonal do cadrado. A diagonal é a hipotenusa. Así calcularemos:

$$3^2 = x^2 + x^2$$

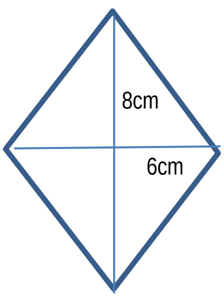
$$9 = 2x^2$$

$$\frac{9}{2} = x^2$$

$$4,5 = x^2$$

$$\sqrt{4,5} = x \Rightarrow x = 2,12\ cm\ \text{mide o lado do cadrado}$$

Calcule o lado dun rombo cuxas diagonais miden 6 cm e 8 cm.



As diagonais do rombo configuran catro triángulos rectángulos cuxos catetos miden a metade de cada diagonal e a hipotenusa sería o lado do rombo. Así calcularemos:

$(3\ \text{cm.})^2 + (4\ \text{cm})^2 = x^2$ $\quad$ $9\ \text{cm}^2 + 16\ \text{cm}^2 = x^2$

$x^2 = 25\ \text{cm}^2$

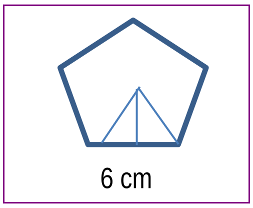
$x = \sqrt{25cm^2}$

x = 5 cm. O lado do rombo mide 5 cm

Actividades propostas

S3. Se unha escada ten 2,20 cm de lonxitude e se apoia nunha parede de 1,80 cm de altura, a que distancia da parede se sitúa a base da escaleira?

S4. Cal é o valor do apotema dun hexágono regular de lado 6 cm?

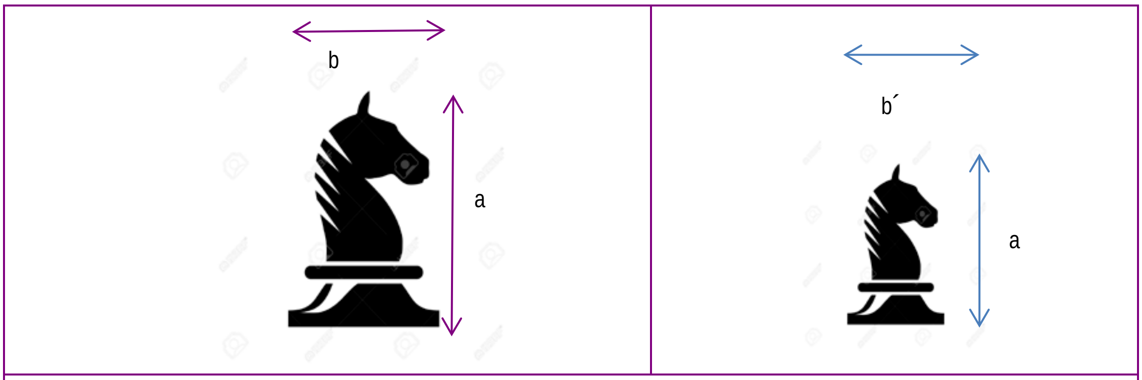


S5. O lado menor dun campo de cultivo rectangular mide 150 m e a súa diagonal 250 m. Canto mide o lado maior?

S6. Un edificio mide 150 m de altura e produce unha sombra no chan de 200 m. Que distancia hai desde o punto máis alto da torre ata o extremo da sombra?

2.2 Semellanza. Razón de semellanza

- Dúas figuras son **semellantes** cando teñen a mesma forma pero diferente tamaño, por exemplo, un cadro e a súa reprodución ou un debuxo ou figura e a súa copia reducida na fotocopiadora. Así o podemos observar nas seguintes figuras:



Cando dúas figuras son semellantes, a razón entre os lados homólogos é unha constante que se denomina **razón de semellanza**. Así, na figura anterior podemos dicir:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = r \quad \text{(razón de semellanza)}$$

Dúas figuras son semellantes se se cumpre o seguinte:

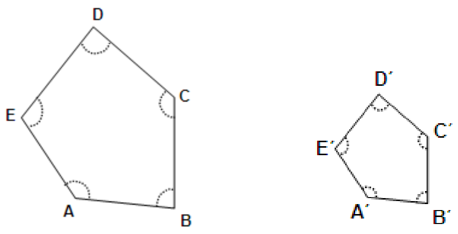
- Un ángulo medido na primeira = ao ángulo correspondente na segunda.
- Unha proporción na primeira = á proporción correspondente na segunda.

Cando dous polígonos son semellantes, dáse entre os seus lados unha relación de proporcionalidade: o cociente entre lados homólogos ten o mesmo valor e recibe o nome de *razón de semellanza*. Dise tamén que os lados son *proporcionais*.

2.2.1 Relacións de semellanza

RELACIÓN ENTRE POLÍGONOS SEMELLANTES

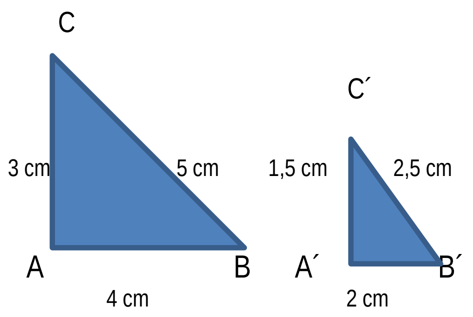
Para que dous polígonos sexan semellantes teñen que ter os lados proporcionais e os ángulos iguais.



$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DE}{D'E'}=\frac{EA}{E'A'}=k$$

$$\hat{A}=\hat{A}',\ \hat{B}=\hat{B}',\ \hat{C}=\hat{C}',\ \hat{D}=\hat{D}',\ \hat{E}=\hat{E}',$$

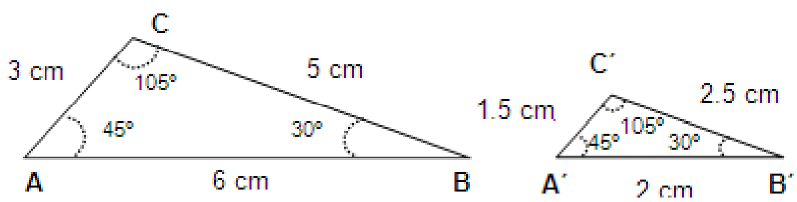
Actividade resolta

	E a razón de semellanza é: $\frac{4}{2}=\frac{5}{2{,}5}=\frac{3}{1{,}5}=2$ En xeral: $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}=k$

Semellanza entre triángulos

É particularmente interesante o estudo da proporcionalidade en triángulos, xa que permite a resolución de problemas cotiáns de xeito doado.

Dous triángulos semellantes teñen proporcionais os lados homólogos e iguais os ángulos homólogos.

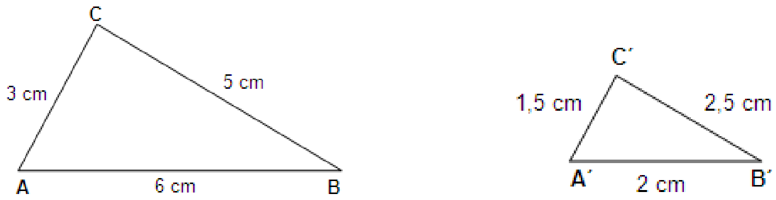


$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}=k$$

$\hat{A}\hat{A}'$ $\hat{B}\hat{B}'$ $\hat{C}\hat{C}'$ son iguais dous a dous

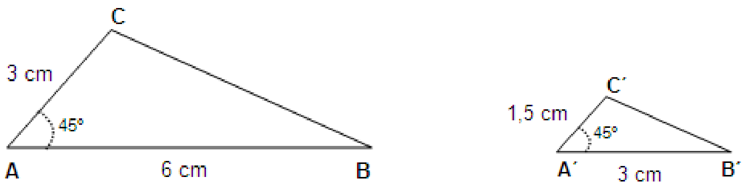
Para que dous triángulos sexan semellantes cumprirase unha das seguintes condicións:

- Que os lados homólogos sexan proporcionais.



$$\frac{3cm}{1,5cm} = \frac{6cm}{3cm} = \frac{5cm}{2,5cm} = 2$$

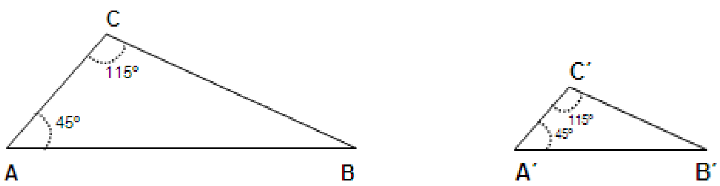
- Que dous lados sexan proporcionais e que os ángulos comprendidos entre eles sexan iguais.



$$\frac{3cm}{1,5cm} = \frac{6cm}{3cm} = 2$$

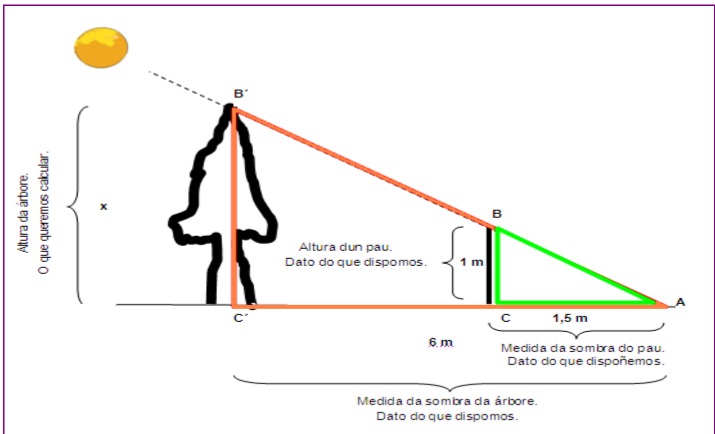
$$\hat{A} = \hat{A}' = 45^{\circ}$$

- Que dous ángulos sexan iguais.



Actividade resolta

Podemos calcular a altura dunha árbore medindo a lonxitude da súa sombra e comparándoa coa lonxitude da sombra dun obxecto coñecido.



Aplicando as relacións de proporcionalidade entre os lados de triángulos semellantes, neste caso os triángulos AB´C´ e ABC, calculamos:

$$\frac{x}{1} = \frac{6}{1,5}$$

$$x = \frac{6 \cdot 1}{1,5}, \qquad x = 4m$$

Así calculamos que a altura da árbore é de 4 metros.

Actividades propostas

S7. Calcule a altura dun edificio que proxecta unha sombra de 6,5 m á mesma hora que un poste de 4,5 m dá unha sombra de 0,9 m.

S8. Os catetos dun triángulo rectángulo miden 12 m e 5 m. Canto medirán os catetos dun triángulo semellante ao primeiro cuxa hipotenusa mide 26 m?

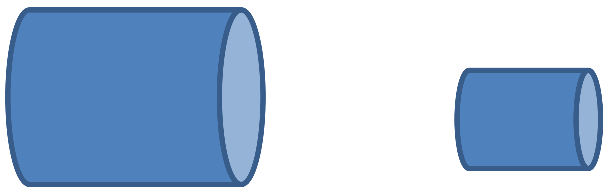
S9. Un tanque de auga ten 2,5 m de ancho. Se nos situamos a 1,2 m do bordo desde unha altura de 1,65 m, a visual une o bordo do tanque coa liña de fondo. Que profundidade ten o tanque de auga?

Relación entre áreas de figuras semellantes

- Se a razón de semellanza de dúas figuras é **k**, entón a razón das súas áreas é $\boldsymbol{k^2}$.

Actividade resolta

Para pintar un depósito cilíndrico, gastáronse 24,5 quilos de pintura. Outro depósito é semellante ao anterior con razón de semellanza 3,2. Canta pintura será necesaria para pintalo?



Aplicando as relacións de semellanza entre áreas, temos:

A área do segundo cilindro é $(3,2)^2 = 10,24$ veces a do primeiro. Polo tanto son necesarios

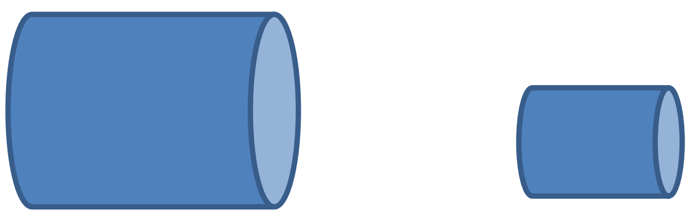
$$24,5 \cdot 10,24 = \\ = 250,88 \; kg \; de \; pintura.$$

Relación entre os volumes de dúas figuras semellantes

- Se a razón de semellanza de dous corpos é **k**, entón a razón dos seus volumes é $\boldsymbol{k^3}$.

Actividade resolta

Se un depósito cilíndrico é semellante a outro, con razón de semellanza 1,6, e o valor do aceite que cabe no pequeno é de 1.875 euros, que valor ten o aceite que cabe no segundo?



Aplicando as relacións de semellanza entre volumes temos:

$$1875 \cdot (1,6)^3 = 1875 \cdot 4,09 \\ = 7680 \; euros.$$

Actividades propostas

S10. Dous rectángulos semellantes teñen unha razón de semellanza de 0,8. As dimensións do menor son 2 cm de ancho e 6 cm de alto. Cales son as dimensións do maior?

S11. Nunha tenda da Coruña véndense reproducións da torre de Hércules, hainas de 18 cm e de 12 cm de altura.

a) Son figuras semellantes? Cal é a razón de semellanza entre a torre grande e a pequena?

b) A parte máis alta da torre mide na reprodución maior 2,25 cm de alto. Canto mide a da pequena?

c) Se a parte máis alta da torre orixinal mide 7,125 metros, que altura ten a torre?

d) Se as dúas reproducións estaban feitas do mesmo material e a pequena pesa 200 gramos, canto pesa a grande?

e) Se para pintar a pequena gastamos 5 euros, canto nos custará pintar a grande?

2.2.2 Escala en planos, mapas e maquetas

Cando consultamos un plano dunha casa, unha maqueta ou un mapa dun lugar, sabemos que son semellantes á realidade. Neles, ademais da distribución de lugares, importan os tamaños e as distancias, por iso levan unha escala.

- A **escala** é o cociente entre cada lonxitude da reprodución (sexa mapa, plano ou maqueta) e a correspondente lonxitude na realidade. É dicir, é a **razón de semellanza** entre a reprodución e a realidade.
- A **escala** utiliza o cm como unidade de referencia e exprésase en comparación á unidade. Por exemplo, 1 : 80.000 quere dicir que 1 cm no plano ou mapa equivale a 80.000 cm na realidade ou, o que é o mesmo, 1 cm no mapa equivale a 800 m na realidade.

Actividades resoltas

Unha fotografía da catedral de Santiago de Compostela está a escala 1 : 1.200 . As dúas torres da fachada teñen na foto unha altura de 1,75 cm. Cal é a súa altura na realidade?

Xa que a fotografía e a catedral na realidade son figuras semellantes, aplicamos a igualdade de razóns de semellanza:

$$\frac{1}{1200} = \frac{1,75}{x}$$

$$x = 1200 \cdot 1,75 = 2100cm$$

2.100 cm = 21 metros que mide cada torre.

A distancia entre Lugo e Ourense é de 111,6 Km, no mapa a distancia entre as dúas cidades é de 4 cm. A que escala está debuxado o mapa?

$$111,6km = 11160000 \text{ cm}$$

$$\frac{4}{11160000} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{11160000 \cdot 1}{4} = 2790000$$

Está debuxado a escala 1 : 2.790.000.

Actividades propostas

S12. Temos un plano da nosa casa a escala e nel medimos que o longo da cociña é de 4 cm; medimos as dimensións reais do longo da cociña e ten 4 m. A que escala está o plano? Cantos metros mide o corredor na realidade se no plano mide 9 cm?

S13. Un mapa de España está construído a escala 1 : 2.500.000. A cantos quilómetros están dúas cidades que no mapa están separadas 10 cm?

S14. Completa a seguinte táboa tendo en conta que a escala aplicada é de 1 : 1.000

DEBUXO	MEDIDA REAL
26 cm	
	15 km
0,05 m	

4. Solucionarios

4.1 Solucións das actividades propostas

S1. *261cm^2*

S2.

$5^2 = 4^2 + 3^2$ $25 = 25$	$17^2 = 15^2 + 8^2$ $289 = 289$	$37^2 = 35^2 + 12^2$ $1369 = 1369$
$13^2 = 12^2 + 5^2$ $169 = 169$	$25^2 = 24^2 + 7^2$ $625 = 625$	$41^2 = 40^2 + 9^2$ $1681 = 1681$

S3. *126,49 cm.*

S4. *5,2 cm.*

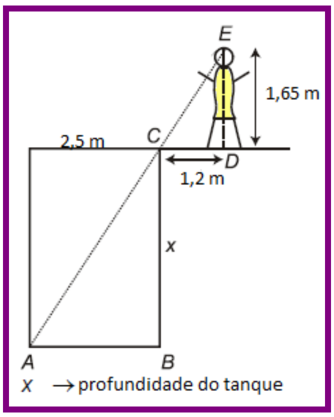
S5. *200 metros.*

S6. *Desde o punto máis alto da torre ata o extremo da sombra hai 250 metros.*

S7. *32,5 metros.*

S8. *10 metros e 24 metros.*

S9. *Facemos un debuxo que mostre a situación.*



Os triángulos $\triangle$ ABC e $\triangle$ CDE son semellantes pois os seus ángulos son iguais.

Logo: $\frac{2,5}{1,2} = \frac{x}{1,65} \Rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 1,65}{1,2} = 3,43\ m$

A profundidade do tanque de auga é de 3,43 m.

S10. *As dimensións do rectángulo menor son 1,6 cm e 4,8 cm.*

S11. *a) Si, son semellantes, xa que a única diferenza é o tamaño pois a forma é a mesma. A razón de semellanza entre a grande e a pequena é 1,5 cm.*

b) 1,5 cm.

c) 57 m.

d) Lembre que o peso é proporcional ao volume. 675 g.

e) Lembre que o custo da pintura é proporcional á superficie. 11,25 euros.

S12. *1:100.*

S13. *250 km.*

S14.

DEBUXO	MEDIDA REAL
26 cm	26000 cm
1500 cm	15 km
5 cm	50 m

S15. *962* cm^2

S16. *162* cm^2

S17. *300* m^2

S18. *81* cm^2

S19. *4*$\sqrt{3}$ cm^2

S20. *78* cm^2

S21. *1208* cm^2

S22. *600* cm^2

S23. *2437,05* cm^2

S24. *a)* $A_B = 259{,}8\ m^2$ *b)*$A_l = 1320\ m^2$ *c)*$A_t = 1579{,}8\ m^2$

S25. *13,564* cm^2

S26. *828,96 cm²*

S27. *314,2* cm^2

S28. *339,3* cm^2

S29. *2826* cm^2

S30. $r = 13\ m$

S31.

0,025 hm^3	45214 dm^3	0,015 km^3	23 dam^3	58000 L

S32.

40000 hm^3	6 dam^3	8562 m^3	14350 dl	1749 cm^3

S33. $V = 2940\ m^3$

S34. $V = 19958{,}4\ m^3$

S35. $V = 9043{,}2\ m^3$

S36. $V = 213{,}3\ cm^3$

S37. $V = 4521{,}63\ cm^3$

S38. $V = 62160\ cm^3$

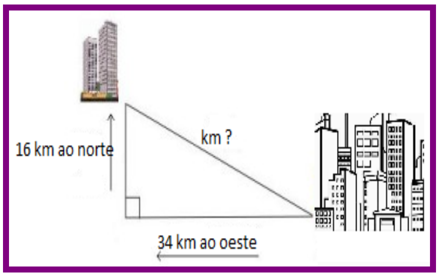
S39. $56{,}5\ dm^2$ e $56{,}5\ dm^3$

S40. $V = 4599{,}05\ m^3$

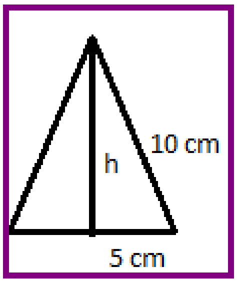
S41. $723{,}24\ cm^3$

4.2 Solucións das actividades finais

S42. *Facemos un debuxo que mostre a situación.*

	1º. O triángulo queda definido, sabemos que temos un cateto que mide 34 km, outro que mide 16, e a distancia que se nos pide é a hipotenusa deste triángulo rectángulo. 2º. Aplicamos o teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{34^2 + 16^2} = \sqrt{1412} = 37{,}57\ km$

S43. *Facemos un debuxo do triángulo.*

	1º. A altura do triángulo equilátero é o cateto do triángulo rectángulo formado por un dos lados do triángulo equilátero e a metade do outro. 2º. Aplicamos o teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8{,}66\ cm$ 3º Calculamos a área do triángulo: $A = \frac{b.h}{2} = \frac{10.8{,}66}{2} = 43{,}30\ cm^2$

S44. *É un triángulo obtusángulo, xa que $a^2 > b^2 + c^2$.*

S45. *Base= 2,4 cm ; altura= 4 cm.*

S46. *a) r = 2.*

b) Profundidade da grande = 2,80 m.

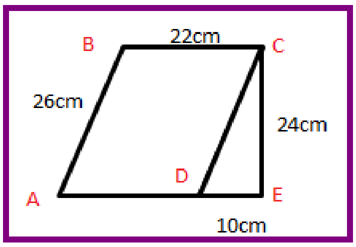
c) Pintar o interior da grande custou 4.000 euros.

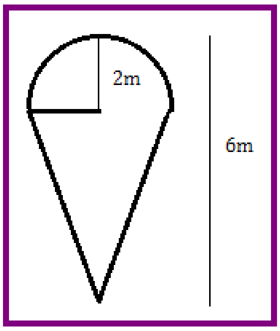
d) Encher a piscina grande custou 1.600 euros.

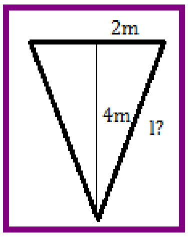
S47. *Escala 1 : 75.*

S48. *Distancia este-oeste = 5.040 km. Distancia norte-sur = 10.080 km.*

S49.

	A figura representa un romboide é un triángulo. Perímetro= 22+24+32+26=104 cm $A_{tot} = A_{romboide} + A_{triángulo}$ $A_{tot} = 22 \cdot 24 + \frac{10 \cdot 24}{2} = 648\ cm^2$





A figura representa un semicírculo e un triángulo isóscele.

1º. Para calcular o perímetro, calculamos a lonxitude da semicircunferencia e sumámoslle os lados iguais do triángulo:

$$Lonxitude\ da\ semicircunferencia = \frac{2\pi r}{2} = 3{,}14 \cdot 2 = 6{,}28\ m$$

Calculamos o lado do triángulo tendo en conta que é a hipotenusa do triángulo rectángulo a que se mostra na figura:

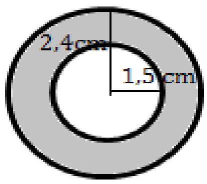
$$l = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4{,}47\ m$$

$$Perímetro = 6{,}28 + 2 \cdot 4{,}47 = 15{,}22\ m$$

2º. Para calcular a área súmanse a área do semicírculo e a do triángulo:

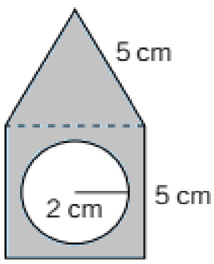
$$A_{tot} = \frac{\pi r^2}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = 6{,}28 + 4 = 10{,}28\ m^2$$

S50.



Para calcular a parte sombreada temos que restarlle á area do círculo maior a do menor:

$$A = \pi(r_1)^2 - \pi(r_2)^2 = 3{,}14 \cdot (2{,}4)^2 - 3{,}14 \cdot (1{,}5)^2 = 11{,}02\ cm^2$$



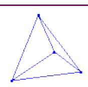
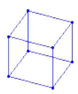
A parte sombreada representa un cadrado máis un triángulo equilátero menos un círculo.

1º Para calcular a área do triángulo calculamos a súa altura:

$$h = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33\ cm$$

$$A_{tot} = \left(l^2 + \frac{b \cdot h}{2}\right) - \pi r^2 = \left(5^2 + \frac{5 \cdot 4{,}33}{2}\right) - 3{,}14.\,2^2 = 23{,}27 cm^2$$

S51.

	NOME	CARAS	VÉRTICES	ARESTAS	C + V = A + 2
	*Tetraedro*	*4*	*4*	*6*	*4 + 4 = 6 + 2*
	*Cubo ou hexaedro*	*6*	*8*	*12*	*6 + 8 = 12 + 2*
	*Octaedro*	*8*	*6*	*12*	*8 + 6 = 12 + 2*
	*Dodecaedro*	*12*	*20*	*30*	*12 + 20 = 30 + 2*
	*Icosaedro*	*20*	*12*	*30*	*20 + 12 = 30 + 2*

S52. Ortoedro: prisma recto de base rectangular.

Sendo a, b, c as arestas.

Área $_{Total}$ = 2 (a.b + a.c + b.c) → 2 .(6 .11 + 6 .10 + 11 .10) = 472 cm^2

S53. *248 cm^2*

S54. *1152 cm^2*

S55. *16 cm*

S56. *A_{lat} = 252 cm^2* *A_{tot} = 346 cm^2*

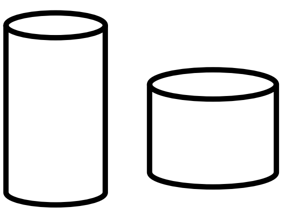
S57. *r_b = 6 cm* *A_{tot} = 904,32 cm^2*

S58. *r_b = 3 m* *A_{tot} = 75,36 m^2*

S59. *157,08 m^2*

S60. *234 cm^3*

S61.



Para comparar o volume das latas de conservas, calculamos cada un deles:

$$V_1 = \pi(r_1)^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 9 = 1017{,}36\ cm^3$$

$$V_2 = \pi(r_2)^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 9^2 \cdot 4 = 1017{,}36\ cm^3$$

As dúas ocupan o mesmo volume.

Para saber que cantidade de material se necesita para a súa construción, calculamos as súas areas totais:

$$A_{tot1} = Per_{b1} \cdot h + 2 \cdot \pi(r_1)^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 = 282{,}6\ cm^2$$

$$A_{tot2} = Per_{b2} \cdot h + 2 \cdot \pi(r_2)^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 9^2 = 533{,}8\ cm^2$$

Polo tanto, necesítase máis cantidade de material para fabricar a segunda lata.

S62. $2592100\ m^3$

S63. $A_{tot} = 339{,}12\ cm^2$ $V = 391{,}8\ cm^3$

S64. $V = 4186{,}66\ cm^3$

S65. $V = 1436{,}03\ m^3$

5. Glosario

A	▪ Área	Extensión dunha superficie que se expresa en unidades de superficie.
	▪ Aresta	Segmento común a dúas caras dun poliedro.
C	▪ Cara	Cada un dos polígonos que limita un poliedro.
	▪ Catetos	Cada un dos lados de menor lonxitude dun triángulo rectángulo.
	▪ Cilindro	Corpo de revolución que se obtén ao xirar un rectángulo ao redor dun dos seus lados.
	▪ Cono	Corpo de revolución que se obtén ao xirar un triángulo rectángulo ao redor dun dos seus catetos.
	▪ Corpo de revolución	Corpo obtido ao rotar unha rexión do plano ao redor dunha recta situada no mesmo plano.
D	▪ Dodecaedro	Poliedro formado por doce caras que son pentágonos regulares.
E	▪ Escala	É a razón de semellanza entre unha reprodución e a realidade. Corresponde ao cociente entre a lonxitude dunha reprodución, sexa mapa, plano ou maqueta, e a lonxitude na realidade.
	▪ Esfera	Corpo de revolución que se obtén ao facer xirar un semicírculo ao redor do seu diámetro.
F	▪ Figuras planas	As **figuras planas** son aquelas que están limitadas por liñas rectas ou curvas; ademais, todos os seus puntos están contidos nun só plano.
H	▪ Hipotenusa	Lado de maior lonxitude dun triángulo rectángulo.
	▪ Hexaedro ou cubo	Poliedro formado por seis caras que son cadrados.
I	▪ Icosaedro	Poliedro formado por vinte caras que son triángulos equiláteros.
O	▪ Octaedro	Poliedro formado por oito caras que son triángulos equiláteros.
P	▪ Perímetro	Medición da distancia ou lonxitude ao redor dunha figura de dúas dimensións.
	▪ Poliedro	Corpo xeométrico cuxas caras son planas e engloban un volume finito.
	▪ Prisma	Poliedro limitado por dous polígonos iguais e paralelos, que chamamos bases, e varios paralelogramos, que chamamos caras.
	▪ Pirámide	Poliedro que ten por base un polígono calquera e por caras laterais triángulos cun vértice común que é o da pirámide.
R	▪ Razón de semellanza	Existe cando en dúas figuras semellantes, a razón entre os lados homólogos é unha constante.
S	▪ Semellanza	En matemáticas dicimos que dúas figuras son semellantes cando teñen a mesma forma, pero diferente tamaño. Dúas figuras son semellantes se se cumpre que: ▪ Un ángulo medido na primeira é igual ao ángulo correspondente na segunda. ▪ Unha proporción na primeira figura é igual á proporción correspondente na segunda.
T	▪ Teorema de Pitágoras	Teorema que afirma que a área dun cadrado construído sobre a hipotenusa dun triángulo rectángulo é igual ás áreas dos cadrados construídos sobre os catetos.
	▪ Terna pitagórica	Tres números naturais a, b, c que cumpran $a^2 = b^2 + c^2$, é dicir, que poden ser as medidas dos lados dun triángulo rectángulo.
	▪ Tetraedro	Poliedro de catro caras que son triángulos equiláteros.
V	▪ Vértice	Punto do poliedro onde se xuntan tres ou máis arestas.
	▪ Volume de corpos xeométricos	O **volume** é unha magnitude métrica de tipo escalar que se define como a extensión en tres dimensións dunha rexión do espazo. É unha magnitude derivada da lonxitude, pois obtémola multiplicando a lonxitude, o ancho e a altura.

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Libros para a educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito científico-tecnolóxico. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria
- Matemáticas ESO1. Ed Anaya. 2016
- Matemáticas ESO2. Ed Anaya. 2016
- Matemáticas. Serie Resuelve. 2º ESO. Editorial Santillana

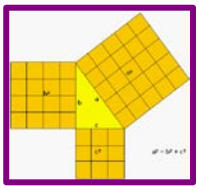
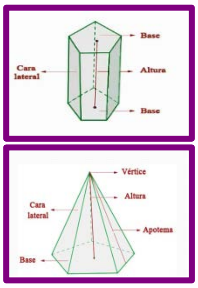
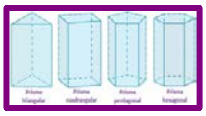
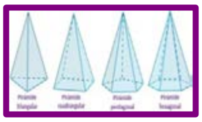
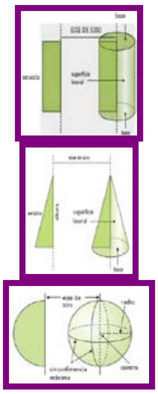
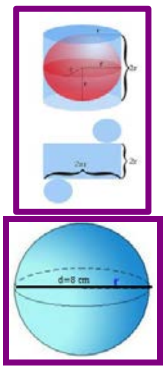
Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns atopará trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- http://www.vitutor.com
- http://matematicasmodernas.com
- http://www.apuntesmareaverde.org.es
- http://www.lasmatematicas.es
- http://www.recursos.cnice.mec.es

7. Anexo. Licenza de recursos

Licenzas de recursos utilizadas nesta unidade didáctica

RECURSO (1)	DATOS DO RECURSO (1)	RECURSO (2)	DATOS DO RECURSO (2)
 RECURSO 1	▪ Licenza: creative commons ▪ Procedencia: http://kon-pas.blogspot.com.es/2010/02/historia-del-teorema-de-pitagoras.html	 RECURSO 2	▪ Autoría: sen información ▪ Licenza: GNU head Creative Commons de Atribución/Compartir-Igual 3.0 Unported, 2.5 Genérica, 2.0 Genérica y 1.0 Genérica. ▪ Procedencia: https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Soccer_ball.svg
 RECURSO 3	▪ Autoría:slideshow bob ▪ Licenza:Creative Commons Attribution- Share Alike 2.0 Generic ▪ Procedencia:Flickr.com	 RECURSO 4	▪ Licenza: CCBY-SA3.0 ▪ Procedencia: es.wikipedia.org
 RECURSO 5	▪ Autoría: Vinadas1 ▪ Licenza:sen información ▪ Procedencia: http://www.losviajeros.com/Blogs.php?e=38677	 RECURSO 6	▪ Autoría: sen información ▪ Licenza: CCBYNCSA CCBYNCND ▪ Procedencia: https://sites.google.com/site/cuerpgeo/piramide http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/volumen-prisma-pentagonal/
 RECURSO 7	▪ Autoría:sen información ▪ Licenza:CCBYNCND ▪ Procedencia: http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/prisma/	 RECURSO 8	▪ Autoría: Irene ▪ Licenza: CCBYNCND ▪ Procedencia: https://www.geogebra.org/m/dSHgDjhE
 RECURSO 9	▪ Licenza: CCBYNCSA ▪ Procedencia: https://sites.google.com/site/cuerpgeo	 RECURSO 10	▪ Autoría: Andertxuman ▪ Licenza: CCBYNCSA Creative Commons atribution: Share Alike Licence ▪ Procedencia: http://maralboran.org/wikipedia/index.php/%C3%81reas_y_vol%C3%BAmenes https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esfera_Arqu%C3%ADmedes.jpg