XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Educación, Formación
Profesional e Innovación Educativa

Educación secundaria
para persoas adultas

Ámbito científico tecnolóxico

Educación a distancia semipresencial

Módulo 2

Unidade didáctica 1

Números e álxebra

Índice

1. Introdución

1.1 Descrición da unidade didáctica

Nesta unidade podemos distinguir tres bloques: un primeiro bloque dedicado aos números, o segundo, no que traballaremos con porcentaxes e proporcionalidade e o terceiro, de álxebra.

- No módulo 1 xa estudamos os números naturais $\mathbb{N}$, os enteiros $\mathbb{Z}$ e os racionais $\mathbb{Q}$. Lembraremos como operar cos números enteiros, as fraccións e o uso da calculadora con estes números. Usaremos as potencias de base 10 e a notación científica en números grandes e pequenos.
- No segundo bloque trataremos os cálculos con porcentaxes, as magnitudes directa e inversamente proporcionais e os conceptos de razón, proporción, taxa e factor de conversión.
- No terceiro bloque de álxebra traballaremos coa linguaxe e expresións alxébricas, operación sinxelas con polinomios e identidades notables. Resolveremos ecuacións de primeiro e segundo grao.

1.2 Coñecementos previos

Para traballar con esta unidade é necesario recordar os conceptos e operacións estudados no tema 1 do módulo 1, en especial:

- Cales son os números $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, e $\mathbb{Q}$. Operacións combinadas cos números naturais e enteiros. Potencias de base 10.
- Divisibilidade e cálculo do mínimo común múltiplo a partir da descomposición factorial. Fraccións iguais ou equivalentes. Amplificación e simplificación de fraccións.
- Operacións con fraccións: suma, resta, multiplicación e división.

1.3 Criterios de avaliación

- Coñecer e utilizar propiedades e novos significados dos números en contextos de paridade, divisibilidade e operacións elementais, mellorando así a comprensión do concepto e dos tipos de números.

- Utilizar diferentes estratexias (emprego de táboas, obtención e uso da constante de proporcionalidade, redución á unidade etc.) para obter elementos descoñecidos nun problema a partir doutros coñecidos en situacións da vida real nas que existan variacións porcentuais e magnitudes directa ou inversamente proporcionais.
- Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando os patróns e leis xerais que os rexen, utilizando a linguaxe alxébrica para expresalos, comunicalos e realizar predicións sobre o seu comportamento ao modificar as variables, e operar con expresións alxébricas.
- Utilizar a linguaxe alxébrica para simbolizar e resolver problemas mediante a formulación de ecuacións de primeiro e segundo grao, aplicando para a súa resolución métodos alxébricos, contrastando os resultados obtidos.
- Utilizar a calculadora para comprobar resultados.

2. Secuencia de contidos e actividades

2.1 Números enteiros e números racionais

2.1.1 Números enteiros: representación na recta numérica

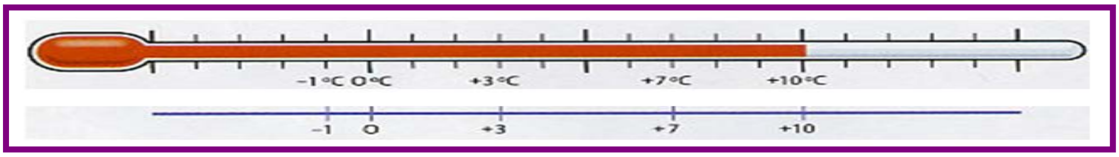
Os números enteiros represéntanse polo símbolo $\mathbb{Z}$ e son unha ampliación dos números naturais. Hai situacións na vida cotiá nas que os números naturais non son suficientes, por exemplo:

▪ Debo 10 euros	-10
▪ O bucio está a 30 metros baixo o mar	-30

O conxunto formado polos números naturais (que son os enteiros positivos), os enteiros negativos e o 0 representan os números enteiros.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Para podermos ordenar enteiros, temos que os comparar, de igual xeito que faciamos con naturais, *a* < *b* sempre que *a* estea á esquerda de *b* na recta numérica, e canto máis á dereita está o número maior é.



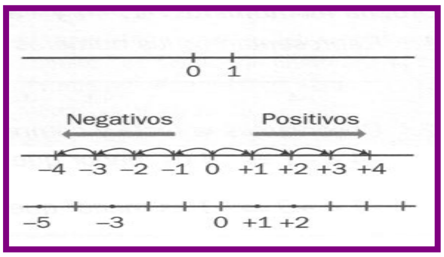
Actividades resoltas

Ordene de menor a maior os seguintes números: $+5, -3, -7, +1, -4, +12, -9$

$$-9 < -7 < -4 < -3 < +1 < +5 < +12$$

Indique na recta numérica os seguintes números: $-5, -3, 0, +1, +2$

- 1º Tomamos como orixe un punto que representa o cero, e como unidade a distancia do 0 ao 1.
- 2º Á esquerda do cero representamos os números negativos, e á dereita, os positivos.
- 3º Levamos a unidade á dereita e á esquerda tantas veces como o número que queremos representar.

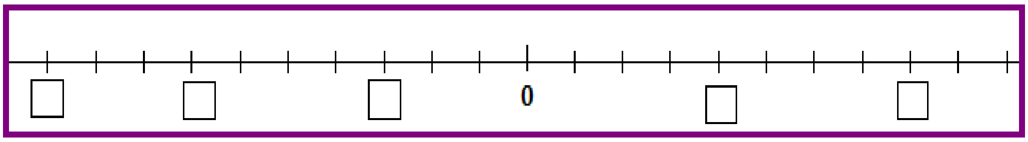


Actividades propostas

S1. Ordene de menor a maior os números enteiros seguintes:

$$-15, +5, 0, +14, -6, +1, -3, -7$$

S2. Complete o valor dos recadros baleiros na recta numérica seguinte:

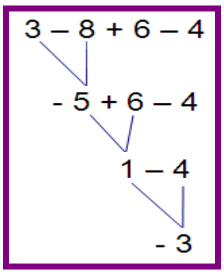
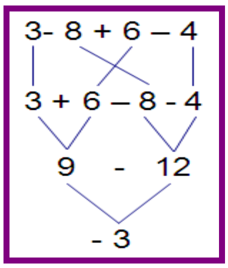


2.1.2 Operacións con números enteiros, xerarquía nas operacións

Lembramos como se opera cos números enteiros:

Sumar e restar

- Para sumar dous números enteiros:
- **Do mesmo signo,** súmanse os seus valores absolutos e pónselle ao resultado o signo que teñen ambos os dous.
- **De distinto signo,** réstanse os seus valores absolutos e pónselle ao resultado o signo do número que ten maior valor absoluto.
- Cando temos una suma de **máis de dous sumandos,** sumamos por un lado os positivos e por outro os negativos e logo sumamos o resultado negativo co positivo seguindo as normas anteriores.
- Para **restar dous números** enteiros, súmaselle ao primeiro o oposto do segundo.

	Pódese facer paso a paso, ou sumar positivos e negativos e logo operar	

Actividades resoltas

$(+5) + (+6) = (+11)$	$(+5) - (+6) = (-1)$
$(-5) + (-6) = (-11)$	$(-5) - (-6) = (+1)$
$(-5) + (+6) = (+1)$	$(+5) - (-6) = (+11)$

Realice a seguinte suma con máis de dous sumandos:

$$(-6)+(+12)+(+4)+(-9)=$$

- Sumamos por unha banda os números positivos:
  $$(+12)+(+4)=(+16)$$
- Sumamos por outra banda os números negativos:
  $$(-6)+(-9)=(-15)$$
- Finalizamos: $(+16)+(-15)=(+1)$

Actividades propostas

S3. Resolva as seguintes sumas e restas:

$3-7+2-5=$	$2-6+9-3+4=$
$12+5-17-11+20-10=$	$-7+6-10-1+2-10=$

Multiplicar e dividir

- **Multiplicación:** multiplícanse os dous valores absolutos e ponse o signo que corresponda segundo a regra dos signos.
- **División:** divídense os dous valores absolutos e ponse o signo que corresponda segundo a regra dos signos.

Regra dos signos

- Se dous factores teñen igual signo, o resultado final sempre é positivo.
- Se dous factores teñen diferente signo, o resultado final sempre é negativo.

$(+)\cdot(+)=+$	$(-)\cdot(-)=+$
$(+):(+)=+$	$(-):(-)=+$
$(+):(-)=-$	$(-):(+)=-$
$(+)\cdot(-)=-$	$(-)\cdot(+)=-$

Actividade resolta

Calcule:

$\frac{-56}{4}$	14		$(-3)\cdot 2$	-6
$(-7)\cdot 8$	-56		$\frac{12}{-6}$	-2

Actividades propostas

S4. Calcule:

$(-2)\cdot(-4)\cdot(+2)=$	$(+3)\cdot(-5)\cdot(-2)=$
$(-52):(+13)=$	$(+36):(-2)=$

S5. Calcule:

$[(-45):(+5)]:(+3)=$	$[(-64):(+2)]:(-8)=$
$(-48):[(+24):(-6)]=$	$(-100):[(-25):(-5)]=$

Xerarquía nas operacións

- As catro operacións básicas con números enteiros son: **suma, resta, multiplicación e división.**

Ao realizar varias operacións combinadas débese seguir esta orde:

1) Parénteses.

2) Multiplicacións e divisións, segundo aparecen.

3) Sumas e restas, segundo aparecen.

Se varias operacións teñen igual preferencia, **realízanse de esquerda a dereita**.

Actividade resolta

3· (3-5)	-6
(-4) · (6 – 10)	16
35 + 7·(6 – 11)	0
60 : (8 – 14) + 12	+2
(9– 13 – 6 + 9) · (5 – 11 + 7 – 4)	(-1) · (-3)=3
–(8 + 3 – 10) · [(5 – 7) : (13 – 15)]	-(1) · [(-2) : (-2)] = -1
(+12) – (+2) · [(-3) - (-8)]	10 · 5 = 50

Actividades propostas

S6. Calcule:

3 · {2 · [4 – 2 · (5 - 7)] + 3 · (1 – 2 · 5)} =
4 – 2 · (5 - 8) + 2 · [5 · (2 – 7 + 3) - 7] =
3 · (12 – 4 · 8) + 4 · [5 : 1 - 4+ 3 · (2 - 1)] =

2.1.3 Relacións entre fraccións e decimais

As fraccións e os decimais son formas numéricas coas que expresamos cantidades.

Paso de fracción a decimal

Toda fracción se pode pasar á forma decimal. Divídese o numerador entre o denominador, pero só se poden pasar a fraccións os decimais exactos e os periódicos.

Exemplos:

Decimal exacto a fracción

$$0{,}8 = \frac{80}{100} \qquad 2{,}25 = \frac{225}{100} = \frac{9}{4} \qquad 0{,}875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

Decimal periódico a fracción

Número decimal periódico puro

Pasar a forma de fracción $1,\hat{2}$

$$A = 1,\hat{2} = 1{,}222 \ldots.$$

Multiplicamos por 10 e restámoslle o propio número

$$\begin{array}{l} 10A = 12{,}222\ldots \\ \underline{-A = \ 1{,}222\ldots} \\ 9A = \ 11{,}000 \end{array} \quad \rightarrow \quad 9A = 11 \rightarrow A = \frac{11}{9} \rightarrow 1,\hat{2} = \frac{11}{9}$$

Número decimal periódico mixto

Pasar a forma de fracción $0.5\hat{4}$

$$A = 0{,}5\hat{4} = 0{,}5444\ldots$$

Multiplicámolo por 100 e por 10 e restamos:

$$\begin{array}{l} 100A \ = \ 54{,}444\ldots \\ \underline{-10A \ = \ \ 5{,}444\ldots} \\ \ \ 90A = \ 49{,}000\ldots \end{array} \quad \rightarrow \quad 90A = 49 \rightarrow A = \frac{49}{90} \rightarrow 0{,}5\hat{4} = \frac{49}{90}$$

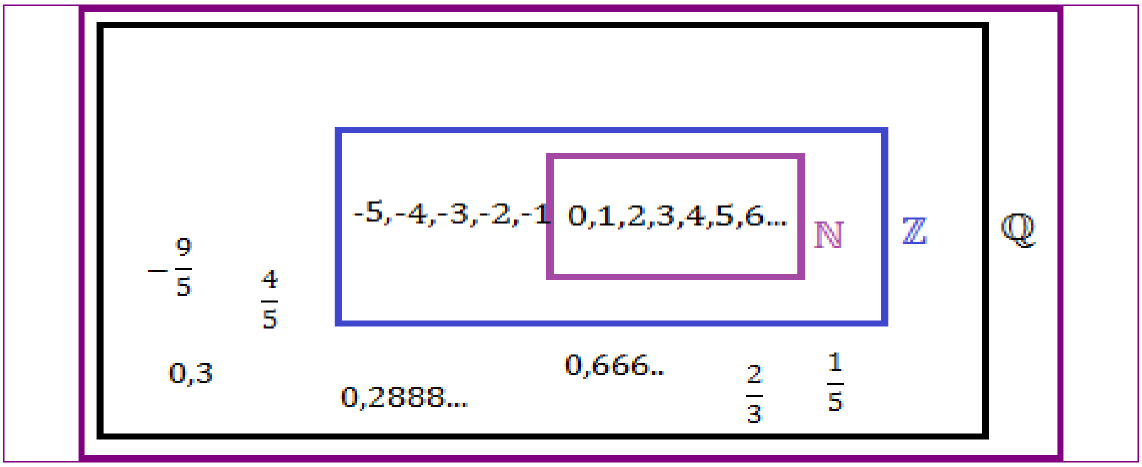
Números racionais

O conxunto dos números racionais desígnase coa letra $\mathbb{Q}$. Un número é racional cando se pode expresar en forma de fracción:

$$\frac{\text{Número enteiro}}{\text{Número enteiro}} = \text{NÚMERO RACIONAL}$$

- Todos os números enteiros e tamén os naturais son racionais, xa que poden expresarse como unha fracción.
- Os decimais exactos e os decimais periódicos tamén son racionais pois, como acabamos de ver, sempre se poden presentar en forma de fracción.
- Os decimais con infinitas cifras non periódicas non son racionais, xa que non se poden expresar en forma de fraccións. Exemplos: $\sqrt{2} = 1{,}414213 \ldots,\ \ \pi = 3{,}14159 \ldots$
- Os números que coñecemos ata agora relaciónanse como se indica no gráfico seguinte:

Resumimos o devandito no esquema seguinte



Actividades propostas

S7. Exprese en forma decimal:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{10}, \frac{13}{110}$$

S8. Exprese en forma de fracción:

0,7	0,4	1,6
0,04	2,73	0,469

S9. Exprese en forma de fracción:

$0,\hat{3}$	$1,\hat{7}$	$0,\hat{8}$
$0,0\hat{6}$	$3,1\hat{5}$	$1,\widehat{25}$

2.1.4 Operacións con fraccións, xerarquía nas operacións

Lembramos como se levan a cabo as principais operacións con fraccións:

Suma e resta de fraccións

Co mesmo denominador

- A suma ou a resta de fraccións co mesmo denominador é outra fracción que ten o mesmo denominador e o numerador é a suma ou resta dos numeradores.

Actividade resolta

$\frac{16}{36}+\frac{12}{36}=\frac{28}{36}$	Sempre debemos simplificar o resultado	$\frac{28}{36}=\frac{28:4}{36:4}=\frac{7}{9}$
$\frac{16}{36}-\frac{12}{36}=\frac{4}{36}$	Sempre debemos simplificar o resultado	$\frac{4}{36}=\frac{4:4}{36:4}=\frac{1}{9}$

Con distinto denominador

- Redúcense as fraccións a común denominador calculando o mínimo común múltiplo dos denominadores e dividindo este entre o denominador de cada fracción para logo multiplicar o resultado polo numerador de cada unha delas. A continuación xa queda a suma ou a resta como de fraccións co mesmo denominador.

Actividade resolta

$$\frac{8}{9}-\frac{2}{3}=\frac{1+6}{9}=\frac{7}{9};\ \frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5+3}{15}=\frac{8}{15}$$

m.c.m. (9,3) = 9 m.c.m. (3,5) = 15

Actividades propostas

S10. Resolva:

$\frac{4}{5}+\frac{7}{5}-\frac{9}{5}=$	$\frac{4}{5}+\frac{7}{10}-\frac{9}{14}=$
$\frac{13}{12}-\frac{3}{4}+\frac{1}{16}=$	$\frac{7}{9}-\frac{4}{15}-\frac{1}{5}=$

Multiplicación e división

- Para multiplicar fraccións, multiplícanse os numeradores e os denominadores
- Para dividir fraccións, multiplícanse os termos cruzados.

Actividade resolta

$\frac{5}{3}\cdot\frac{-2}{6}=\frac{-12}{18}=-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}:\frac{-2}{6}=\frac{30}{-6}=-5$

Actividades propostas

S11. Multiplique e obteña a fracción irredutible:

$\frac{4}{5}\cdot\frac{-10}{3}=$	$\frac{-7}{9}\cdot\frac{-18}{35}=$
$\frac{2}{3}\cdot\frac{18}{7}\cdot\frac{1}{16}=$	$\frac{7}{9}\cdot\frac{4}{15}\cdot\frac{2}{5}=$

S12. Calcule e compare os resultados:

$\left(2:\frac{1}{2}\right):\frac{1}{5}=$	$\left(\frac{5}{6}:\frac{10}{4}\right):6=$
$2:\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{5}\right)=$	$\frac{5}{4}:\left(\frac{10}{4}:6\right)=$

Potencias e fraccións

As propiedades das potencias son as mesmas para os números naturais, enteiros e para as fraccións. Aplicamos estas propiedades ás potencias:

- **Potencia dunha fracción:** unha potencia dunha fracción é o produto desa fracción, a base, por si mesma tantas veces como indique o expoñente. A base escríbese sempre entre parénteses.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3=\left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{a^3}{b^3}$$

Coas potencias das fraccións séguese a regra dos signos:

$$(-)^{par}=(+)(-)^{impar}=(-)(+)^{par}=(+)(+)^{impar}=(+)$$

As propiedades das operacións con potencias aplícanse igualmente ás fraccións:

- A **potencia dun produto** é igual ao produto das potencias dos factores.

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^2=\left(\frac{a}{b}\right)^2\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^2$$

- **Produto de potencias da mesma base:** para multiplicalas, súmanse os expoñentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^3=\left(\frac{a}{b}\right)^5$$

- A **potencia dun cociente** é igual ao cociente das potencias do dividendo e do divisor.

$$\left(\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\right)^2=\left(\frac{a}{b}\right)^2:\left(\frac{c}{d}\right)^2$$

- **Cociente de potencias da mesma base:** para dividilas, réstanse os expoñentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^7:\left(\frac{a}{b}\right)^5=\left(\frac{a}{b}\right)^2$$

- **Potencia doutra potencia:** para elevar unha potencia a outra potencia, multiplícanse os expoñentes.

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^3\right]^2=\left(\frac{a}{b}\right)^6$$

- **Potencias de expoñente cero:** a potencia de expoñente cero **vale sempre 1** (para calquera base distinta de cero) $(\boldsymbol{a})^{\mathbf{0}}=\mathbf{1}$. Da mesma forma:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$$

- **Potencias de expoñente negativo:** unha potencia de expoñente negativo é a inversa da mesma potencia de expoñente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-3}=\left(\frac{b}{a}\right)^3$$

Actividades resoltas

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^3=\left(\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{5}\right)^3=\left(\frac{15}{30}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{4+3} = \left(\frac{3}{4}\right)^7$
$\left(\frac{5}{10}\right)^2 : \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{10} : \frac{6}{5}\right)^2 = \left(\frac{25}{60}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}$
$\left(\frac{3}{5}\right)^9 : \left(\frac{3}{5}\right)^7 = \left(\frac{3}{4}\right)^{9-7} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$
$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$
$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

Actividades propostas

S13. Resolva e calcule:

$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right) =$
$\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{6}\right)^2 =$	$\left(\frac{3}{7}\right)^9 : \left(\frac{3}{7}\right)^7 : \left(\frac{3}{7}\right) =$
$\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{5}\right)^5 =$	$\left[\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3\right]^2\right]^0 =$

Xerarquía nas operacións

- Cando hai varias operacións indicadas, **a orde da operación** é coma nos números naturais e enteiros:

1- Parénteses

2- Potencias e raíces

3- Multiplicacións e divisións

4- Sumas e restas

- Cando hai operacións con parénteses, opéranse estas en primeiro lugar dunha destas dúas formas:
  - Resolvendo as parénteses de forma independente ata deixalas reducidas a unha soa fracción.

– Suprimindo as parénteses, tendo en conta que se aparéntese ten diante un signo +, os signos interiores non varían, e se aparéntese ten diante un signo –, os signos interiores transfórmanse de + a – e de – a +.

$$+\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}-\frac{m}{n}\right)=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}-\frac{m}{n} \qquad -\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}-\frac{m}{n}\right)=-\frac{a}{b}-\frac{c}{d}+\frac{m}{n}$$

Actividade resolta

$$\frac{3}{4}:\frac{5}{6}-\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 6}{4\cdot 5}-\frac{1\cdot 2}{5\cdot 3}=\frac{18}{20}-\frac{2}{15}=\frac{54}{60}-\frac{8}{60}=\frac{46}{60}=\frac{23}{30}$$

$\text{m.c.m.}\,(20,15)=60$

Actividades propostas

S14. Resolva e calcule:

$\frac{3}{5}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}=$	$\frac{7}{9}-\frac{1}{6}:\frac{3}{2}=$
$\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{2}=$	$\frac{3}{5}:6+\frac{5}{6}:4=$
$\left(\frac{1}{3}\right)^3:\frac{1}{9}+\frac{2}{5}=$	$\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{5}{7}-\frac{4}{9}\right)=$

2.1.5 Potencias e notación científica

- Hai números que por seren extraordinariamente grandes ou sumamente pequenos son incómodos de escribir. A **notación científica** serve para que a escritura deses números teña menos cifras e, polo tanto, resulte máis cómoda.
- Unha cantidade expresada en notación científica ten forma de produto: un número menor que 10 (pero non inferior a 1), multiplicado por unha potencia de 10 de expoñente enteiro.
- Se o número que debe multiplicar á potencia de 10 ten moitas cifras decimais, o mellor será poñelo aproximado con poucas cifras.

Un número está en notación científica se adopta a seguinte forma:

a	$,\underline{bcd}\ldots$	$.\,\underline{10^n}$
Parte enteira (unha soa cifra distinta de 0)	Parte decimal	Potencia enteira de base 10

Actividades resoltas

A distancia media da Terra ao Sol é 149 598 000 Km = 150 000 000 = 1,50 · 100 000 000 = 1,50 · 10^8
Un virus mide aproximadamente 0,000 225 mm = 2,25 · 0,0001 = 2,25 · 10^{-4} mm

Actividades propostas

S15. Exprese en notación científica as seguintes cantidades:

Masa dun átomo de ferro	0,000 000 000 000 000 000 000 0926
Masa dun átomo de prata	0,000 000 000 000 000 000 000 179
Un ano luz	9 460 800 000 000

2.2 Proporcionalidade e porcentaxes

2.2.1 Razón, proporción e taxa

Razón

- **Razón**: Unha razón é a división ou cociente entre dous números ou dúas cantidades comparables entre si.

Represéntase $\frac{a}{b}$, e lese "*a* é a *b*"

- Os termos dunha razón chámanse *antecedente* e *consecuente*. O antecedente é o dividendo ou numerador, e o consecuente é o divisor ou denominador.
- Non se debe confundir unha razón cunha fracción. Os termos antecedente e consecuente dunha razón poden ser números enteiros ou números decimais. Nunha fracción os seus termos, numerador e denominador, deben ser números enteiros.
  - Exemplo 1: nun concurso no que hai tres premios participan 21 persoas. Podemos expresar matematicamente a relación anterior mediante unha razón entre o número de premios e o número de participantes, e queda:

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{21}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}$$

  - Exemplo 2: Temos dous sacos de cemento; o saco grande pesa 7,5 kg e o pequeno pesa 2,5 kg. A razón entre a masa do saco grande e a do saco pequeno é: $\frac{\mathbf{7{,}5}}{\mathbf{2{,}5}} = \mathbf{3}$, o que quere dicir que o saco grande ten tres veces a masa do pequeno.

Proporción

Unha **proporción** é unha igualdade de dúas razóns.

Represéntase $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e lese "*a* é a *b* como *c* é a *d*"

Os termos dunha proporción: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\text{Chámase} \begin{cases} a, c \ \ \text{antecedentes} \\ \\ b, d \ \text{consecuentes} \end{cases} \qquad \text{e tamén} \begin{cases} a, d \ \ \text{extremos} \\ \\ b, c \ \text{medios} \end{cases}$$

Propiedades das proporcións

- En toda proporción o produto de medios é igual ao produto de extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$$

- Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a unha calquera das razóns:

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Cálculo dun termo descoñecido dunha proporción

Para calcular o termo descoñecido nunha proporción,coñecendo os outros tres, aplícase a propiedade:

Produto de medios = produto de extremos

A ese termo descoñecido chámaselle ***cuarto proporcional***.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot x = b \cdot c \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{b \cdot c}{a}$$

$$\frac{a}{b} \qquad \frac{c}{x}$$

Observe que, considerando os catro elementos da proporción nos extremos dos brazos dunha aspa, podemos dicir que para calcular o termo descoñecido dunha proporción multiplícanse os dous números coñecidos que forman un dos brazos da aspa e o resultado divídese polo terceiro número, emparellado coa incógnita no outro brazo.

Actividades resoltas

Elixa a resposta correcta en cada caso:

A razón de 6 e 18 é: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

$$\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

A razón de 12 e 18 é: $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

Forme razóns coa suma de antecedentes e consecuentes das seguintes proporcións e comprobe que forma proporción con elas:

$\frac{8}{10} = \frac{6}{7{,}5}$; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

$$\frac{8+6}{10+7{,}5} = \frac{14}{17{,}5} = \frac{8}{10} = \frac{6}{7{,}5} = 0{,}8 \qquad \frac{2+8}{3+12} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} = \frac{8}{12} = 0,66666$$

Calcule o cuarto proporcional nas seguintes proporcións:

$\frac{x}{4{,}9} = \frac{2}{3}$

$$\frac{\mathrm{x}}{9} = \frac{2}{3} \qquad x \cdot 3 = 9\,.\,2 \qquad x = \frac{9\,.\,2}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$\frac{5{,}2}{4{,}3} = \frac{x}{8{,}6}$

$$\frac{5{,}2}{4{,}3} = \frac{\mathrm{x}}{8{,}6} \qquad 5{,}2 \cdot 8{,}6 = 4{,}3 \cdot x \qquad x = \frac{5{,}2 \cdot 8{,}6}{4{,}3} = \frac{44{,}72}{4{,}3} = 10{,}4$$

$\frac{7}{x} = \frac{2}{12}$

$$\frac{7}{x} = \frac{2}{12} \qquad 7 \cdot 12 = x \cdot 2 \qquad x = \frac{7 \cdot 12}{2} = \frac{84}{2} = 42$$

$$\frac{8}{30} = \frac{x}{15}$$

$\frac{8}{30} = \frac{x}{15}$ $\quad 8 \cdot 15 = 30 \cdot x \quad$ $x = \frac{8 \cdot 15}{30} = \frac{120}{30} = 4$

Actividades propostas

S16. Calcule o termo descoñecido en cada proporción:

$\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$	$\frac{x}{3} = \frac{35}{7}$	$\frac{91}{42} = \frac{x}{9}$

S17. A razón do que gañan Xoán e Lois é $\frac{3}{5}$. Se Xoán gaña 850 euros, canto gaña Lois?

Taxa

- **Taxa**: A taxa en matemáticas é a **razón ou cociente entre dúas magnitudes diferentes** que se expresan coas súas unidades. Se non expresamos a razón desas unidades, a taxa deixa de informar e queda a expresión dunha simple razón entre números.
  - *Exemplo*: a taxa máxima de alcohol no sangue permitida ou *taxa de alcoholemia*, é un número seguido do cociente **g/litro**. Polo tanto,refírese a gramos de alcohol por litro de sangue. É imprescindible que expresemos a relación entre as unidades.
- **Taxa unitaria:** É o valor numérico dunha taxa expresado nas unidades do numerador por cada unidade do denominador.
  - *Exemplo*: A taxa de natalidade dunha poboación exprésase dividindo o número de nacementos nun período de tempo (xeralmente un ano), entre o número de habitantes desa poboación: 60 nacidos nunha poboación de 3 000 habitantes, implica unha taxa de $\frac{60\ nacementos}{3\,000\ habitantes}$ e a taxa unitaria será 0,02 nacidos por habitante. Para entendelo mellor, expresámolo en tantos por mil: 20 nacidos por cada 1 000 habitantes.

Actividade resolta

Calcule a taxa e a taxa unitaria que corresponde a unha poboación de 400 000 habitantes na que nun ano naceron 2 000 nenos. Exprese o resultado en tantos por mil.

$$\frac{2\,000 \text{ nacementos}}{400\,000\ habitantes} = \ 0{,}005 \text{ nacidos por habitante}$$

$$0{,}005 \cdot 1000 = 5 \rightarrow 5\ nacidos\ por\ cada\ 1\,000\ habitantes$$

Actividade proposta

S18. Un comerciante compra 2 500 teléfonos móbiles por 250 000 euros. Cal é a taxa unitaria de custo por produto?

2.2.2 Magnitudes directamente proporcionais

Unha magnitude é calquera propiedade física que poida ser medida: a lonxitude, a temperatura, os cartos, a masa, o tempo etc. A dor, o amor e a ledicia poden ser grandes ou pequenas, pero non se poden medir, logo non son magnitudes.

Dúas magnitudes son directamente proporcionais se ao multiplicar (ou dividir) unha delas por un número a outra queda multiplicada (ou dividida) por ese mesmo número.

Vexamos un exemplo de dúas magnitudes directamente proporcionais: lonxitude dun tecido e o seu valor:

Cantidade de tecido (metros)	1	2	3	4	5	…
Prezo (euros)	6	12	18	24	30	…

Na táboa obsérvase o seguinte:

- A razón de dúas cantidades da primeira magnitude e a razón das correspondentes cantidades da segunda magnitude forman unha proporción.

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}, \qquad \frac{2}{4} = \frac{12}{24}, \qquad \frac{5}{3} = \frac{30}{18}$$

- Os valores dunha magnitude son proporcionais aos valores correspondentes da outra, é dicir, forman unha serie de razóns iguais.

$$\frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{18}{3} = \frac{24}{4} = \frac{30}{5} = \boldsymbol{K}\ (constante\ de\ proporcionalidade\ directa)$$

- **A constante de proporcionalidade directa** é o valor do cociente que resulta de dividir dous valores correspondentes dunha táboa de proporcionalidade directa.

Resolución de problemas

Os problemas de proporcionalidade directa pódense resolver mediante dúas estratexias:

Regra de tres simple directa

A regra de tres simple directa é un procedemento que ten por obxecto o cálculo do termo descoñecido dunha proporción na que se coñecen tres cantidades de dúas magnitudes. É dicir, cómpre atopar o cuarto elemento da proporción.

Para resolver os problemas, séguese o seguinte esquema:

Colócanse os datos e determínase se a proporcionalidade é directa: $Magnitude\ (A)\ \ (D)\ \ Magnitude\ (B)$ a ——— c b ——— x	Fórmase a proporción e calcúlase o cuarto proporcional: $\frac{b}{a} = \frac{c}{x}$ $\qquad x = \frac{b \cdot c}{a}$

Actividade resolta

Para facermos 3 traxes necesitamos 7,50 metros de tecido. Canto tecido usaremos para facer 8 traxes?

❶	Razoamos o problema.	Se para facer tres traxes necesitamos 7,5 metros de tecido, daquela para facer oito traxes necesitaremos *x* metros.
❷	Escribimos o anterior así.	3 traxes ——— 7,5 metros 8 traxes ——— x metros
❸	Determinamos se a proporcionalidade é directa.	Razoamos: se para tres traxes necesitamos 7,5 metros, se aumentamos o número de traxes, a outra magnitude (os metros de tecido) tamén terá que aumentar. Xa que logo, é directa.
❹	Escribimos unha proporción cos termos anteriores:	$\frac{3}{8} = \frac{7.5}{x}$
❺	Despexamos x e calculamos:	$3 \cdot x = 7{,}5 \cdot 8 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{7{,}5 \cdot 8}{3} = 20\ metros$

Redución á unidade

O método de redución á unidade consiste en:

- Calcular primeiro o valor asociado á unidade na táboa de magnitudes proporcionais correspondente.
- Coñecendo o dato do valor asociado á unidade, calcúlase o valor desexado.

Actividade resolta

Para facermos 3 traxes necesitamos 7,50 metros de tecido. Canto tecido usaremos para facer 8 traxes?

❶	▪ Número de traxes: 1, 3, 8 ▪ Metros de tecido: ?, 7,5, ?
❷	Calculamos os metros necesarios para facer un traxe $\frac{1}{x} = \frac{3}{7{,}5} \qquad x = \frac{7{,}5\ metros}{3\ traxes} = 2{,}5\ metros/traxe$
❸	Coñecido o valor da unidade, neste caso un traxe, calculamos para o valor desexado. Para 8 traxes: 8 traxes. 2,5 metros/traxe = 20 metros

Actividades propostas

S19. O dono dunha tenda paga 720 euros por un pedido de 15 caixas de aceite de oliva. Canto pagará por outro pedido do mesmo aceite de 8 caixas?

S20. Unha pescada de dous quilos e trescentos gramos custoume 28,75 euros. Canto pagarei por outra pescada de quilo e medio?

S21. Unha máquina envasadora enche 750 botellas nun cuarto de hora. Canto tardará en encher 1 000 botellas?

2.2.3 Magnitudes inversamente proporcionais

Dúas magnitudes son inversamente proporcionais se un aumento ou unha diminución nunha das magnitudes determina unha diminución ou un aumento proporcional na outra.

Vexamos un exemplo de dúas magnitudes inversamente proporcionais: velocidade dun automóbil e tempo transcorrido en percorrer unha distancia de 120 km. Observamos na táboa como a medida que aumenta unha das magnitudes diminúe proporcionalmente a outra:

Velocidade (km/h)	30	40	60	120	…
Tempo transcorrido (horas)	4	3	2	1	…

Na táboa observamos o seguinte:

– A razón de dúas cantidades calquera da primeira magnitude (velocidade) e a razón inversa das correspondentes cantidades da segunda magnitude (tempo) forman unha proporción:

$$\frac{30}{40}=\frac{3}{4},\frac{40}{60}=\frac{2}{3},\ \frac{60}{120}=\frac{1}{2}$$

– Que o produto das cantidades dunha magnitude (velocidade) polas correspondentes da outra é sempre o mesmo número, é unha constante, coñecida como constante de proporcionalidade inversa:

30 · 4 = 40 · 3 = 60 · 2 = 120 · 1 = 120 =***K*** *(constante de proporcionalidade inversa)*

- **A constante de proporcionalidade inversa** é o valor do produto que resulta de multiplicar dous valores correspondentes dunha táboa de proporcionalidade inversa.

Resolución de problemas

Os problemas de proporcionalidade inversa pódense resolver mediante dúas estratexias:

Regra de tres simple inversa

A regra de tres simple inversa é o procedemento para calcular unha cantidade que forma proporción con outras tres cantidades coñecidas de dúas magnitudes inversamente proporcionais.

Para resolver os problemas séguese o seguinte esquema:

Colócanse os datos e determínase se a proporcionalidade é inversa:	Fórmase a proporción na que a razón das cantidades da magnitude A aparece invertida:
$Magnitude\ (A)\ \ (D)\ \ Magnitude\ (B)$ a —— c b —— x	$\frac{b}{a}=\frac{c}{x}$ $\qquad x=\frac{a\cdot c}{b}$

Actividade resolta

Un gandeiro ten herba almacenada para alimentar 20 animais durante 60 días. Se compra 10 animais máis, para cantos días terá herba abondo?

❶	Razoamos o problema	Se 20 animais poden comer 60 días, daquela 30 animais comerán *x* días
❷	Escribimos o anterior así	20 animais ——— 60 días 30 animais ——— *x* días
❸	Determinamos se a proporcionalidade é directa	Razoamos: se para 20 animais a herba almacenada nos dá para 60 días, se aumentamos o número de animais, a outra magnitude (o número de días), tendo a mesma herba almacenada, terá que diminuír. Xa que logo é inversa.
❹	Escribimos unha proporción cos termos anteriores:	$\frac{30}{20}=\frac{60}{x}$
❺	Despexamos *x* e calculamos:	$30\cdot x=20\cdot 60 \quad x=\frac{20\cdot 60}{30} \quad x=40$

Redución á unidade

O método de redución á unidade consiste en:

- Calcular primeiro o valor asociado á unidade na táboa de magnitudes inversamente proporcionais correspondente.
- Coñecendo o dato do valor asociado á unidade, calcúlase o valor desexado.

Actividade resolta

Un gandeiro ten herba almacenada para alimentar 20 animais durante 60 días. Se compra 10 animais máis, para cantos días terá herba abondo?

❶	<table><tr><td>▪ Número de animais</td><td>1</td><td>20</td><td>30</td></tr><tr><td>▪ Número de días</td><td>*x*</td><td>60</td><td>?</td></tr></table>
❷	Como as dúas magnitudes son inversamente proporcionais, o produto das cantidades correspondentes é constante: $20\cdot 60=1\cdot x=1\,200$
❸	Entón, se un animal pode comer 1 200 días, 30 animais han comer: $\frac{1200}{30}=40\ días$

Actividades propostas

S22. Un coche, a 80 km/h, tarda 2 h en chegar a Barcelona. Canto tardaría un camión, a 40 km/h? E un tren de alta velocidade a 160 km/h?

S23. Tres obreiros acaban un traballo en 7 horas. Canto tardarían en facer o mesmo traballo 7 obreiros?

S24. Nunha poboación de 4 000 habitantes hai reservas de auga para 12 meses.

a) Se fosen 2 000 habitantes. Para cantos meses terían?

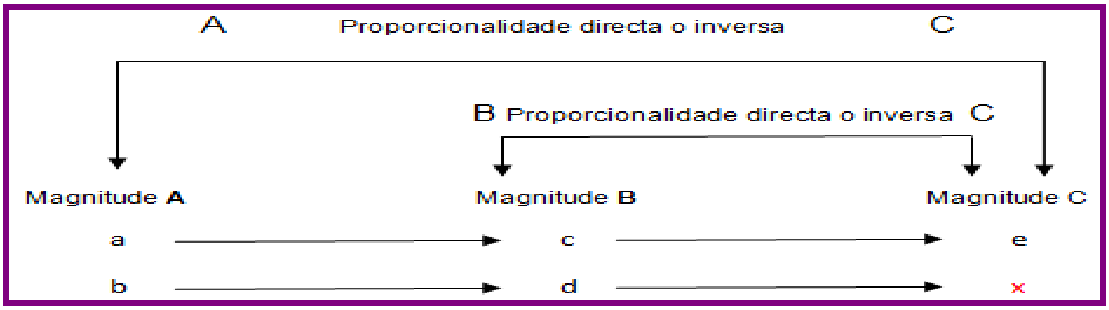
b) E se fosen 3 000 habitantes?

2.2.4 Proporcionalidade composta e repartimentos proporcionais

Proporcionalidade composta

Unha proporcionalidade é composta se interveñen máis de dúas magnitudes proporcionais. Para resolver problemas de regra de tres composta aplícase o seguinte procedemento:

- Identifícanse as magnitudes que interveñen, colócanse os datos e a incógnita, e determínase a relación de proporcionalidade entre cada magnitude e a da incógnita.

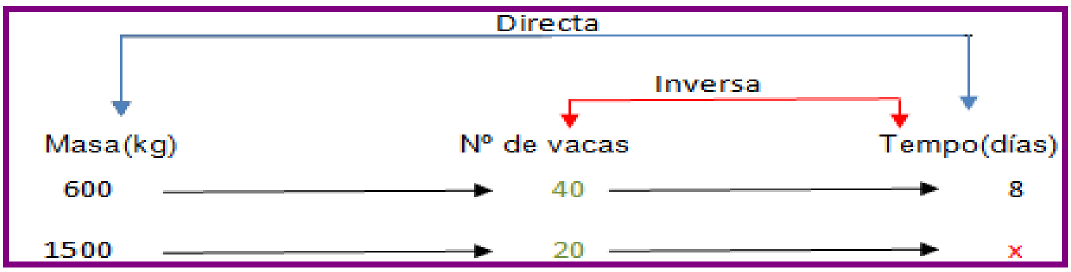


- Formúlase a proporción, coa razón directa ou inversa segundo as magnitudes sexan directa ou inversamente proporcionais, e resólvese.

Actividade resolta

Un gandeiro necesita 600 kg de penso para alimentar 40 vacas durante 8 días. Durante cantos días poderá alimentar 20 vacas con 1 500 kg de penso?

Colócanse os datos e determínase a relación de proporcionalidade



- Fórmase a proporción:

Multiplícanse as razóns das cantidades da mesma magnitude, pondo a razón inversa se a proporcionalidade é inversa, e iguálanse coa razón das cantidades da incógnita.

$$\frac{600}{1500}\cdot\frac{20}{40}=\frac{8}{x} \Longrightarrow \frac{12000}{60000}=\frac{8}{x} \Longrightarrow \frac{1}{5}=\frac{8}{x}\ ;\ x=8\cdot 5=40 \text{ días}$$

Razón invertida para formar proporción

Actividades propostas

S25. Unha máquina nunha fábrica, traballando10 horas ao día, envasa 10 000 latas en 8 días. Canto tardaría en envasar 600 latas traballando 12 horas ao día?

S26. Un granxeiro necesitou 588 kg de penso para alimentar 30 vacas durante 14 días. Durante cantos días podería alimentar 20 vacas dispoñendo de 1 680 kg de penso?

Repartimentos proporcionais

Estudamos a continuación como se solucionan os problemas de repartimentos directa e inversamente proporcionais.

- Repartimentos directamente proporcionais
- Para resolver este tipo de problemas aplicamos unha das propiedades das proporcións que nos di: "*Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual a unha calquera das razóns*".

$$\frac{\boldsymbol{a+c+e}}{\boldsymbol{b+d+f}}=\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}=\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}}=\frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{f}}$$

Actividade resolta

Queremos repartir un premio de 60 euros entre tres estudantes en proporción directa á súa cualificación final de curso. Un alumno obtivo un 7, outro un 8 e o terceiro un 5. Cantos euros tocarán a cada un?

$$\frac{Euros\ totais}{Notas\ totais}=\frac{Euros\ 1^{\text{º}}\ estudante}{Nota\ 1^{\text{º}}\ estudante}=\frac{Euros\ 2^{\text{º}}}{Nota\ 2^{\text{º}}}=\frac{Euros\ 3^{\text{º}}}{Nota\ 3^{\text{º}}}\quad Daquela:\ \frac{60\ €}{8+7+5}=\frac{x}{8}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}$$

Agora, a partir desta última igualdade de fraccións resolvemos a proporción para x, logo para y e finalmente para z:

$$\frac{60\ €}{8+7+5}=\frac{x}{8}\Rightarrow x=\frac{60\ €\cdot 8}{20}=24$$
$$\frac{60\ €}{8+7+5}=\frac{y}{7}\Rightarrow y=\frac{60\ €\cdot 7}{20}=21$$
$$\frac{60\ €}{8+7+5}=\frac{z}{5}\Rightarrow y=\frac{60\ €\cdot 5}{20}=15$$

- **Repartimentos inversamente proporcionais**

Repartir unha cantidade *N* en partes inversamente proporcionais aos números *a, b* e *c*, equivale a repartir esa cantidade *N* en partes directamente proporcionais a 1/*a*, 1/*b* e 1/*c* respectivamente. Escribimos a proporción así:

$$\frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{x}{\frac{1}{a}}=\frac{y}{\frac{1}{b}}=\frac{z}{\frac{1}{c}}$$

Actividade resolta

Queremos repartir 1 100 unidades en partes inversamente proporcionais aos números 5 e 6.

$$\frac{1100}{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}}=\frac{x}{\frac{1}{5}}\Rightarrow\frac{1100}{\frac{11}{30}}=\frac{x}{\frac{1}{5}}$$

$$x=\frac{\frac{1}{5}\cdot 1100}{\frac{11}{30}}=\frac{220}{\frac{11}{30}}=600 \qquad y=\frac{\frac{1}{6}\cdot 1100}{\frac{11}{30}}=\frac{\frac{550}{3}}{\frac{11}{30}}=500$$

Actividades propostas

S27. Reparta 3 420 en partes directamente proporcionais a 6, 12 e 20.

S28. Reparta 3 420 en partes inversamente proporcionais a 6, 12 e 20.

2.2.5 Porcentaxes: resolución de problemas

Porcentaxes

Unha porcentaxe pódese contemplar como **unha proporción**, **unha fracción** ou **asocialo a un número decimal.** Vexamos como:

- **Unha porcentaxe indica unha proporción**

Cando dicimos que o 40 % da mocidade ten estudos universitarios, estamos a dicir que de cada 100 mozos, 40 deles posúen estudos universitarios.

Podemos representar estes datos nunha táboa:

Total	100	200	300	50	25	350	…
Parte (40 %)	40	80	120	20	10	?	…

Vemos que se trata dunha táboa de proporcionalidade directa, o que nos permite tratar a situación de porcentaxe como unha situación de proporcionalidade.

100 mozos ——— 40 universitarios 350 mozos ——— x universitarios	$\frac{100}{350}=\frac{40}{x}$ $\quad x=\frac{350\cdot 40}{100}=140\ universitarios$ De 350 mozos, 140 son universitarios
Para calcular un determinado tanto por cento dunha cantidade, multiplícase o tanto pola cantidade e o resultado divídese entre 100	t % de $C=\frac{t\cdot C}{100}$

Unha porcentaxe é unha fracción

Coller o 40 % dunha cantidade é o mesmo que dividir a citada cantidade en 100 partes e tomar 40, é dicir, tomar a fracción $\frac{40}{100}$.

Daquela, no exemplo anterior:

40 % de 350 = $\frac{40}{100}$ de 350 = $\frac{40 \cdot 350}{100}$ = 140

Unha porcentaxe pódese calcular como a fracción dunha cantidade	t % de $C = \frac{t}{100}$ de $C = \frac{t \cdot C}{100}$

Unha porcentaxe asóciase a un número decimal

Unha porcentaxe pódese expresar, tal como se mostra no apartado anterior, como unha fracción. Á súa vez, unha fracción pódese expresar en forma de decimal, o que nos permitirá utilizar un xeito rápido para o cálculo de porcentaxes.

40 % en forma de fracción é $\frac{40}{100}$, e á súa vez, en forma decimal 40 : 100 = 0,40.

Xa que logo, o 40 % de 350 = 0,40 · 350 = 140

Para calcularmos unha porcentaxe, multiplícase o total polo tanto por cento expresado en forma decimal

Cálculo rápido dalgunhas porcentaxes

Algunhas porcentaxes equivalen a fraccións moi sinxelas, o que facilita o cálculo. Vexamos algunhas delas:

O 50 % é a metade	$50\,\% \rightarrow \frac{50}{100} \rightarrow \frac{1}{2}$ $\rightarrow$ ***Para calcular o 50 %, divídese entre 2***
O 25 % é a cuarta parte	$25\,\% \rightarrow \frac{25}{100} \rightarrow \frac{1}{4}$ $\rightarrow$ ***Para calcular o 25 %, divídese entre 4***
O 20 % é a quinta parte	$20\,\% \rightarrow \frac{20}{100} \rightarrow \frac{1}{5}$ $\rightarrow$ ***Para calcular o 20 %, divídese entre 5***
O 10 %, divídese entre 10	$10\,\% \rightarrow \frac{10}{100} \rightarrow \frac{1}{10}$ $\rightarrow$ ***Para calcular o 10 %, divídese entre 10***
O 75 % son as $\frac{3}{4}$ ***partes***	$75\,\% \rightarrow \frac{75}{100} \rightarrow \frac{3}{4}$ $\rightarrow$ ***Para calcular o 75 %, divídese entre 4 e logo multiplícase por 3***

Resolución de problemas

Nas porcentaxes aparecen tres cantidades relacionadas, que son: *cantidade parcial, cantidade total e porcentaxe*. Ao resolvermos problemas con porcentaxes, en xeral, coñecemos dúas desas cantidades, e o que queremos é calcular a outra.

- **Coñecemos o total e unha parte. Calculamos a porcentaxe.**

O tanto por cento calcúlase dividindo a cantidade parcial entre a cantidade total. O resultado desta división será o tanto por cento expresado como decimal. Para o expresar en porcentaxe multiplicamos por 100.

Actividade resolta

Un xogador de baloncesto encestou 15 de 25 tiros libres. Cal é a súa porcentaxe de acertos?

$$\left.\begin{array}{r} Cantidade\ total = 25 \\ Cantidade\ parcial = 15 \end{array}\right\} \quad Porcentaxe = \frac{Cantidade\ parcial}{Cantiadade\ total} = \frac{15}{25} = 0{,}6 = 60\%$$

- **Coñecemos a porcentaxe e o total. Calculamos unha parte**

A cantidade parcial calcúlase multiplicando a cantidade total polo tanto por cento expresado como decimal.

Actividade resolta

Un xogador de baloncesto nun adestramento, de 25 tiros libres, acertou o 60 %. Que cantidade de tiros encestou?

$$\left.\begin{array}{r} Cantidade\ total = 25 \\ Porcentaxe\ de\ acertos = 60\% \end{array}\right\} \quad Porcentaxe\ expresada\ como\ decimal\ 60\% = \frac{60\%}{100} = 60\%$$

$$Cantidade\ parcial = 0{,}60 \cdot 25 = 15\ tiros\ que\ encestou$$

- **Coñecemos a porcentaxe e unha parte. Calculamos o total**

A cantidade total calcúlase dividindo a cantidade parcial entre o tanto por cento expresado como decimal.

Actividade resolta

Un xogador de baloncesto nun adestramento de tiros libres acertou 15 tiros, que supuxo o 60 % do total. Que cantidade total de tiros libres efectuou?

$$\left.\begin{array}{r} Cantidade\ total = 15 \\ \\ Porcentaxe\ de\ acertos = 60\% \end{array}\right\} \quad Porcentaxe\ expresada\ como\ decimal\ 60\% = \frac{60\%}{100} = 60\%$$

$$Cantidade\ parcial = \frac{15}{0{,}60} = 25\ tiros\ libres\ que\ efectuou$$

Actividades propostas

S29. Quedan 10 ovos no frigorífico e collín 7 para facer a comida. Que porcentaxe collín?

S30. Ao calcular o 20 % sobre unha cantidade, obtivéronse 24 euros. Cal é a cantidade?

S31. Calcule o 40 % de 380 euros.

2.2.6 Aumentos e diminucións porcentuais

- **Aumentos porcentuais**

Aumentar unha cantidade nun *a* % equivale a calcular o $(100 + a)$ % de dita cantidade.

Actividade resolta

Nunha fábrica hai 140 empregados, e vanse aumentar nun 20 % os postos de traballo. Cantos traballadores pasará a ter a fábrica?

1ª forma	$\text{AUMENTO} \rightarrow 20\,\%\text{ de }120 = \frac{140\ \cdot\ 20}{100} = 28$ $\text{TOTAL EMPREGADOS FINAIS} \rightarrow 140 + 28 = 168$
2ª forma	Un aumento do 20 % significa que por cada 100 postos de traballo auméntanse en 20 máis $\left.\begin{array}{l} 100 \text{ —— } 120 \\ 140 \text{ —— } x \end{array}\right\} \quad \frac{100}{140} = \frac{120}{x} \rightarrow \frac{140 \cdot 120}{100} = 168$
3ª forma	Podemos calcular directamente o 120 % de 140 → $140\ \cdot\ 1{,}20 = 168$

- **Diminución porcentual**

Diminuír unha cantidade nun a % equivale a calcular o (100 – a) % da dita cantidade.

Actividade resolta

O ano pasado houbo 300 accidentes nunha poboación. Despois de tomar medidas, espérase rebaixar a sinistralidade un 15 %. Cal será o máximo de accidentes esperados?

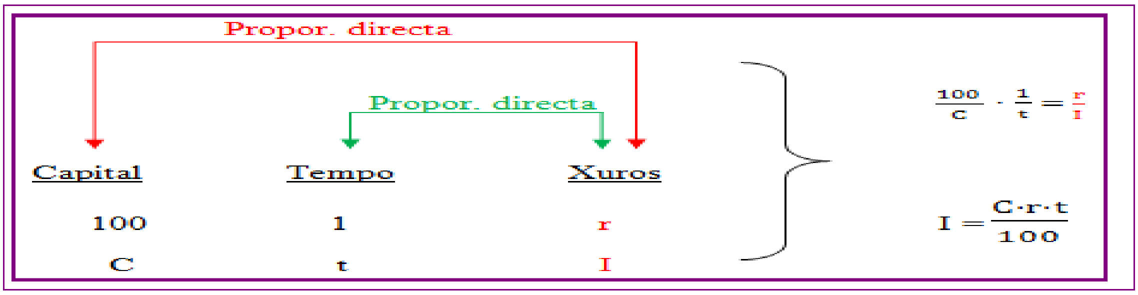
1ª forma	$\text{DIMINUCIÓN} \rightarrow 15\,\%\text{ de }310 = \dfrac{300 \cdot 15}{100} = 45$ $\text{TOTAL ACCIDENTES FINAIS} \rightarrow 300 - 45 = 255$
2ª forma	Unha diminución do 15 % significa que de cada 100 quedan en 85 100 ——— 85 300 ——— x $\dfrac{100}{300} = \dfrac{85}{x} \rightarrow \dfrac{300 \cdot 85}{100} = 255$
3ª forma	Podemos calcular directamente o 85 % de 300 → $300 \cdot 0{,}85 = 255$

- **Xuros bancarios**

Denomínanse xuros os beneficios que produce o diñeiro prestado. Ese beneficio é directamente proporcional á cantidade emprestada e ao tempo que dura o préstamo. Trátase entón dunha situación de *proporcionalidade composta.*

O tanto por cento do beneficio anual chámase xuros ou rédito (r).

Un capital, C, colocado ao r *%* anual durante t anos produce un beneficio I. Polo tanto, e tendo en conta que falamos dunha proporcionalidade composta:



Para o cálculo dos xuros bancarios cómpre ter en conta o tempo

Se o tempo que se deposita o diñeiro non é un ano, cóbrase a parte proporcional dos xuros anuais. Así, a fórmula que utilizamos para o cálculo dos xuros terá variacións segundo o tempo estea en anos, meses ou días.

O tempo vén dado en anos	O tempo vén dado en meses	O tempo vén dado en días
$I = \dfrac{C \cdot r \cdot t}{100}$	$I = \dfrac{C \cdot r \cdot t}{1\,200}$	$I = \dfrac{C \cdot r \cdot t}{36\,000}$

Actividade resolta

Un banco ofrece un beneficio anual do 4 %. Que beneficio obteremos se depositamos a cantidade de 750 euros durante un período de tres anos?

Fixámonos nos datos que nos dan:

- Os xuros ou beneficio anual, coñecido tamén como rédito (r = 4 %).
- O capital que depositamos (C = 750).
- O período de tempo,en anos, no que está depositado o capital (t = 3).
- Sabemos que $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$; substituíndo $I = \frac{750 \cdot 4 \cdot 3}{100}$ = 90 euros.

Xa que logo, podemos dicir que 750 euros colocados ao 4 % durante 3 anos producen 90 euros.

Actividades propostas

S32. O índice de prezos ao consumo (IPC) subiu, no último ano, un 4,3 %. Se hai un ano gastaba 450 euros en comida cada mes, canto terei que gastar este ano mercando o mesmo?

S33. Un litro de gasóleo custaba 1,20 euros e o prezo baixou un 4 %. Canto custa agora?

S34. Un banco ofrece un beneficio anual do 4 %. Que beneficio obteremos se depositamos a cantidade de 750 euros durante un período de 6 meses?

S35. Calcule o interese producido por 8 000 euros colocados a un 3 % durante 4 anos.

2.3 Álxebra e ecuacións

2.3.1 Álxebra: uso e significado

Álxebra é a parte das matemáticas que estuda a relación entre números, letras e signos das operacións aritméticas.

A linguaxe que usamos en operacións aritméticas nas que só interveñen números chámase linguaxe numérica.

Na linguaxe alxébrica utilizamos letras para expresar números de valor descoñecido ou indeterminado. A continuación veremos algunhas das utilidades da álxebra:

Para expresar propiedades das operacións aritméticas (identidades)

Por exemplo, a propiedade distributiva. “*O produto dun número por unha suma é igual á suma dos produtos parciais do número por cada sumando*”. Esta propiedade, coa linguaxe alxébrica, quedaría da seguinte maneira:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Para manexar números de valor indeterminado e as súas operacións (expresións alxébricas)

Un número natural ....a
O seguinte número natural .... a + 1
O dobre do número 2a
Outro número oito unidades menor ....a – 8
O cadrado do número máis o triplo do número ....$a^2 + 3a$

Para expresar a relación entre varias variables de magnitudes distintas (fórmulas)

Capital	Tempo	Xuros
100	1	r
C	t	I

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Para expresar relacións que faciliten a resolución de problemas (ecuacións)

Por exemplo: atopar un número tal que o cuádruplo do devandito número máis vinte unidades sexa igual a sesenta e oito.

$$4x + 20 = 68$$

2.3.2 Expresións alxébricas

Unha expresión alxébrica é unha combinación de números e letras unidos mediante operacións aritméticas que serve para expresar información.

Os elementos dunha expresión alxébrica son:

- **Termos**: cada un dos sumandos.
- **Termo independente**: o que só ten parte numérica.
- **Variables**: as cantidades descoñecidas. Represéntanse habitualmente coas letras *x*, *y*, *z*.

- **Coeficiente**: a parte numérica que multiplica as variables.

Expresión alxébrica	Termos	Termo independente	Variables	Coeficientes
$5x^2 - 2y + 6$	$5x^2$; $2y$; 6	6	x; y	5; 2; 6

Valor numérico dunha expresión alxébrica

O valor numérico dunha expresión alxébrica é o número que se obtén ao substituír as letras por números determinados e facer as operacións indicadas.

Actividade resolta

Calcule o valor numérico das expresións alxébricas cos valores das letras indicados:

Expresión alxébrica	Valor que lles damos ás letras	Valor numérico da expresión alxébrica
$x + y$	$x = 8; y = 3$	$8 + 3 = 11$
$3a + b - c$	$a = 1; b = 2; c = 7$	$3 \cdot 1 + 2 - 7 = 3 + 2 - 7 = -2$
$x^2 + y^2$	$x = 2; y = 4$	$2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$
$\frac{a-4}{b} + 5$	$a = 10; b = 2$	$\frac{10-4}{2} + 5 = \frac{6}{2} + 5 = 3+5 = 8$

Actividades propostas

S36. Calcule o valor numérico para a expresión: $5x^2 + 3x - 9$, para x = 1, x = 2, x = 3.

S37. Calcule os valores numéricos das expresións alxébricas para os valores que se indican:

Para x = 2	$x^4 + x^2 - 3x^2 - 2x + 6$
Para x = -3	$x^4 - 9x^2 + 5$

Monomios

- **Un monomio** é unha expresión alxébrica onde os números (parte numérica) e letras (parte literal ou variable) están relacionados por produtos e potencias de expoñente positivo. Exemplo: $5x^3y^2z$

En todo monomio distinguimos:

<u>Coeficiente</u>: é o número que aparece multiplicando as variables, neste caso o 5.

<u>Parte literal</u>: está formada polas letras e o seus expoñentes, neste caso x^3y^2z.

Grao: é a suma de todos os expoñentes das letras ou variables, neste caso $3 + 2 + 1 = 6$.

- **Monomios semellantes**: dise que dous monomios son semellantes cando teñen a mesma parte literal.

$3bc \longrightarrow -2bc \quad 8x^2y \longrightarrow \frac{2}{6}x^2y \qquad \textit{Son semellantes}$

- **Suma e resta de monomios:** para sumar e restar monomios, estes deben ser **semellantes**, é dicir, as súas partes literais deben de ser iguais.
  - Para sumar monomios, súmanse os seus coeficientes e déixase a mesma parte literal.
  - Para restar monomios, réstanse os seus coeficientes e déixase a mesma parte literal.

Se os monomios non son semellantes, a suma e a resta déixanse indicadas.

Actividade resolta

$2xy + 5xy - xy = 6xy$	$2x^2 + 9x^2 = 11x^2$
$3a - 8a = -5a$	$3x - 6x^2$ Queda como está, non son semellantes

- **Multiplicación e división de monomios:** pódense multiplicar e dividir todos os monomios sexan ou non semellantes.
  - O produto de monomios é outro monomio que ten por coeficiente o produto dos coeficientes e por parte literal o produto das partes literais (a suma dos expoñentes).
  - O cociente de monomios ten por coeficiente o cociente dos coeficientes e por parte literal o cociente das partes literais (a resta dos expoñentes). O resultado pode ser outro monomio, unha fracción ou un número.

Actividade resolta

$(8x)\cdot(-3x^2) = 8\cdot(-3)\cdot x\cdot x^2 = -24x^3$	$(3a)\cdot\left(\frac{5}{6}ab\right) = 3\cdot\frac{5}{6}\cdot a\cdot a\cdot b = \frac{15}{6}a^2b$
$12x^6 : 4x^2 = \frac{12x^6}{4x^2} = (12:4)x^{6-2} = 3x^4$ (monomio)	$(2ab):(6b^2) = \frac{2ab}{6b^2} = \frac{2}{6}ab^{1-2} = \frac{1}{3}ab^{-1} = \frac{a}{3b}$ (fracción)
$(18a^2b):(2a^2b) = \frac{18a^2b}{2a^2b} = 9a^{2-2}b^{1-1} = 9$ (número)	

Actividades propostas

S38. Realice as operacións seguintes:

$-3p^4 \cdot (-4p) \cdot (-5p^6) =$	$2a^4b^2 \cdot\ 4a^6b^3 =$	$2 \cdot (5x^2) \cdot (-3x) =$
$\dfrac{35x^4y^4z^4}{-7xy^2z^3} =$	$\dfrac{21x^4y^5}{3x^2y^3} =$	$26m^4n^7pq^3 : (-13mn^3q) =$

2.3.3 Polinomios. Produtos notables

Polinomios

- **Polinomio** é a suma ou resta de varios monomios. Cada un dos monomios é un termo, e se hai un termo que non teña parte literal (letras) é o termo independente.
- Nos polinomios distinguimos:
  - **Grao dun polinomio:** é o grao do monomio de maior grao.
  - **Coeficientes dun polinomio:** son os coeficientes dos monomios que o forman.
  - **Termo independente dun polinomio:** é o monomio que non ten parte literal (letras).

Exemplo: sexa o polinomio $x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 8x - 9$

$x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 8x - 9$			
Termos	Grao	Coeficientes	Termo independente
x^5, $-4x^3$, $5x^2$, $8x$, -9	5	1 , -4 , 5 , 8 , -9	-9

- **Valor numérico dun polinomio** é o valor que se obtén ao substituír a variable ou parte literal por un número e efectuar as operacións.

Actividade resolta

Calcule o valor numérico do polinomio $x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 8x - 9$ para un valor de $x = 2$.

O que facemos é substituír no polinomio a variable x polo valor 2.
$2^5 - 4 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 9 = 32 - 4 \cdot 8 + 5 \cdot 4 + 8 \cdot 2 - 9 = 32 - 32 + 20 + 16 - 9 = 27$

- **Suma de polinomios,** a suma de dous polinomios é outro polinomio. Para sumar dous polinomios ou máis, súmanse os monomios de igual parte literal e as demais operacións déixanse indicadas.

- **Resta de polinomios,** para restar polinomios, réstanse os monomios semellantes e as demais operacións déixanse indicadas, ou o que é o mesmo, súmase a un polinomio o oposto do segundo.

Actividade resolta

Dados os polinomios $A = 4x^3 - 5x + 8$ e $B = 5x^2 - 3x - 10$, calcule ***A + B*** e ***A - B.***

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = (4x^3 - 5x + 8) + (5x^2 - 3x - 10) = 4x^3 + 5x^2 - 5x - 3x + 8 - 10 =$$
$$= 4x^3 + 5x^2 - 8x - 2$$
$$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = (4x^3 - 5x + 8) - (5x^2 - 3x - 10) = 4x^3 - 5x^2 - 5x + 3x + 8 + 10$$
$$= 4x^3 - 5x^2 - 2x + 18$$

Podemos colocalos e sumalos e restalos así:

$$\begin{array}{lllll} A = & 4x^3 & & -5x+8 \\ B = & & 5x^2 & -3x-10 \\ \hline \boldsymbol{A}+\boldsymbol{B} = & 4x^3 & +5x^2 & -8x-2 \end{array} \qquad \begin{array}{lllll} A = & 4x^3 & & -5x+8 \\ -B = & & -5x^2 & +3x+10 \\ \hline \boldsymbol{A}-\boldsymbol{B} = & 4x^3 & -5x^2 & -2x+18 \end{array}$$

- **Produto de polinomios.** Para calcular o produto de dous polinomios *multiplícase cada monomio dun dos factores por todos e cada un dos monomios doutro factor e logo súmanse os polinomios obtidos.* Cómpre ter en conta o seguinte:
  - Colocamos os polinomios un debaixo doutro.
  - Comézase a multiplicar pola esquerda e multiplícase o primeiro monomio do segundo polinomio por todos os monomios do primeiro polinomio.
  - Os coeficientes (números) multiplícanse e as partes literais multiplícanse sumando os expoñentes.
  - Continúase multiplicando os demais monomios do segundo polinomio polo primeiro.
  - Súmanse os polinomios resultantes.

Actividade resolta

Dados os polinomios $A = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ e $B = 3x - 2$, calcule **A · B**.

Débese comezar a multiplicar pola esquerda. Primeiro multiplícanse os signos, a continuación os coeficientes e por último súmanse os expoñentes.

$$\begin{array}{r l} x^3 - 2x^2 + 3x - 1 & \\ 3x - 2 & \\ \hline 3x^4 - 6x^3 + 9x^2 \quad - 3x \quad & \rightarrow (x^3 - 2x^2 + 3x - 1) \cdot (3x) \\ -2x^3 + 4x^2 \quad - 6x + 2 & \rightarrow (x^3 - 2x^2 + 3x - 1) \cdot (-2) \\ \hline 3x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 9x + 2 & \end{array}$$

- **División dun polinomio entre un monomio**. Divídese cada termo do polinomio entre o monomio. Primeiro divídense os signos, logo os coeficientes (números) e as partes literais restando os expoñentes.

Actividade resolta

Calcule a seguinte división dun polinomio entre un monomio $8x^6 - 2x^5 + 3x^4 : 2x$

Dividimos cada termo do polinomio entre o monomio

$$\frac{8x^6}{2x} - \frac{2x^5}{2x} + \frac{3x^4}{2x} = \frac{8}{2}x^{6-1} - \frac{2}{2}x^{5-1} + \frac{3}{2}x^{4-1} = 4x^5 - x^4 + \frac{3}{2}x^3$$

Actividades propostas

S39. Dados os polinomios $A = 5x^3 + 9x - 7$ $B = -2x^3 + 6x^2$, calcule:

$A + B$	$A - B$	$B - A$

S40. Realice as multiplicacións e divisións seguintes:

$5x \cdot (x^2 + x + 1) =$	$(2x - 3) \cdot (3x - 2) =$	$(3x - 2) \cdot (3x^2 + 4x - 1) =$
$8x^6 - 6x^5 + 10x^3\ 2x =$	$3x^8 - 12x^6 + 6x^5 : 3x^4 =$	$-x^9 + x^7 - x^6 : x^4 =$

Igualdades notables

Chamamos **igualdades notables** ou **produtos notables** a certos produtos de binomios que debemos coñecer pois abrevian os cálculos con expresións alxébricas. Son as seguintes:

- **Cadrado dunha suma:** O cadrado dunha suma de dous sumandos é igual ao cadrado do primeiro sumando máis o dobre do primeiro polo segundo, máis o cadrado do segundo.

$$\boldsymbol{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

- **Cadrado dunha diferenza:** O cadrado dunha diferenza é igual ao cadrado do primeiro menos o dobre do primeiro polo segundo, máis o cadrado do segundo.

$$\boldsymbol{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

- **Suma por diferenza:** Unha suma de monomios multiplicada pola súa diferenza é igual á diferenza dos seus cadrados.

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^{2}-\boldsymbol{b}^{2}$$

Actividades resoltas

Calcule:

$(3x+1)^2 = (3x)^2 + 2\cdot 3x\cdot 1 + (1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$
$(2a-b)^2 = (2a)^2 + 2\cdot 2a\cdot b + (b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$
$(4-5x)\cdot(4+5x) = 4^2 - (5x)^2 = 16 - 25x^2$

Actividades propostas

S41. Calcule:

$(3a+2b)^2 =$	$(2x-y)^2 =$	$(x+6)\cdot(x-6) =$

Extracción de factor común

Ás veces nas expresións alxébricas podémonos atopar que estas están formadas por sumandos que son produtos e, ademais, nestes produtos hai un factor que se repite; é dicir, que é común en todos os sumandos.

Así na expresión a · b + a · c + a ·d – a · e observamos que os sumandos son produtos. Ademais, en todos os sumandos que son produtos hai un factor, que é que o "a" se repite; é dicir, que é común. Podemos, daquela, transformar esa suma nun produto sacando factor común e colocando unha paréntese:

a · b + a · c + a · d – a · e = a · (b + c + d – e)

Unha das aplicacións da extracción do factor común é o seu emprego na simplificación de fraccións alxébricas.

Exemplos:

Simplificar a expresión $\frac{5a+5b}{a^2+ab}$

$$\frac{5a+5b}{a^2+ab} = \frac{5\cdot\cancel{(a+b)}}{a\cdot\cancel{(a+b)}} = \frac{5}{a}$$

Simplificar a expresión $\frac{x^2-xy}{x^2-y^2}$

$$\frac{x^2-xy}{x^2-y^2}=\frac{x\cdot\cancel{(x-y)}}{(x+y)\cdot\cancel{(x-y)}}=\frac{x}{(x+y)}$$

Actividades propostas

S42. Extraia o factor común nas seguintes expresións alxébricas.

$2x+2xy=2x\cdot(\_+\_)$	$5x^2+10xy+15x=5x\cdot(\_+\_+\_)$
$z^3+9z=$	$\frac{x^2}{(x^2+x^4)}=$

2.3.4 Ecuacións: significado e utilidade

As **ecuacións** son igualdades alxébricas (con números e letras) que nos van permitir establecer relacións entre valores coñecidos (os datos) e valores descoñecidos (as incógnitas).

Unha ecuación expresa en linguaxe alxébrica, unha relación entre cantidades das que non coñecemos o seu valor e manexándoas matematicamente temos unha ferramenta matemática para resolver problemas.

Exemplo: a metade dun número é igual á súa quinta parte máis seis unidades.

<table>
<tr><td>Un número</td><td>x</td><td rowspan="3">Ecuación é a igualdade alxébrica que nos permite establecer relacións
$\frac{x}{2}=\frac{x}{5}+6$</td></tr>
<tr><td>A súa metade</td><td>$x/2$</td></tr>
<tr><td>A súa quinta parte</td><td>$x/5$</td></tr>
</table>

- **Elementos e nomenclatura dunha ecuación**

Nunha ecuación podemos distinguir os seguintes elementos:

- **Membros dunha ecuación**: cada unha das expresións que aparecen a ambos os lados do signo de igualdade.
- **Termos**: os sumandos que forman os membros da ecuación.
- **Incógnitas**: son as letras que aparecen na ecuación.
- **Grao dunha ecuación**: é o maior dos graos dos seus termos.

<table>
<tr><td>1º membro</td><td>2º membro</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">$\mathbf{3x+7\ =2x-5}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Termos</td></tr>
</table>

- **Resolver unha ecuación** é encontrar o valor ou valores que deben tomar as letras para que a igualdade sexa certa.
- **Transposición de termos** é unha técnica básica que permite transformar as ecuacións noutras equivalentes máis sinxelas, levando os termos dun membro a outro da igualdade e consiste no seguinte principio:
  - *Ao sumar, restar, multiplicar ou dividir o mesmo número nos dous membros dunha ecuación, obtense outra ecuación equivalente.*

A transposición de termos permite despexar a incógnita, é dicir, deixala soa nun dos membros da igualdade, o que equivale a resolver a ecuación.

Actividade resolta

O que está sumando nun membro pasa restando ao outro membro $\left.\begin{array}{l} x+5=8 \\ x=8-5 \end{array}\right\}$ Restamos 5 nos dous membros	O que está restando nun membro pasa sumando ao outro membro $\left.\begin{array}{l} x-2=3 \\ x=3+2 \end{array}\right\}$ Sumamos 2 nos dous membros
O que está multiplicando nun membro pasa dividindo ao outro membro $\left.\begin{array}{l} 5x=10 \\ x=\frac{10}{2} \end{array}\right\}$ Dividimos entre 2 os dous membros	O que está dividindo nun membro pasa multiplicando ao outro membro $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{5}=2 \\ x=5\cdot 2 \end{array}\right\}$ Multiplicamos por 2 os dous membros

2.3.5 Resolución de ecuacións de primeiro grao. Problemas

Para transformar unha ecuación noutra equivalente máis sinxela, usaremos dous recursos:

- Traspoñer os termos
- Reducir os seus membros

Actividade resolta

$5x+3=2x+21 \rightarrow 5x-2x=21-3 \rightarrow 3x=18 \rightarrow x=\frac{18}{3} \rightarrow x=6$
$\frac{3}{2}x+5=20 \rightarrow \frac{3}{2}x=20-5 \rightarrow \frac{3}{2}x=15 \rightarrow x=\frac{15\cdot 2}{3}=10$
No caso de que haxa parénteses, resólvense primeiro estas $2\cdot(x-4)-(6+x)=3x-4 \rightarrow 2x-8-6-x=3x-4 \rightarrow 2x-x-3x=-4+8+6-2x=10$ $\rightarrow x=\frac{10}{-2} \rightarrow x=-5$

Resolución de ecuacións con denominadores

Cando hai denominadores numéricos transformamos as fraccións noutras equivalentes que teñan todas igual denominador, usando o mínimo común múltiplo dos denominadores das fraccións. Observe como se fai no exemplo seguinte.

$$\frac{x+2}{4}-\frac{2x-3}{3}=x-7 \; m.c.m\,(4{,}3)=12$$

Pomos denominador 12 a todas as fraccións e compensamos os numeradores (números en vermello):

$$\frac{3\cdot(x+2)}{12}+\frac{4\cdot(2x-3)}{12}=\frac{12\cdot(x-7)}{12}\rightarrow\frac{3x+6}{12}-\frac{8x-12}{12}=\frac{12x-84}{12}$$

Multiplicamos os dous membros por 12 para eliminarmos os denominadores:

$$3x+6-(8x-12)=12x-84\;\frac{pasamos\ as\ incógnitas\ ao\ 1^{º}\ membro}{e\ os\ números\ ao\ segundo}$$

$$3x-8x-12x=-6-12-84\rightarrow 17x=-102\;\rightarrow x=\frac{-102}{17}=6$$

A solución da ecuación é x = 6. Podémolo comprobar substituíndo x = 6 na ecuación orixinal:

Primeiro membro:

$$\frac{6+2}{4}-\frac{12-3}{3}=\frac{8}{4}-\frac{9}{3}=2-3=-1$$

Segundo membro: 6 – 7 = -1

Os dous membros dan igual, logo a ecuación está ben resolta.

Actividades propostas

S43. Resolva as seguintes ecuacións:

$5x-8-x=7-3$	$4=x+5-6x$
$4\cdot(x+8)+3\cdot(6-x)=0$	$9+2\cdot(3x-1)=8x-(4x+9)+2$
$\frac{3x-5}{4}=\frac{x}{2}+\frac{1}{4}$	$\frac{2x-3}{2}-\frac{4x-1}{2}=\frac{3x+1}{4}+\frac{6x-2}{6}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIÓNS DE PRIMEIRO GRAO

Na resolución de problemas mediante ecuacións de primeiro grao convén que siga estes pasos:

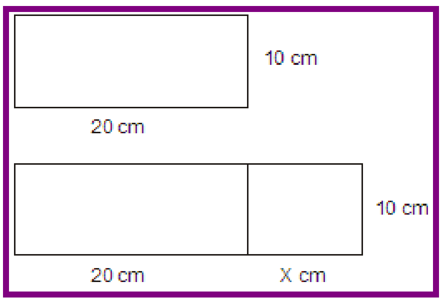
- Lea o problema detidamente e identifique o que se pregunta (o que se quere saber).
- Póñalle un nome (*x*, por exemplo) á incógnita do problema (unha idade, un número, un tempo, o prezo dalgún obxecto).
- Traduza á linguaxe alxébrica a información do problema, escribindo unha ecuación.
- Resolva a ecuación.
- Comprobe que o resultado obtido sexa válido e a solución do problema.

Actividades resoltas

Unha nai ten 64 anos de idade e a súa filla 32. Cantos anos pasaron desde que a idade da nai era o triplo da idade da filla?

Solución	A incógnita é: x = anos que pasaron. Idade da nai hai x anos: $64 - x$; idade da filla = $32 - x$. A ecuación que hai que escribir corresponde a: Idade da nai hai x anos = 3 veces a idade da filla hai x anos; traducimos isto a linguaxe alxébrica: $64 - x = 3\cdot(32 - x)$. Resolvemos a ecuación: $64 - x = 96 - 3x \rightarrow -x + 3x = 96 - 64 \rightarrow 2x = 32 \rightarrow x = 16$. Hai 16 anos a idade da nai era o triplo da idade da filla; pode comprobalo?

A base dun rectángulo mide 20 cm e a altura 10 cm. Cantos centímetros debe aumentar a base para que a área aumente en 100 cm^2?

Solución		Chamámoslle x ao que debe aumentar a base do rectángulo. A área do rectángulo inicial é 200 cm^2. A área do novo rectángulo é $(20 + x)\cdot 10$, e isto ten que dar $200 + 100 = 300$ cm^2; así que escribimos a ecuación: $(20+x)\cdot 10 = 300$ Resolvendo a ecuación, resulta $x = 10$ cm.

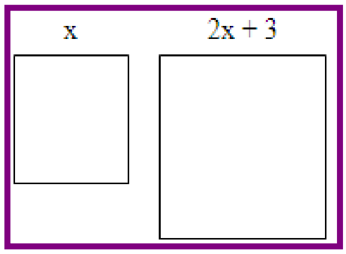
O lado dun cadrado é 3 metros maior que o dobre do lado doutro cadrado. Se o perímetro do primeiro cadrado é 48 metros maior que o do segundo. Cal é a lonxitude dos lados de ambos os cadrados? (Faga un debuxo cos dous cadrados e escriba neles a información subministrada polo texto do exercicio).

Sexa x a lonxitude do lado do cadrado pequeno. Daquela a lonxitude do lado do cadrado grande é $2x + 3$. O perímetro do cadrado grande é $4\cdot(2x + 3) = 8x + 12$, entanto que o perímetro do cadrado pequeno é $4x$. Escribimos a ecuación:

Perímetro grande = perímetro pequeno + 48

$$8x+12=4x+48 \;\rightarrow\; 8x-4x=48-12 \;\rightarrow\; 4x=36 \rightarrow x=\frac{36}{4}=9$$

Comprobamos o resultado. O lado pequeno mide 9, o lado grande mide $2 \cdot 9 + 3 = 21$; perímetro do cadrado pequeno = 36; perímetro do cadrado grande = 84; efectivamente cúmprese que 84 é igual a 36 + 48.



Actividades propostas

S44. Ache a que número lle suma 9 e resulta o dobre que se lle resta 3.

S45. Unha granxa ten 34 animais. Se o número de vacas é a metade ca o de porcos e o número de galiñas é tres veces o de porcos menos dous. Cantos animais hai de cada tipo?

S46. Calcule as dimensións dunha leira rectangular sabendo que é 80 metros máis longa que larga e que o valado que a arrodea ten unha lonxitude de 560 metros.

2.3.6 Ecuacións de segundo grao, resolución

- Unha ecuación é de segundo grao, se despois de reducila cumpre estas condicións:
  - Algún dos seus termos é un monomio de segundo grao.
  - Non contén termos de grao superior a dous.
- Toda ecuación de segundo grao cunha incógnita pódese expresar da seguinte **forma xeral:**

$$\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}\} \quad \text{onde} \quad a \neq \boldsymbol{0, b} \textbf{ e } \boldsymbol{c} \textbf{ son coeficientes coñecidos}$$

Exemplos

Ecuación $\rightarrow 5x^2 = 45$ Forma xeral $\rightarrow 5x^2 + 0x - 45 = 0$ Coeficientes $\rightarrow a = 5, b = 0,\ c = -4$	Ecuación $\rightarrow (x-3)\cdot(x-2) = 0$ Forma xeral $\rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$ Coeficientes $\rightarrow a = 1, b = -5, c = 6$

- En xeral, unha ecuación de segundo grao ten dúas solucións distintas, aínda que tamén se poden encontrar algunhas cunha solución dobre ou sen solución.

RESOLUCIÓN DE ECUACIÓNS DE SEGUNDO GRAO

- Ecuación tipo $\boldsymbol{x^2 = q}$

Resolvemos esta ecuación buscando os números que teñan por cadrado *q.* Entón buscamos a raíz cadrada de *q.*

$$x^2 = q \;\rightarrow x = \pm\sqrt{q}$$

Se *q* é un número positivo, hai dúas solucións opostas; se *q* é negativo, non hai solución.

Actividade resolta

$x^2 = 49 \;\rightarrow x = \pm\sqrt{49} \;\rightarrow x = \begin{cases} +4 \\ -4 \end{cases}$
$x^2 + 36 = 0 \;\rightarrow x^2 = -36 \;\rightarrow x = \pm\sqrt{-36}$ $\text{Non ten solución, raíz cadrada de } -36 \text{ non existe}$

- Ecuación tipo $\boldsymbol{ax^2 - c = 0}$

Resolvemos como o anterior:

$$ax^2 - c = 0 \;\rightarrow ax^2 = c \;\rightarrow x^2 = \frac{c}{a} \;\rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{c}{a}}$$

Se o radicando é positivo, hai dúas solucións; se é negativo, a ecuación non ten solución.

Actividade resolta

$2x^2 - 18 = 0 \;\rightarrow x^2 = \frac{18}{2} \;\rightarrow x = \pm\sqrt{9} \;\rightarrow x = \begin{cases} +3 \\ -3 \end{cases}$
$5x^2 + 20 = 0 \;\rightarrow x^2 = \frac{-20}{5} \;\rightarrow x = \pm\sqrt{-4}$ $\text{Non ten solución, a raíz cadrada de } -4 \text{ non existe}$

- Ecuación $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$

Neste caso extraemos factor común no primeiro membro:

$$ax^2 + bx = 0 \;\rightarrow x \cdot (a + bx) = 0$$

Se un produto é igual a 0, necesariamente un dos factores ten que ser 0, así:

$$x \cdot (a + bx) = 0 \begin{cases} x = 0 \;\leftarrow \mathit{PRIMEIRA\ SOLUCIÓN} \\ (ax + b) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow x = \dfrac{-b}{a} \leftarrow \mathit{SEGUNDA\ SOLUCIÓN} \end{cases}$$

Actividade resolta

$$x^2 - 3x = 0 \rightarrow x \cdot (x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

- Ecuación $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$

Emprégase a fórmula que permite chegar ás solucións con rapidez e comodidade:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Actividade resolta

$$2x^2 - 7x + 6 = 0 \rightarrow a = 2;\ b = -7; c = 6$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4.2.6}}{2.2} = \frac{7 \pm \sqrt{(49-48)}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} = \begin{cases} \frac{8}{4} \\ \frac{6}{4} \end{cases} \rightarrow SOLUCIÓNS\ 2\ e\, \frac{3}{2}$$

Actividades propostas

S47. Resolva as seguintes ecuacións

$x^2 = 100$	$x^2 + 6 = 10$	$3x^2 - 2x = 0$
$x^2 - 6x + 8 = 0$	$6x^2 - 5x + 2 = 0$	$x^2 - 10x + 25 = 0$

3. Actividades finais

S48. Calcule

$6-[5+(8-2)]=$	$[(-8)\cdot(+9)]:[(+6)\cdot(-3)]=$	$21-4\cdot 6+12:3=$
$(-3)\cdot(-4)(-6)\cdot 3=$	$(-2)\cdot[11+3\cdot(5-7)-3\cdot(8-11)]=$	
	$(-2)\cdot(7-11)-[12-(6-8)]:(-7)=$	

S49. Exprese en forma de fracción

$0{,}325$	$3{,}1\hat{5}$	$0,\widehat{85}$

S50. Calcule

$\left(1-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{7}{15}\right)=$	$\left[1-\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)\right]-\left[\frac{5}{12}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{8}\right)\right]=$
$\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)=$	$\frac{2}{5}-\left[1-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\frac{3}{4}=$

S51. Xiana empregou os 2/3 do seu soldo en gastos varios do mes e os 3/5 do resto en ocio. Aforrou 200 euros. Canto cobrou de soldo en total?

S52. Nun centro educativo os 3/8 do alumnado practican natación, 2/5 xogan ao tenis, unha décima parte xoga ao fútbol e o resto non fai deporte. Que fracción do alumnado non practica deporte?

S53. Un recipiente de 2 litros e cuarto leva un dosificador cunha capacidade de $\frac{3}{40}$ de litro. Cantas doses contén o recipiente?

S54. Reduza a unha soa potencia:

$x^3:\left(\frac{1}{x}\right)^2=$	$\left(\frac{1}{z}\right)^6\cdot z^4=$	$\left(\frac{x}{y}\right)^6:\left(\frac{x}{y}\right)^5=$
$\left(\frac{1}{a^3}\right)^2:\left(\frac{1}{a^2}\right)^3=$	$\frac{1}{x^2}\cdot\frac{1}{x^4}=$	$\frac{a^3\cdot a^7}{a^4\cdot a^5}=$

S55. Calcule o termo descoñecido en cada proporción:

$\frac{15}{6}=\frac{x}{14}$	$\frac{6}{9}=\frac{10}{x}$	$\frac{14}{x}=\frac{21}{33}$

S56. Complete a táboa de proporcionalidade directa. Cal é a razón de proporcionalidade?

2	1	3	4	
5			10	25

S57. Complete a seguinte táboa de proporcionalidade inversa:

1	2	4	5	
20	10			2

S58. Gastei 260 euros en 325 lotes dun produto. Canto gastarei se necesito adquirir 180 lotes máis?

S59. Unha ciclista percorre certa distancia en 3 horas indo a 20 km/h. Canto tardará en percorrer esa mesma distancia unha moto que vai a 60 km/h?

S60. Catro operarias tardan dez horas en arranxar un tellado. Canto tardarían seis operarias?

S61. Un albanel, traballando oito horas ao día, levanta un muro en 15 días. Cantas horas ao día debería traballar para o levantar en 12 días?

S62. Unha cuadrilla de albaneis, traballando 10 horas ao día, construíu 600 m^2 de parede en 18 días. Cantos m^2 construirá en 15 días traballando 8 horas diarias?

S63. Un granxeiro necesitou 294 quilos de penso para alimentar 15 vacas durante 7 días. Durante canto tempo podería alimentar 10 vacas se tiver 840 quilos de penso?

S64. Hai que repartir un lote de 184 refrescos entre un grupo de amigos e amigas proporcionalmente ao número de horas que colaboraron en preparar a excursión de fin de curso. Alonso traballou 14 horas, Uxía 16, Tareixa 10 e Xan 6. Calcule cantos refrescos lle tocarán a cada amigo.

S65. Tres camareiros reparten 295 euros de propinas en partes inversamente proporcionais aos días que faltaron ao traballo cada un, que foron 7, 5 e 2 respectivamente. Determine cantos euros tocan a cada camareiro na repartición.

S66. O 23 % dunha cantidade é 144,67. De que cantidade se trata?

S67. Ao aplicar unha determinada porcentaxe a 2 000 obtense 500. De que porcentaxe se trata?

S68. Na etiqueta dun queixo de 1,48 quilogramos de peso figura que o contido graxo é do 35 %. Cantos gramos de graxa contén?

S69. Calcule a cantidade final se a 875 euros lle aplicamos un aumento porcentual dun 24 %. E se lle aplicamos unha diminución porcentual dun 32 %?

S70. Compramos un xersei e rebaixáronnos o 15 %. Se o prezo que marcaba era de 30 euros, canto pagamos ao final?

S71. Unha empresa consome 7 000 quilovatios de enerxía. Unha segunda empresa consome o 36 % da dita enerxía. Calcule a cantidade de enerxía que consome a segunda empresa e a cantidade e porcentaxe de enerxía que aforra.

S72. Asocie con cada enunciado unha expresión alxébrica:

O dobre dun número máis tres	O 35 % dun número	O prezo dun libro máis o 7 % de IVE
O triplo do resultado que se obtén ao restar 1 a un número	Un número por outro unha unidade menor	O número seguinte

S73. Calcule o valor numérico das expresións alxébricas para os valores que se indican:

	$3x+2y$	$2xy+x-3y$	x^2-y+7
x=2 y=5			
x=4 y=-2			

S74. Simplifique todo o posible as seguintes sumas e restas de monomios:

$6x^2+2x-3x^2+8x$	$3x-5-2x+8$
$7x^2-3x-x^2$	$4x^2-x+3x^2-6x^2+5x$

S75. Realice os seguintes produtos de monomios:

$4a^3 \cdot 5a^6 =$	$-2p^{12} \cdot 15p^{21} =$	$-7x^4 \cdot 5x^5 \cdot x^2 =$
$m^9 \cdot 3m^2 \cdot (-m^4) =$	$-3p^4(-4p) \cdot (-5p^6) =$	$2a^4b^2 \cdot 4a^5b^3=$

S76. Calcule o cociente dos seguintes monomios:

$\frac{-15m^2n^3p^4}{5mn^2p^2} =$	$\frac{-32a^4b^5c^3}{-4a^2b^2c^2} =$
$18a^3b^5c^3 : 6ab^3c^3 =$	$4x^5y^2z^3t^6 : (-2x^3yz^3) =$

S77. Considere os seguintes polinomios e calcule:

$$A = 3x^3 - 6x^2 + 4x - 2 \quad B = x^3 - 3x + 1 \quad C = 2x^2 + 4x - 5$$

$A + B$	$A + B + C$	$A - B$
$B - C$	$A + B - C$	$A - B - C$

S78. Realice as seguintes multiplicacións:

$3x^2 \cdot (2x^3 - 4x + 1)$	$-7x^4 \cdot (3x^3 + 2x - 8)$	$2x^3 \cdot (6x^4 - 5x^2 - 7x)$
$-4x^5 \cdot (7x^3 - 9x^2 + 8x)$	$-9x^3 \cdot (x^7 - 5x^5 + 4x^3 + 9x)$	$-4x^7 \cdot (8x^6 - 7x^5 - 6x^4 - x^3)$

S79. Realice as seguintes divisións:

$(15x^5 + 12x^4 - 21x^3) : 3x^2 =$	$(24x^7 - 12x^4 - 14x^3) : 2x^3 =$	$(5x^4 - 10x^3 + 5x^2) : 5x =$
$(7x^6z^4 - x^5z + 4x^4z^3) : x^4z =$	$(2x^2y^3 - 5x^4y^2) : xy =$	$(10x^5y^4 - 15x^3y^3) : 5x^2y^2 =$

S80. Multiplique os seguintes polinomios:

$(x^3 - 5x + 1) \cdot (x^2 + 3) =$	$(3x^3 - 4x^2 + 5x - 1) \cdot (x^2 - 3x + 2) =$

S81. Calcule:

$(x + 6)^2 =$	$(x - 6)^2 =$	$(x + 6) \cdot (x - 6) =$
$\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2 =$	$\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 =$	$\left(2x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2x - \frac{1}{2}\right) =$

S82. Extraia factor común e simplifique:

$(3a+3b)=$	$(8+4a)=$	$2a^2+6a=$
$(6a+2a^3)=$	$\frac{3x}{2x+xy}=$	$\frac{4a}{4a+8b}=$

S83. Resolva as seguintes ecuacións:

$9x+94=7\cdot(2+7x)$	$-8x+7=-11\cdot(2x+7)$
$3\cdot(4-x)+6x=5x-1$	$3x-1+x=3\cdot(1-x)+10$
$6\cdot(12-5x)-2\cdot(3x+2)+2x=0$	$3+6\cdot(x-2)=5x-4\cdot(2x+7)+1$
$1-4\cdot(5x-1)=6+7\cdot(12-10x)$	$3\cdot(2x-4)=4-3\cdot(5x-2)$
$\frac{3x}{3}=\frac{x}{4}+3$	$\frac{x+3}{6}-\frac{5+x}{2}=\frac{3x+4}{12}$
$\frac{10x+8}{10}-\frac{x+5}{2}=\frac{x+6}{5}$	$\frac{x-1}{10}-\frac{2-x}{6}=\frac{x-6}{15}$
$\frac{5-2x}{3}-\frac{x-9}{8}-\frac{5}{12}=\frac{3-2x}{6}$	$\frac{x+1}{12}-\frac{2+x}{15}=\frac{3x+7}{20}$

S84. O dobre dos cartos que ten Alicia é 60 euros. Cantos cartos ten?

S85. Lois, Ana e Pedro repartíronse un lote de libros. Ana levou o dobre ca Pedro e Lois o triplo ca Pedro. Calcule cantos libros leva cada un se o lote ten 60 libros.

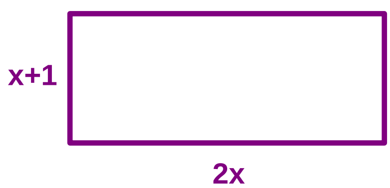
S86. Dous irmáns lévanse 3 anos. Entre os dous teñen 33 anos. Cantos anos ten cada un?

S87. Ache a que número, se lle suma 9 resulta o dobre que se lle resta 3.

S88. Paulo ten a metade de rotuladores que Xurxo. Se a cada un lle regalan 5 e en total suman 40. Cantos rotuladores tiña cada un?

S89. Un coche fai unha viaxe de 1 100 quilómetros en dous tramos, sendo que o segundo mide 50 quilómetros máis ca o outro. Canto percorreu no primeiro tramo?

S90. Canto miden os lados deste rectángulo se o seu perímetro é de 26 centímetros?



S91. Unha empresa recibiu un cargamento de 30 780 libros, neles hai dúas veces máis libros de lingua ca de poesía e tres veces máis de novela ca de lingua. Cantos libros hai de cada tipo?

S92. Ana ten un libro que vai terminar en 20 días, lendo diariamente o mesmo número de páxinas. Se lese dúas páxinas máis cada día, tardaría en lelo 8 días menos. Cantas páxinas diarias le?

S93. Nun monte repoboouse a quinta parte da superficie con carballos e a terceira parte con piñeiros. Aínda quedan sen repoboar 560 hectáreas. Calcule a superficie total do monte.

S94. Resolva as seguintes ecuacións de segundo grao:

$4x^2 = 1$	$\frac{5x^2}{8} = \frac{2}{5}$
$x^2 - 4x = 0$	$x^2 - x = 0$
$3x^2 - 2x = 0$	$5x^2 = 4x$
$x^2 + x - 12 = 0$	$2x^2 - 7x + 6 = 0$
$x^2 + 6x + 9 = 0$	$x^2 - 6x + 5 = 0$
$x^2 + 7x + 10 = 0$	$x^2 - 2x + 1 = 0$

4. Solucionario

4.1 Solucións das actividades propostas

S1. $-15 < -7 < -6 < -3 < 0 < +1 < +5 < +14$

S2. $-10, -7, -3, +4, +8$

S3.

-7	$+6$
-1	-20

S4.

16	-30
-4	-18

S5.

-3	$+4$
$+12$	-20

S6.

21
-24
-44

S7. $0{,}5;\ 0,\hat{6};\ 0{,}3;\ 0{,}1\overset{\frown}{18}$

S8.

$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{16}{10}$
$\frac{4}{100}$	$\frac{273}{100}$	$\frac{469}{1\,000}$

S9.

$\frac{3}{9}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{8}{9}$
$\frac{6}{90}$	$\frac{284}{90}$	$\frac{124}{99}$

S10.

$\frac{20}{5}$	$\frac{6}{7}$
$\frac{19}{48}$	$\frac{14}{15}$

S11.

$-\frac{8}{3}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{3}{28}$	$\frac{56}{675}$

S12.

20	$\frac{1}{18}$
$\frac{4}{5}$	3

S13.

$\frac{1}{64}$	$\frac{32}{3\,125}$
9	$\frac{3}{7}$
25	1

S14.

$\frac{23}{30}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{32}$	$\frac{37}{120}$
$\frac{7}{5}$	$\frac{85}{378}$

S15.

Masa dun átomo de ferro	$9{,}26 \cdot 10^{-23}$
Masa dun átomo de prata	$1{,}79 \cdot 10^{-22}$
Un ano luz	$9{,}46 \cdot 10^{12}$

S16.

15	15	19,5

S17. *1 416,66 euros.*

S18. *100 euros por cada móbil.*

S19. *384 euros.*

S20. *18,75 euros.*

S21. *20 minutos.*

S22. *4 horas e 1 hora.*

S23. *3 horas.*

S24. *24 meses e 16 meses.*

S25. *4 días.*

S26. *60 días.*

S27. *540, 1 080, 1 800.*

S28. *1 900, 950, 570.*

S29. *70 %.*

S30. *120.*

S31. *152.*

S32. *469, 35 euros.*

S33. *1,152 euros.*

S34. *15 euros.*

S35. *960 euros.*

S36. *-1; 17; 45.*

S37.

Para $x = 2$	10
Para $x = -3$	5

S38.

$-60p^{11}$	$8a^{10}b^{5}$	$-30x^{3}$
$-5x^{3}y^{2}z$	$7x^{2}y^{2}$	$-2m^{3}n^{4}pq^{2}$

S39.

$3x^3 + 6x^2 + 9x - 7$	$7x^3 - 6x^2 + 9x - 7$	$-7x^3 + 6x^2 - 9x + +7$

S40.

$5x^3 + 5x^2 + 5x$	$6x^2 - 13x + 6$	$9x^3 + 6x^2 - 11x + 2$
$4x^5 - 3x^4 + 5x^2$	$x^4 - 4x^2 + 2x$	$-x^5 + x^3 - x^2$

S41.

$9a^2 + 12ab + 4b^2$	$4x^2 - 4xy + y^2$	$x^2 - 36$

S42.

$2x \cdot (1 + y)$	$5x \cdot (x + 2y + 3)$
$z \cdot (z^2 + 9)$	$\frac{1}{x \cdot (1 + x^2)}$

S43.

$x = 3$	$x = \frac{1}{5}$
$x = -50$	$x = -7$
$x = 6$	$x = -\frac{1}{3}$

S44. *O número é 15.*

1º Propoñemos a ecuación cos datos que nos indica o enunciado do problema:

a) $x + 9 = 2 \cdot (x - 3)$

2º Solucionamos e temos que x=15.

3º O número que se pide é 15.

S45. *Hai 8 porcos, 4 vacas e 22 galiñas.*

1º Conforme os datos do problema:

Porcos = x Vacas: = $\frac{x}{2}$...........Galiñas = $3x - 2$

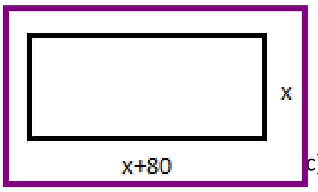
2º Propoñemos a ecuación, cos datos que nos indica o enunciado do problema:

$x + \frac{x}{2} + 3x - 2 = 34$

2º Solucionamos e temos que $x = 8$

3º Polo tanto hai: Porcos: x = 8 Vacas: $\frac{x}{2} = \frac{8}{2} = 4$ Galiñas: $3x - 2 = 3 \cdot 8 - 2 = 22$

S46. *180 m de longo e 100 m de ancho.*



1º Conforme os datos do problema:

2º Propoñemos a ecuación, cos datos que nos indica o enunciado do problema, tendo en conta que os lados do rectángulo son iguais dous a dous.

c) $2x + 2 \cdot (x + 80) = 560$

3º Solucionamos e temos que $x = 100$

4º Polo tanto hai: Ancho: x = 100 m Longo: $x + 80 = 100 + 80 = 180$ m

S47.

$x = \pm 10$	$x = \pm 2$	$x = 00;\ x = \frac{2}{3}$
$x = 4;\ x = 2$	$Non\ ten\ solución$	$x = 5$

4.2 Solucións das actividades finais

S48.

<table>
<tr><td>-5</td><td>$+4$</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">-6</td><td colspan="2">-28</td></tr>
<tr><td colspan="2">10</td></tr>
</table>

S49.

$\frac{325}{100}$	$\frac{284}{90}$	$\frac{85}{99}$

S50.

$\frac{-6}{15}$	$\frac{-5}{8}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{-4}{15}$

S51. *1 500 euros.*

1º Conforme os datos do problema:

<table>
<tr><td>Gastos varios: $\frac{2}{3}$</td><td>Resto do soldo: $\frac{1}{3}$</td><td>Ocio: $\frac{3}{5}\ de\ \frac{1}{3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Gastos totais: $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$ do soldo</td><td>Aforrou $\frac{2}{15}$ do soldo</td></tr>
</table>

2º Sabemos que os $\frac{2}{15}$ que aforrou son 200 euros.

3º Polo tanto, o total do soldo, é dicir, os $\frac{15}{15}$ son 1 500 euros.

S52. *1/8 Non practica deporte.*

1º Calculamos a fracción de alumnado que practica deporte

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{8}$$

2º Polo tanto, os que non practican deporte serían $\frac{1}{8}$ do alumnado

S53. *30 doses*

1º Calculamos cal é o contido do recipiente.

$$2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

2º Dividimos o total do contido do recipiente entre o que leva cada dose.

$$\frac{9}{4} : \frac{3}{40} = \frac{360}{12} = 30\ doses$$

S54.

x	z^{-2}	$\frac{x}{y}$
1	x^{-6}	a

S55.

$x = 35$	$x = 15$	$x = 22$

S56. *Razón* $\frac{1}{2,5} = 0,4$

2	1	3	4	10
5	2,5	7,5	10	25

S57.

1	2	4	5	10
20	10	5	4	2

S58. *404 euros.*

1º Propoñemos como segue:

260 euros ---------------- 325 lotes

X euros--------------------- 505 lotes

2º É unha proporcionalidade directa, co cal:

$$\frac{260}{x} = \frac{325}{505};\ \text{polo tanto } x = 404\ euros$$

S59. *1hora.*

1º Propoñemos como segue:

3 horas ---------------- 20 km/h

X horas---------------- 60 km/h

2º É unha proporcionalidade inversa, co cal:

$$\frac{x}{3} = \frac{20}{50};\ \text{polo tanto } x = 1\ hora$$

S60. *6,6 horas.*

S61. *10 horas.*

S62. *400* m^2

1º Propoñemos como segue:

10 horas ---------------- 18 días----------------- 600 m^2

8 horas------------------ 15 días----------------- x m^2

2º Todas elas son proporcionalidades directas, co cal:

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{18}{15} = \frac{600}{x};\ \text{polo tanto } x = 400\ m^2$$

S63. *30 días.*

1º Propoñemos como segue:

294 kg ---------------- 15 v ----------------- 7 d

840 kg------------------ 10 v ---------------- *x* d

2º A primeira magnitude é directamente proporcional á terceira, a segunda magnitude é inversamente proporcional á terceira, polo tanto:

$$\frac{294}{840}\cdot\frac{10}{15}=\frac{7}{x};\ \text{polo tanto } x=30\ días$$

S64. *56, 64, 40 e 24 refrescos.*

S65. *50, 70 e 175 euros.*

S66. *629*

Cantidade total $=\frac{144{,}67}{0{,}23}=629$

S67. *25 %*

Porcentaxe $=\frac{500}{2\,000}=0{,}25=25\ \%$

S68. *518 g*

Cantidade parcial $=0{,}35\cdot 1{,}48=0{,}518$

S69. *1 085 euros e 595 euros.*

S70. *25,50 euros.*

S71. *A segunda empresa consome 2 520 kw e aforra o 64 % da enerxía, o que supón 4 480 kw.*

S72.

$2x+3$	$0{,}35x$	$x+0{,}07x$
$3\cdot(x-1)$	$x\cdot(x-1)$	$x+1$

S73.

	$3x+2y$	$2xy+x-3y$	x^2-y+7
$x=2$ $y=5$	16	7	6
$x=4$ $y=-2$	8	-6	25

S74.

$3x^2 + 10x$	$x + 3$
$6x^2 - 3x$	$x^2 + 4x$

S75.

$20a^9$	$-30p^{33}$	$-35x^{11}$
$3m^{15}$	$-60p^{11}$	$8a^9b^5$

S76.

$-3mnp^2$	$8a^2b^3c$
$3a^2b^2$	$-2x^2y^2t^6$

S77.

$4x^3 - 6x^2 + x - 1$	$4x^3 - 4x^2 + 5x - 6$	$2x^3 - 6x^2 + x - 3$
$x^3 - 2x^2 - 7x + 6$	$4x^3 - 8x^2 - 3x + 4$	$2x^3 - 8x^2 - 3x + 2$

S78.

$6x^5 - 12x^3 + 3x^2$	$-21x^7 - 14x^5 + 56x^4$	$12x^7 - 10x^5 - 14x^4$
$-28x^8 + 36x^7 - 32x^6$	$-9x^{10} + 45x^8 - 36x^6 - 81x^4$	$-32x^{13} + 28x^{12} + 24x^{11} + 4x^{10}$

S79.

$5x^3 + 4x^2 - 7x$	$12x^4 + 6x - 7$	$x^3 - 2x^2 + x$
$7x^2z^3 - x + 4z^2$	$2xy^2 - 5x^3y$	$2x^3y^2 - 3xy$

S80.

$x^5 - 2x^3 + x^2 - 15x + 3$	b) $3x^5 - 13x^4 + 23x^3 - 24x^2 + 13x - 2$

S81.

$x^2 + 12x + 36$	$x^2 - 12x + 36$	$x^2 - 36$
$4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$	$4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$	$4x^2 - \frac{1}{4}$

S82.

$3 \cdot (a + b)$	$4 \cdot (2 + a)$	$2a \cdot (a + 3)$
$2a \cdot (3 + a^2)$	$\frac{3}{2 + y}$	$\frac{a}{a + 2b}$

S83.

$x = 2$	$x = 5$
$x = \frac{13}{2}$	$x = 2$
$x = 2$	$x = -2$
$x = \frac{17}{10}$	$x = \frac{22}{21}$
$x = 4$	$x = -4$
$x = \frac{29}{3}$	$x = \frac{1}{6}$
$x = -\frac{9}{5}$	$x = -3$

S84. *30 euros.*

1º Cartos que ten Alicia: x
2º Propoñemos $2x = 60;$ polo tanto $x = 30$

S85. *Pedro ten 10 libros, Ana 20 e Lois 30.*

1º Pedro = x =10
Ana = $2x$ = 20
Lois = $3x$ = 30
2º Propoñemos $x + 2x + 3x = 60;$ polo tanto $x = 10$

S86. *15 e 18 anos.*

1º Idade do primeiro irmán = x +3 = 18
Idade do segundo irmán = x =15
2º Propoñemos $x + 3 + x = 33;$ polo tanto $x = 15$

S87. *15*

Propoñemos $x + 9 = 2 \cdot (x - 3);$ polo tanto $x = 15$

S88. *Paulo ten 10 rotuladores e Xurxo 20.*

1º Rotuladores que ten Xurxo =x; se lle dan 5 terá x + 5
Rotuladores que ten Paulo = $\frac{x}{2}$; se lle dan 5 terá $\frac{x}{2} + 5$
2º Propoñemos $x + 5 + \frac{x}{2} + 5 = 40;$ polo tanto $x = 20$

S89. *525 km.*

1º O primeiro tramo mide =x ; o segundo tramo mide x + 50
2º Propoñemos $x + x + 50 = 1\,100;$ polo tanto $x = 525$

S90. **Os lados 5 cm e 8 cm.**

1º O rectángulo ten os lados iguais dous a dous.
O perímetro é a suma de todos os seus lados.
2º Propoñemos $2 \cdot (x+1) + 4x = 26;$ polo tanto $x = 4$
3º Os lados miden: $x + 1 = 5 \text{ cm}$ e $2x = 8 \text{ cm}$

S91. *3 420 libros de poesía, 6 840 de lingua e 20 520 de novela.*

1º Libros de poesía $= x$; Libros de lingua $= 2x$; Novela $= 6x$
2º Propoñemos $x + 2x + 6x = 30\,780;$ polo tanto $x = 3420$
3º 3 420 de poesía, 6 840 de lingua e 20 520 de novela.

S92. *3 páxinas.*

1º Para terminar o libro no primeiro caso, ten que ler $20x$
2º Para terminar o libro no segundo caso, ten que ler $12 \cdot (x+2)$
3º Propoñemos $20x = 12 \cdot (x+2)$; polo tanto $x = 3$

S93. *1 200 hectáreas.*

1º Superficie total do monte x superficie sementada de carballos $\frac{x}{5}$ superficie sementada de piñeiros $\frac{x}{3}$
3º Propoñemos $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 560 = x$; polo tanto $x = 1200 \text{ ha}$

S94.

$x = \pm\frac{1}{2}$	$x = \pm\frac{4}{5}$
$x = 0$ e $x = 4$	$x = 0$ e $x = 1$
$x = 0$ e $x = \frac{2}{3}$	$x = 0$ e $x = \frac{4}{5}$
$x = 3$ e $x = -4$	$x = 2$ e $x = \frac{3}{2}$
$x = -3$	$x = 5$ e $x = 1$
$x = 2$ e $x = -5$	$x = 1$

5. Glosario

A	▪ Aumento porcentual	Aumentar unha cantidade nun a % equivale a calcular o $(100 + a)$ % da dita cantidade.
	▪ Álxebra	Parte das matemáticas que estuda a relación entre números, letras e signos das operacións aritméticas.
C	▪ Constante de proporcionalidade directa	Valor do cociente que resulta de dividir dous valores correspondentes dunha táboa de proporcionalidade directa.
	▪ Constante de proporcionalidade inversa	Valor do produto que resulta de multiplicar dous valores correspondentes dunha táboa de proporcionalidade inversa.
D	▪ Diminución porcentual	Diminuír unha cantidade nun a % equivale a calcular o $(100 - a)$ % da dita cantidade.
E	▪ Ecuacións	Son igualdades alxébricas (con números e letras) que nos permiten establecer relacións entre valores coñecidos e valores descoñecidos.
I	▪ Incógnitas	Letras que aparecen na ecuación e representan a cantidade descoñecida.
M	▪ Magnitudes directamente proporcionais	Dúas magnitudes son directamente proporcionais se ao multiplicar ou dividir unha delas por un número a outra queda multiplicada ou dividida por ese número.
	▪ Magnitudes inversamente proporcionais	Dúas magnitudes son inversamente proporcionais se un aumento ou unha diminución nunha delas determina unha diminución ou un aumento proporcional na outra.
	▪ Monomio	Expresión alxébrica onde os números e letras están relacionados por produtos e potencias de expoñente positivo.
N	▪ $\mathbb{N}$	Números naturais, $\mathbb{N} \Rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \ldots \infty\}$
	▪ Notación científica	Escritura de números moi grandes o moi pequenos en forma de múltiplos de potencias de 10.
P	▪ Proporción	Igualdade de dúas razóns.
	▪ Porcentaxe	Unha porcentaxe indica unha proporción, unha fracción ou asóciase a un decimal.
	▪ Polinomio	É a suma ou resta de varios monomios.
Q	▪ $\mathbb{Q}$	Números racionais. Todos aqueles números que se poden expresar en forma de fracción.
R	▪ Razón	División ou cociente entre dous números ou dúas cantidades comparables entre si.
T	▪ Taxa	Razón ou cociente entre dúas magnitudes diferentes que se expresan coas súas unidades.
	▪ Taxa unitaria	Valor numérico dunha taxa expresado nas unidades do numerador por cada unidade do denominador.
X	▪ Xuros bancarios	Beneficios que produce o diñeiro emprestado.
Z	▪ $\mathbb{Z}$	Números enteiros, $\mathbb{Z} \Rightarrow \{-\infty \ldots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \ldots + \infty\}$

6. Bibliografía e recursos

Bibliografía

- Libros para a educación secundaria a distancia de adultos. Ámbito científico-tecnolóxico, Consellería de Educación e Ordenación Universitaria.
- Matemáticas ESO1, Ed. Anaya. 2016.
- Matemáticas ESO2, Ed. Anaya. 2016.
- Matemáticas. Serie Resolvo. 2º ESO, Editorial Santillana.

Ligazóns de Internet

Nestas ligazóns pode atopar trucos e información que pode consultar para mellorar a súa práctica.

- http://www.vitutor.com/di/r/a_10.html
- http://www.vitutor.com/ab/p/mono_2.html
- http://www.apuntesmareaverde.org.es
- http://www.lasmatematicas.es
- http://www.recursos.cnice.mec.es