Álxebra

A linguaxe que usamos en operacións aritméticas nas que só interveñen números chámase linguaxe numérica.

En ocasións empregamos letras para representar calquera número descoñecido; realizamos operacións aritméticas con elas e, mesmo, incluímolas en expresións matemáticas para poder calcular o seu valor numérico. A linguaxe que utiliza letras en combinación con números e signos, e ademais as trata como números en operacións e propiedades, chámase linguaxe alxébrica.

Álxebra é a parte das matemáticas que estuda a relación entre números, letras e signos das operacións aritméticas.

Utilidade e significado

Na linguaxe alxébrica utilizamos letras para expresar números de valor descoñecido ou indeterminado. A continuación veremos algunhas das utilidades da álxebra:

- Para expresar propiedades das operacións aritméticas (identidades)

Exemplo: a propiedade distributiva. "O produto dun número por unha suma é igual á suma dos produtos parciais do número por cada sumando". Esta propiedade, coa linguaxe alxébrica, quedaría da seguinte maneira:

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

- Para manexar números de valor indeterminado e as súas operacións (expresións alxébricas)

Exemplos:

- Un número natural ....a
- O seguinte número natural ....$a + 1$
- O dobre do número ....$2a$
- Outro número oito unidades menor ....$a - 8$
- cadrado do número mais o triplo do número ....$a^2 + 3a$

- Para expresar a relación entre varias variables de magnitudes distintas (fórmulas)

Capital	tempo	xuros
100	1	r
C	t	I

$I = C.r.t/100$

➢ Para expresar relacións que faciliten a resolución de problemas (ecuacións)

Exemplo: atopar un número tal que o cuádruplo do devandito número mais vinte unidades sexa igual a sesenta e oito.

Cuádruplo número + Vinte unidades + Sesenta e oito

4a+20=68 : 4a=68-20 : 4a=48; a=48/4=12 :o número buscado é 12

Expresións alxébricas

Unha expresión alxébrica é unha combinación de números, letras e parénteses, relacionados coas operacións. Os elementos dunha expresión alxébrica son:

- Termos: cada un dos sumandos.
- Termo independente: o que só ten parte numérica.
- Variables: as cantidades descoñecidas. Represéntanse habitualmente coas letras x, y, z.
- Coeficiente: a parte numérica que multiplica as variables.

Exemplo dunha expresión alxébrica e os seus elementos:

Expresión alxébrica	Termos	Termo independente	Variables	Coeficientes
$5x^2 – 2y+ 6$	$5x^2$; 2y ; 6	6	x ; y	5 , 2 ; 6

Valor numérico dunha expresión alxébrica

É o valor numérico que toma a expresión alxébrica cando substituímos as letras por números e realizamos as operacións. Exemplos:

Expresión alxébrica	Valor que lles damos ás letras	Valor numérico da expresión alxébrica
4a	a = 2	4.2 = 8
$2x^3$	x = 4	2.43 = 128
x + 3y	x = 1; y = 3	1 + 3.3 = 10 [antes a multiplicación 3.3 e logo súmase 1]
πr^2	r = 2.5	π. 2,52 = 19.6 [antes o cadrado e logo multiplícase por π]

Monomio

Un monomio é o produto indicado dun valor coñecido, representado por un número (coeficiente) por un ou varios valores descoñecidos, representado por letras (parte literal). A parte literal pode ter expoñentes naturais. Exemplos

- 3X ;3 coeficiente ;X parte literal
- $2/3X^2Y$;2/3 coeficiente ;X^2Y parte literal

Grao dun monomio

O grao dun monomio é o expoñente da variable que forma a parte literal. Se ten máis dunha variable súmanse os expoñentes.

Exemplos:

$4X^3$ Monomio de grao 3

$3X^2Y^3$ Monomio de grao 5

Monomios semellantes

Chamamos monomios semellantes a aqueles que teñen a mesma parte literal.

Exemplos:

- 2x ; -3x ; . Son monomios semellantes, xa que a parte literal é idéntica.
- $3\ x^2\ y^3$; $x^2\ y^3$. Son monomios semellantes, xa que a parte literal é idéntica.

Valor numérico dun monomio

O valor numérico dun monomio é o valor que se obtén ao substituír a variable ou as variables por un número e efectuar as operacións.

Exemplo: o valor numérico do monomio $3x^2y$ para os valores de x = 2 e y = 3 será:

3x2y

- 3·22·3 = 3·4·3 = 36

Operacións con monomios

- **Suma e resta de monomios**. Podemos atopar dous casos: se os monomios son semellantes ou se os monomios non son semellantes

  – *Monomios semellantes*: Súmanse ou réstanse os coeficientes e ponse a mesma parte literal. *Exemplo:* $4x^4 + 2x^4+5x^4 – 3x^4 = (4+2+5-3)\ x^4 = 8x^4$

– *Monomios non semellantes*: a suma ou resta déixase indicada, tal como está sen simplificala, quedando un polinomio cuxos termos son os monomios dados.

Exemplo:

sumar os monomios $5x^5$, $3x^4$, $4x^3$, e restarlle os monomios $3x^2$, $6x$. Como os monomios non son semellantes non se poden sumar nin restar e, polo tanto, deixamos indicadas as operacións das que fala o exercicio, quedando $5x^5 + 3x^4 + 4x^3 -3x^2 - 6x$.

- **Multiplicación de monomios**. Pódense multiplicar todos os monomios sexan ou non sexan semellantes. O produto de dous ou máis monomios dá como resultado outro monomio que vai ter como coeficiente o produto dos coeficientes, e como parte literal a mesma, con expoñente a suma dos expoñentes.

Exemplo:

$2x^4 \cdot 3x^3 \cdot 2x \cdot (- 4x^2) = [2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (-4)]\ x^{(4+3+1+2)} = -48\ x^{10}$

- **División de monomios.** Pódense dividir todos os monomios sexan ou non sexan semellantes. A división de dous monomios dá como resultado outro monomio que vai ter como coeficiente o cociente entre os coeficientes, e como parte literal a mesma, con expoñente a diferenza ou resta dos expoñentes. Para que o resultado sexa un monomio, o grao do numerador ten que ser maior ou igual que o grao do denominador.

Exemplo:

$12\ x^6 : 4\ x^2 = = (12:4)\ x^{6-2} = 3\ x^4$, é un monomio.

$12\ x^2 : 4\ x^6 = = (12:4)\ x^{2-6} = 3\ x^{-4} =$, non é un monomio, xa que o expoñente da parte literal non é un número natural

Polinomios

Polinomio é a suma ou resta de varios monomios. Cada un dos monomios é un termo, e se hai un termo que non teña parte literal (letras) é o termo independente.

- **Grao dun polinomio** é o grao do monomio de maior grao.
- **Coeficientes dun polinomio** son os coeficientes dos monomios que o forman.
- **Termo independente dun polinomio** é o monomio que non ten parte literal (letras).

Exemplo: sexa o polinomio x5-4x3+5x2+8x-9

Termos	Grao	Coeficientes	Termo independente
x^5, $-4x^3$,$5x^2$,$8x$, -9	5	1 , -4 , 5 , 8 , -9	-9

Valor numérico dun polinomio

O valor numérico dun polinomio é o valor que se obtén ao substituír a variable por un número e efectuar as operacións.

Exemplo: calcular o valor numérico do polinomio $x^5-4x^3+5x^2+8x-9$ para un valor de x = 2. O que facemos é substituír no polinomio a variable x polo valor 2. 25-4·23+5·22+8·2-9 = 32-4·8+5·4+8·2-9 = 32-32+20+16-9 = 27

Operacións con polinomios

- **Sumar polinomios**: para sumar polinomios temos que seguir este procedemento:

  – Colócanse os polinomios, ordenados un debaixo do outro, de xeito que coincidan os monomios semellantes.

  – Súmanse os coeficientes dos monomios semellantes e ponse a mesma parte literal.

  Exemplo: sumar os polinomios $P(x) = 10x^5-18x^3+14x^2+16$; $Q(x) = -6x^4+8x^3-6x^2+12x-4$

  Colocamos os polinomios: $10X^5 \quad - 18X^3+14X^2 \ +16$

  $-6X^4 +8X^3 - \ 6X^2+12X-4$

  $10X^5-6X^4-10X^3+8X^2+12X+12$

- **Restar polinomios**: para restar polinomios o que se fai é sumar ao primeiro o oposto do segundo.

  Exemplo: dados P(x) = 10x5-18x3+14x2+16 ; Q(x) = -6x4+8x3-6x2+12x-4. Calcular P(x)-Q(x)

  $10X^5 \quad -18X^3+14X^2 \ +16$

  $+6X^4-8X^3+6X^2-12X+4$

  $10X^5+6X^4-26X^3+20X^2-12X+20$

- **Multiplicar polinomios**: o procedemento para multiplicar dous polinomios é o seguinte: – Colócanse os polinomios, ordenados un debaixo do outro, de xeito que coincidan os monomios semellantes. Se falta algún grao, déixase un oco para que nos sexa máis doado colocar os produtos parciais.

  – Para multiplicar polinomios comézase pola esquerda e multiplícase o primeiro monomio do segundo polinomio por todos os monomios do primeiro polinomio; os coeficientes multiplícanse e os expoñentes súmanse. Se falta o termo dalgún grao déixase un oco.

  – Continúase multiplicando os demais monomios do segundo polinomio.

– Súmanse todos os polinomios obtidos.

Exemplo: multiplicar os polinomios P(x) · Q(x) $P(x) = 4x^3-6x^2+5$ $Q(x) = 2x^2-8x+6$

Débese comezar a multiplicar pola esquerda. Primeiro multiplícanse os signos, a continuación os coeficientes e por último súmanse os expoñentes.

4x3 -6x2 +5

2x2 -8x +6

8x5 - 12x4 +10x2

-32x4 +48x3 - 40x

24x3 -36x2 +30

8x5 -44x4 +72x3 -26x2 -40x +30

Produtos notables

- **Cadrado dunha suma**

O cadrado dunha suma é igual ao cadrado do primeiro, mais o dobre do primeiro polo segundo, máis o cadrado do segundo: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

Exemplo: $(x+5)^2 = x^2+2·x·5+5^2 = x^2 +10x +25$

- **Cadrado dunha diferenza**

O cadrado dunha diferenza é igual ao cadrado do primeiro,menos o dobre do primeiro polo segundo,máis o cadrado do segundo: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab+b^2$

Exemplo: $(x-5)^2 = x^2 - 2·x·5+5^2 = x^2 - 10x +25$

- **Suma por diferenza**

Unha suma por unha diferenza é igual ao cadrado do primeiro menos o cadrado do segundo: $(a + b) · (a - b) = a^2 - b^2$

Exemplo: $(x+5)·(x-5) = x^2 - 5^2$

Actividades

1-Sumar os seguintes monomios

a) $2x + x =$

b)$3x-5x =$

c) $x^2 + 3x^2 +4x^2 – 5x^2 =$

d) $x^2y+3yx^2 =$

2-Restar os seguintes monomios.

a) $8x-5x =$

b) $5a^2 -2a^2 =$

c) $8x^3-2x^3-4x^3 =$

d) $5a^2-9a^2 =$

3-Realice as seguintes multiplicacións de monomios

a)$(3x) \cdot (5x) =$

b) $(-a) \cdot (6a) =$

c) $(-4a) \cdot (-5a^3) =$

4-Divida os seguintes monomios:

a)$(20 x) : (4x) =$

b) $(28a^2) : (-14a) =$

c) $(15 a^3) : (-5 a^3) =$

d) $(36x^5) : (9x^3) =$

5-Considere os seguintes polinomios: $A = x^3 – 5x + 4$; $B = 3x^2 + 2x + 6$; $C = x^3 – 4x – 8$. Calcule:

a) $A + B =$

b) $A – B =$

c) $A – C =$

d) $B + C =$

e) $A + B + C =$

f) $A – B – C =$

6-Realice as seguintes multiplicacións.

a) $3x \cdot (x^3 – 2x + 5)$

b) $(x + 2) \cdot (x – 5)$

c) $(x^2 – 2) \cdot (x^2 + 2x – 3)$

d) $(x^3 – 5x^2 + 1) \cdot (x^2 – 3x + 1)$

7-Calcule sen facer a multiplicación (lembre as igualdades notables).

a) $(x + 6)^2 =$

b) $(8 + a)^2 =$

c) $(3 – x)^2 =$

d) $(ba – 3)^2 =$

e) $(x + 4) \cdot (x – 4) =$

f) $(y – a) \cdot (y + a) =$

g) $(2x – 3)^2 =$

h) $(3a – 5b)^2 =$

Solucións

1-a)$2x + x = 3x$

b) $3x-5x = -2x$

c) $x^2 + 3x^2 +4x^2 – 5x^2 = 3x^2$

d) $x^2y+3yx^2 = 4x^2y$

2-a)$8x-5x = 3x$

b) $5a^2 -2a^2 = 3a^2$

c) $8x^3-2x^3-4x^3 = 2x^3$

d) $5a^2-9a^2 = -4a^2$

3-a)$(3x)\cdot(5x) = 15x^2$

b) $(-a)\cdot (6a) = -6a^2$

c) $(-4a)\cdot(-5a^3) = 20a^4$

4-a)$(20 x): (4x) = 5$

b) $(28a^2) : (-14a) = - 2a$

c) $(15 a^3): (-5 a^3) = -3$

d) $(36x^5):(9x^3) = 4x^2$

5-a)$A + B = x^3 + 3x^2 – 3x + 10$

b) $A – B = x^3 – 3x^2 – 7x – 2$

c) $A - C = -x + 12$

d) $B + C = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$

e) $A + B + C = 2x^3 + 3x^2 - 7x + 2$

f) $A - B - C = -3x^2 - 3x + 6$

6-a)$3x \cdot (x^3 - 2x + 5) = 3x^4 - 6x^2 + 15x$

b) $(x + 2) \cdot (x - 5) = x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x - 10$

c) $(x^2 - 2) \cdot (x^2 + 2x - 3) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x^2 - 4x + 6 = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 4x + 6$

d) $(x^3 - 5x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 1) = x^5 - 3x^4 + x^3 - 5x^4 + 15x^3 - 5x^2 + x^2 - 3x + 1 = \; = x^5 - 8x^4 + 16x^3 - 4x^2 - 3x + 1$

7-a)$x^2 + 12x + 36$

b) $64 + 16a + a^2$

c) $9 - 6x + x^2$

d) $(ba)^2 - 6ba + 9$

e) $x^2 - 16$

f) $y^2 - a^2$

g) $4x^2 - 12x + 9$

h) $9a^2 - 30ab + 25b^2$

Ecuacións

Elementos e nomenclatura

Nunha ecuación podemos distinguir os seguintes elementos:

- **Membros dunha ecuación:** cada unha das expresións que aparecen a ambos os lados do signo de igualdade.
- **Termos:** os sumandos que forman os membros da ecuación.
- **Incógnitas**: son as letras que aparecen na ecuación

  Exemplo: $3x + 2 = 10 - x$ Ecuación cunha incógnita: x.

  $3x + 2y = y + 3$ Ecuación con dúas incógnitas: x e y.

- **Solucións:** os valores que deben tomar as letras para que a igualdade sexa certa.

Exemplo: $6x + 2 = 18 – 2x$; $x = 2$ é solución, xa que $6·2+2 = 18-2·2$ $6x + 2 = 18 – 2x$; $x = 1$ non é solución, xa que $6·1+2 \neq 18–2·1$

- **Grao dunha ecuación**: o maior dos graos dos monomios que forman os membros da ecuación. *Exemplo*: $3x+1 = 9-x$ É unha ecuación de primeiro grao.

  3x2-9x+1 = 6x-5 É unha ecuación de segundo grao.

Ecuacións equivalentes: dúas ou máis ecuacións son equivalentes cando teñen as mesmas incógnitas e as mesmas solucións.

Exemplo: $6x+2 = 18-2x$: $8x+2 = 18$: x. $8x = 16$ Son equivalentes: As tres teñen a mesma incógnita: x. As tres teñen a mesma solución.

Resolución de ecuacións de primeiro grao

Para resolvermos unha ecuación deste tipo temos que xuntar nun membro os termos que conteñan a incógnita e no outro membro os que non a teñan, é dicir, os termos independentes. Observe como se resolven as ecuacións seguintes.

Exemplo 1:

5X+3=2X+21 5X-2X=21-3 3X=18 X=18/3=6

A solución desta ecuación é x = 6. Comprobámolo substituíndo 6 nos x da ecuación: Primeiro membro: $5 · 6 + 3 = 33$ Segundo membro: $2 · 6 + 21 = 33$ Os dous membros valen o mesmo, daquela a igualdade é certa.

Exemplo 2:

3/2X+5=20 3/2X=20-5 3/2X=15 x=2.15/3=10

Exemplo 3:

No caso de que haxa parénteses efectúanse antes estes:

2(x-4)-(6+x)=3x-4 2X-8-6-X=3X-4 2X-X-3X=-4+8+6 -2X=10 X=10/-2=-5

Observe que o -2 está a multiplicar o x (non está restando), así que pasa dividindo o 10 no segundo membro do derradeiro paso.

Resolución de ecuacións con denominadores

Cando hai denominadores numéricos transformamos as fraccións noutras equivalentes que teñan todas igual denominador, usando o mínimo común múltiplo dos denominadores das fraccións. Observe como se fai no *exemplo* seguinte.

X-2 /4- 2X-3/3=X-7 m.c.m(4,3)=12

Pomos denominador 12 a todas as fraccións e compensamos os numeradores. (números en vermello):

3(X-2)/12-4(2X-3)/12=12(X-7)/12

Eliminanos denominadores y operamos

3X-6-8X+12=12X-84

Resolvemos

3X-8X-12X=+6-12-84 -17X=-102 x=-102/-17=6

A solución da ecuación é x = 6. Podémolo comprobar substituíndo x = 6 na ecuación orixinal.

Exemplos:

$x + 3 = 5x + 11 \Rightarrow x - 5x = 11 - 3 \Rightarrow -4x = 8 \Rightarrow x = 8 / -4 \Rightarrow x = -2$

$13 - 3x - 9 = 8x + 4 - 11x \Rightarrow -3x - 8x + 11x = 4 + 9 - 13 \Rightarrow 0 = 0$

$6 + 5x + 2 = 4x - 2 + x \Rightarrow 5x - 4x - x = -2 - 6 - 2 \Rightarrow 0x = -1$

$$\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$$

hallamos el mínimo común múltiplo. $\text{m.c.m.}(6, 2) = 6$

1.(x-1)/6-3.(x-3)/6=6.(-1)

Quitamos denominadores y operamos

$x - 1 - 3(x - 3) = -6$

$x - 1 - 3x + 9 = -6; \quad x - 3x = -6 - 9 + 1; \quad -2x = -14$

$2x = 14 \quad x = \frac{14}{2} \quad x = 7$

Resolución de problemas con ecuacións de primeiro grao

Na resolución de problemas mediante ecuacións de primeiro grao convén que siga estes pasos:

- Lea o problema detidamente e identificando o que se pregunta (o que se quere saber); se non entende algunha palabra busque o significado nun dicionario ou en páxinas web.
- Póñalle un nome (x, por exemplo) á incógnita do problema (unha idade, un número, un tempo, o prezo dalgún obxecto…).
- Traduza a linguaxe alxébrica a información do problema, escribindo unha ecuación.
- Resolva a ecuación.
- Comprobe que o resultado obtido sexa válido e a solución do problema.

Exemplo: se dos euros que teño gasto a metade e lle engado a décima parte dos que tiña ao principio, quédanme 480 euros. Cantos euros tiña inicialmente?

- ✓ A incógnita do problema é os euros que eu tiña ao comezo; chamámoslle x a estes cartos.
  Euros que tiña inicialmente: x
  Gastei a metade do que tiña: x/2
  Engado a décima parte do que tiña ao principio:+x/10

- ✓ Escribimos en linguaxe alxébrica a información subministrada polo enunciado:
  Cartos que tiña - cartos que gastei + engadir décima parte = cartos que me quedan:
  X-X/2+X/10=480

- ✓ Resolvemos a ecuación:

  X-X/2+X/10=480 m.c.m(2,10)=10

  10.X/10-5.X/10+X.1/=480.10/10

  Sacamos denominadores y resolvemos

  10X-5X+X=4800 6X=4800 x=4800/6=800

A solución é que tiña inicialmente 800 euros. Agora comprobamos que esta sexa a solución do problema: se gasto a metade quédanme 400 euros, e se lle engado a décima parte de 800 euros, que son 80 euros, daquela quedaranme 480 euros; a solución é correcta. No caso de que teña que resolver un problema sobre figuras xeométricas, é moi conveniente que faga un debuxo destas, sinalando nel a información que se proporcione (lonxitude dos lados, alturas, perímetros, diámetros, ángulos…).

Actividades resoltas

1-Una nai ten 64 anos de idade e a súa filla 32. Cantos anos pasaron desde que a idade da nai era o triplo da idade da filla?

Solución

A incógnita é: x = anos que pasaron.

Idade da nai hai x anos: 64 – x;

idade da filla = 32 – x.

A ecuación que hai que escribir corresponde a: Idade da nai hai x anos = 3 veces a idade da filla hai x anos; traducimos isto a linguaxe alxébrica: 64 – x = 3 (32 – x). Resolvemos a ecuación: 64 – x = 96 – 3x → - x + 3x = 96 – 64 → 2x = 32 → x = 16.

Hai 16 anos a idade da nai era o triplo da idade da filla; pode comprobalo?

2-Un pai ten 35 anos e o seu fillo 5. Dentro de cantos anos a idade do pai será catro veces maior que a idade do fillo?

Solución

Incógnita: x = anos que teñen que pasar.

Ecuación que hai que escribir: idade do pai dentro de x anos = 4 multiplicado pola idade do fillo hai x anos; 35 + x = 4 (5 + x) → 35 + x = 20 + 4x → x – 4x = 20 – 35 → -3x = -15 → x = -15/-3 = 5

Dentro de 5 anos o pai terá 40 anos e o fillo 10 anos, daquela a idade do pai será catro veces maior que a do fillo; a solución é correcta.

3-A base dun rectángulo mide 20 cm e a altura 10 cm. Cantos centímetros debe aumentar a base para que a área aumente en 100 cm^2?

Solución

Chamámoslle x ao que debe aumentar a base do rectángulo.

A área do rectángulo inicial é 20 cm2. A área do novo rectángulo é (20 + x).10 ; así que escribimos a ecuación: (20+x)10 = 300 Resolvendo a ecuación, resulta x = 10 cm.

4-Temos 15 moedas, unhas de 20 céntimos e outras de 50 céntimos. Cantas moedas temos de cada clase se en total son 6 euros?

Solución

A incógnita é x = número de moedas de 20 céntimos.

Xa que logo, 15 – x é o número de moedas de 50 céntimos. Lembre que 20 céntimos = 0,20 euros e que 50 céntimos = 0,50 euros, así traballamos todo en euros.

A ecuación que temos que escribir é, simplemente: cartos totais = 5 euros. Traducimos isto a linguaxe alxébrica:

0,20X+0,50(15-X)=6

0,20X+7,5-0,5X=6

0,20X-0,5X=6-7,5

-0,3X=-1,5

X=-1,5/-0,3=5

Temos cinco moedas de 20 céntimos e dez de 50 céntimos, o cal efectivamente fai seis euros.

5-O lado dun cadrado é tres metros maior que o dobre do lado doutro cadrado. Se o perímetro do primeiro cadrado é 48 metros maior que o do segundo, cal é a lonxitude dos lados de ambos os cadrados?

Solución

Sexa x a lonxitude do lado do cadrado pequeno.

Daquela a lonxitude do lado do cadrado grande é 2x + 3.

O perímetro do cadrado grande é 4(2x + 3) = 8x + 12, entanto que o perímetro do cadrado pequeno é 4x.

Escribimos a ecuación: Perímetro grande = perímetro pequeno + 48

8 X+12= 4X+ 48 8X- 4X= 48 12 4X= 36 X=36/4=9

Comprobamos o resultado. O lado pequeno mide 9, o lado grande mide 2 . 9 + 3 = 21; perímetro do cadrado pequeno = 36; perímetro do cadrado grande = 84; efectivamente cúmprese que 84 é igual a 36 + 48.

Ecuación de segundo grao

Resolución da ecuación de segundo grao $ax^2 + bx + c = 0$

Unha ecuación de segundo grado é toda expresión da forma:

$ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$.

Resolvese mediantela seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemplo:

- $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Resolución de ecuaciones de segundo grado incompletas

Unha ecuación de segundo grado é incompleta cando algun dos coeficientes: *b* o *c*, o ambos, son iguais a cero, polo tanto podemos encontrarnos con tres tipos de ecuacions de segundo grado incompletas.

1. $ax^2 = 0$

La solución es x = 0.

Exemplo.

- $2x^2 = 0 \qquad x = 0$

2. $ax^2 + bx = 0$

Extraemos factor común x:

✓ $x(ax + b) = 0$

Como temos un producto igualado a cero o un factor é cero ou o outro factor é cero ou os dous son cero.

- $x = 0$
- $ax + b = 0 \qquad x = \frac{-b}{a}$

Exemplo:

$x^2 - 5x = 0$

- $x(x - 5) = 0 \qquad x = 0 \qquad x - 5 = 0 \qquad x = 5$

3. $ax^2 + c = 0$

1. No primer lugar pasamos o término *c* ao segundo membro cambiado de signo.

2. Pasamos o coeficiente *a* ao 2º miembro, dividiendo.

3. Se efecúa a raíz cadrada nos dous membros.

$$ax^2 = -c \qquad x^2 = \frac{-c}{a} \qquad x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Exemplo:

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25 \qquad x = \pm\sqrt{25}$$

$$x_1 = \sqrt{25} = 5$$

$$x_2 = -\sqrt{25} = -5$$

•

Actividades propostas

1-Resolver as seguintes ecuacións:

a) $2x = 6$

b) $2(2x - 3) = 6 + x$

c) $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$

d) $4(x-10) = -6(2-x) - 6x$

e) $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$

f) $\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$

Solucións:

a) X=3

b) X=4

c) X=7

d) X=7

e) X=6

f) X=32

2-Resolva os seguintes problemas:

a) Un padre ten 35 anos e seu flljo 5. ¿Ao cabo de cántos anos será a edade do pai tres veces maior que a edade do fillo?

b) Si o dobre dun número se le resta sua mitade resulta 54. ¿Cál é o número?

c) Hallar tres números consecutivos cuia suma sexa *219*.

d) Héctor guarda *25* euros no peto, que supone sumar unha cuarta parte do diñeiro que xa había. ¿Cánto diñero hai no peto?

Solucións:

a) 10

b) 36

c) 72,73,74

d) 100

3-Resuelve sa seguintes ecuacións:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $-x^2 + 7x - 10 = 0$

c) $\frac{2}{5}x^2 = 0$

d) $2x^2 - 6x = 0$

e) $x^2 - 25 = 0$

f) $2x^2 + 8 = 0$

<u>Solucións:</u>

a)X=3 ; X=2

b)X=5 ; X=2

c)X=0

d)X=0 ; X=3

e)X=5 X=-5

f)Non ten solución.