

Porcentaxes

Na nosa vida atopámonos moitas veces en situacións en que oímos que "tal artigo ten unha rebaixa do 20 por cento" ou que "o IVE aplicado á factura do recibo da luz é do 18 por cento". Ambas as expresións definen a porcentaxe, é dicir, o número de partes referidas das cen iguais en que se pode dividir unha cantidade. No noso caso, o prezo do artigo ou o seu importe, que constitúe a rebaixa ofertada ou o sobrecusto que teremos que pagar por causa do IVE.

Para calcular un determinado tanto por cento dunha cantidade, multiplícase o tanto pola cantidade e o resultado divídese entre 100

$$t \% \text{ de } C = t.C/100$$

Problemas con porcentaxes

Nas porcentaxes aparecen tres cantidades relacionadas, que son: cantidade parcial, cantidade total e porcentaxe. Ao resolvermos problemas con porcentaxes, en xeral, coñecemos dúas desas cantidades, e o que queremos é calcular a outra

➤ Coñecemos o total e unha parte. Calcular a porcentaxe

O tanto por cento calcúlase dividindo a cantidade parcial entre a cantidade total; o resultado desta división será o tanto por cento expresado como decimal. Para o expresar en porcentaxe multiplicamos por 100.

Exemplo: un xogador de baloncesto enceistou 15 de 25 tiros libres nun adestramento. Cal é a súa porcentaxe de acertos?

Cantidade total=25 cantidade parcial=15

$$\text{Porcentaxe} = \text{cantidade parcial} / \text{cantidade total} = 15/25 = 0,6 \cdot 100 = 60\%$$

➤ Coñecemos a porcentaxe e o total. Calcular unha parte

A cantidade parcial calcúlase multiplicando a cantidade total polo tanto por cento expresado como decimal.

Exemplo: un xogador de baloncesto nun adestramento, de 25 tiros libres acertou o 60 %. Que cantidade de tiros enceistou?

Cantidade total=25 porcentaxe=60%

$$\text{Porcentaxe expresado en decimal } 60\% = 60/100 = 0,60$$

$$\text{Cantidade parcial} = 0,60 \cdot 25 = 15 \text{ tiros que enceistou}$$

➤ **Coñecemos a porcentaxe e unha parte. Calcular o total**

A cantidade total calcúlase dividindo a cantidade parcial entre o tanto por cento expresado como decimal.

Exemplo: un xogador de baloncesto nun adestramento de tiros libres acertou 15 tiros, que supuxo o 60 % do total. Que cantidade total de tiros libres efectuou

Cantidade parcial=15 porcentaxe =60%

Porcentaxe expresado en decimal $60\%=60/100=0,60$

Cantidade total= $15/0,60=25$ tiros libres que efectuou.

EXEMPLOS.

Quedan dez ovos no frigorífico e collo sete para facer a comida. Que porcentaxe collín?

$7/10=0,7 \cdot 100=70\%$

Saín de casa con vinte euros e gastei trece. Que porcentaxe dos cartos gastei?

$13/20=0,65 \cdot 100=65\%$

Ao calcular o 20 % sobre unha cantidade, obtivéronse 24 euros. Cal é a cantidade total?

$20/100=0,2$ CANTIDADE TOTAL= $24/0,2=120$ EUROS

Calcular o 40 % sobre unha cantidade de 380 euros

$40/100=0,4$ CANTIDADE PARCIAL= $380 \cdot 0,4=152$ EUROS

Aumento porcentual

Moitas veces os aumentos danse en forma de porcentaxes; son os chamados aumentos porcentuais: os impostos, as taxas, as subas salariais e de prezos, o consumo dos carburantes e da electricidade, os doentes de corazón... Vexamos como son os cálculos nestes casos. O aumento porcentual dunha cantidade inicial é o que aumenta esa cantidade segundo unha porcentaxe t %.

Exemplo 1. Mercamos roupa por valor de 60 euros. O IVE (imposto sobre o valor engadido) é do 16 %. Canto pagamos en total?

- *Primeiro xeito.*

16% de $60=16 \cdot 60/100=9,6$ euros

Prezo final = $60 + 9,6 = 69,6$ EUR que teremos que pagar pola roupa.

- *Segundo xeito.*

O aumento no prezo polo 16 % do IVE significa que 100 euros se converten en 116 euros.

Podemos establecer unha proporción

Prezo sen IVE	100	60
---------------	-----	----

Prezo co aumento do IVE	116	x
-------------------------	-----	---

Formulamos a proporción e resolvemos: $100/116=60/x$

$$X=60.116/100=69,6 \text{ euros.}$$

- *Atallo ou xeito rápido.*

Estamos a calcular o 116 % de 60 euros; polo tanto poderíamos resolver o problema do seguinte xeito.

$$\text{prezo final} = 116 \% \text{ de } 60 = 1,16 \cdot 60 = 69,6 \text{ €}$$

O aumento porcentual dunha cantidade inicial é o que aumenta a devandita cantidade inicial segundo unha porcentaxe

Diminución porcentual

A diminución porcentual dunha cantidade inicial é o que diminúe esa cantidade segundo unha porcentaxe t %. É análoga ao aumento porcentual anterior, pero agora hai que restar a porcentaxe calculada da cantidade inicial.

Exemplo. Nunha tenda un artigo marca 128 euros, pero ten unha rebaixa do 30 % porque é unha semana fantástica. Canto teño pagar polo artigo?

- *Primeiro xeito.*

$$30\% \text{ de } 128 = 30.128/100=38,40 \text{ euros}$$

$$\text{prezo final} = 128 - 38,40 = 89,60 \text{ euros que teño que pagar.}$$

- *Segundo xeito*

A diminución no prezo polo 30 % de rebaixa significa que cada 100 euros que se pagan convértense en 70 euros por causa da rebaixa. Podemos establecer unha proporción

Prezo sen rebaixa	100	128
-------------------	-----	-----

Prezo coa rebaixa feita	70	x
-------------------------	----	---

Formulamos a proporción e resolvemos: $100/70=128/x$

$$x=128.70/100=89,60 \text{ euros}$$

- *Atallo ou xeito rápido.*

En realidade estamos a calcular o 70 % de 128 euros. Polo tanto poderíamos resolver o problema do seguinte xeito.

$$\text{prezo final} = 70 \% \text{ de } 128 = 0,70 \cdot 128 = 89,60 \text{ euros}$$

A diminución porcentual dunha cantidade inicial é o que diminúe a devandita cantidade inicial segundo unha porcentaxe t%.

EXEMPLOS.

- índice de prezos ao consumo (IPC) subiu, no último ano, un 4.3 %. Se hai un ano gastaba 350 euros en comida cada mes, canto terei que gastar este ano (mercando o mesmo)?

$$4,3 \text{ de } 350 = 4,3 \cdot 350 / 100 = 15,05 \quad 350 + 15,05 = 365,05 \text{ euros.}$$

- Estou pagando 800 euros pola hipoteca cada mes. O euribor subiu un 2.1 %. Canto teño que pagar agora pola hipoteca?

$$2,1 \text{ de } 800 = 2,1 \cdot 800 / 100 = 16,8 \quad 800 + 16,8 = 816,8 \text{ euros.}$$

- Por conducir e falar polo móbil á vez puxéronme unha multa de 30 euros. Esquecín pagala e agora teño unha recarga do 20 %. Canto terei que aboar pola multa?

$$20\% \text{ de } 30 = 6 \quad 30 + 6 = 36 \text{ euros}$$

- Un litro de gasóleo custaba 1,20 euros e o prezo baixou un 4 %. Canto custa agora?

$$4\% \text{ de } 1,20 = 4 \cdot 1,20 / 100 = 0,048 \quad 1,20 - 0,048 = 1,152 \text{ euros}$$

- No ano 2007 houbo 2.741 mortos nas estradas españolas. No ano 2008 esa cifra diminuíu un 22 %. Cantos morreron en accidente de tráfico no ano 2008? Cantas persoas menos morreron respecto do ano anterior?

$$22\% \text{ de } 2741 = 22 \cdot 2741 / 100 = 603,02 \text{ Morreron } 603 \text{ persoas menos que no anterior.}$$

En 2008 faleceron, xa que logo, $2741 - 603 = 2138$ persoas.

Cálculo directo de porcentaxes sinxelas

Algunhas porcentaxes son moi doadas de calcular, mesmo mentalmente. Fíxese nos exemplos seguintes:

- 50 % Xusto a metade da cantidade. Por exemplo, o 50 % de 120 é 60, que é a metade de 120.
- 25 % É a cuarta parte da cantidade, así que con dividir entre catro xa está calculado o 25 % (ou dividir dúas veces seguidas entre 2). Daquela, o 25 % de 600 é 150, xa que 600 entre 2 dá 300, e 300 entre 2 dá finalmente 150.
- 20 % É a quinta parte da cantidade; dividimos por 5.
- 10 % Hai que dividir a cantidade entre 10: o 10 % de 850 son 85.
- 5 % É a metade do 10 % anterior. Exemplo: o 5 % de 400 son $40 : 2 = 20$.
- 75 % Son as $3/4$ partes da cantidade; é dicir, dividimos por catro e multiplicamos por 3. Deste xeito, o 75 % de 600 calculámolo dividindo 600 entre 4, que dá 150, e 150 multiplicámolo por 3; resultado 450.

Actividades propostas

- 1-Nunha empresa traballan 125 persoas; delas, 80 son mulleres. Cales son as porcentaxes de homes e mulleres na empresa?
- 2 -Un equipo de fútbol, na temporada pasada, perdeu 16 partidos e empatou 8 dos 32 que xogou. Que porcentaxe de partidos gañou? Que significa este resultado?
- 3- Da poboación galega, que é de 2.783.100 persoas, o 34,18 % son estranxeiros (censo 2008). Cantas persoas son?
- 4-Nunha vila galega hai 2.600 habitantes. Se o 19 % son nenos, cantos adultos hai?
- 5-De 2.500 persoas, a 1.500 gústanlle os deportes e a 600 ler e pasear. Cal é a porcentaxe de persoas que gozan cos deportes? Cal lendo?
- 6-Un vestido de noiva custaba 600 euros. Subiu un 12 %. Canto custa agora?
- 7-Un pantalón vaqueiro, que custaba 45 euros antes das rebaixas de verán, agora custa 35 euros. Cal é a porcentaxe de rebaixas nesta tenda?
- 8-Carolina compra unha blusa de 30 euros, pero descóntanlle seis euros polas rebaixas de primavera. Cal é a porcentaxe de desconto?
- 9-Compramos un produto a 30 euros e vendémolo a 35 euros. Cal é a porcentaxe de ganancia?
- 10- Do censo de votantes dunha vila galega, o 40 % vota o partido A, o 25 % o partido B e o 35 % o partido C. Os votantes deste último foron 4 200. Cantas persoas votaron aos outros partidos?

Razón e proporción de números

Razón.

Unha razón é a división ou cociente entre dous números ou dúas cantidades comparables entre si.

Represéntase a/b

Os termos dunha razón chámanse antecedente e consecuente. O antecedente é o dividendo ou numerador, e o consecuente é o divisor ou denominador.

Exemplo 1: nun concurso no que hai tres premios, participan 21 persoas. Podemos expresar matematicamente a relación anterior mediante unha razón entre o número de premios e o número de participantes, e queda:

- $3/21$

Exemplo 2. Temos dous sacos de cemento; o saco grande pesa 7,5 kg e o pequeno pesa 2,5kg.

A razón entre a masa do saco grande e a do saco pequeno é $7,5/2,5 = 3$, o que quere dicir que o saco grande ten tres veces a masa do pequeno.

Non debe confundir unha razón cunha fracción. Nos dous exemplos anteriores vemos como os termos antecedente e consecuente dunha razón poden ser números enteiros ou números decimais. Nunha fracción os seus termos ,numerador e denominador deben ser números enteiros

Proporción.

Unha proporción é una igualdade de dúas razóns.

Representátese $a/b=c/d$

Chámanse a,c antecedente b,d consecuentes e tamén a,d extremos e b,c medios.

Propiedades das proporcións

a) En toda proporción, o produto de medios é igual ao produto de extremos:

$$a/b=c/d \qquad a.d = b.c$$

b) Nunha proporción, sempre, a razón entre a suma dos antecedentes e a suma dos consecuentes é igual á unha calquera das razóns:

$$a+c/b+d=a/b=c/d$$

Cálculo dun termo descoñecido dunha proporción

Para calcular o termo descoñecido nunha proporción,coñecendo os outros tres, aplícase a propiedade:
Produto de medios = produto de extremos

A ese termo descoñecido chámasele cuarto proporcional.

$$a/b=c/x \qquad a.x=b.c \qquad x=b.c/a$$

EXEMPLOS.

Calcule o cuarto proporcional nas seguintes proporcións:

- $X/9=2/3$

$$X.3=9.2$$

$$X=9.2/3=18/3=6$$

- $7/X=2/12$

$$7.12=X.2$$

$$X=7.12/2=84/2=42$$

- $8/30=X/15$

$$8.15=30.X$$

$$X=8.15/30=120/30=4.$$

Magnitudes directamente proporcionais

Unha magnitude é calquera propiedade física que poida ser medida: a lonxitude, a temperatura, os cartos, a masa, o tempo, etc. A dor, o amor e a ledicia poden ser grandes ou pequenas, pero non se poden medir, logo non son magnitudes. Dúas magnitudes son directamente proporcionais se ao multiplicar (ou dividir) unha delas por un número a outra queda multiplicada (ou dividida) por ese mesmo número.

Proporcionalidade directa

A resolución de problemas típicos de proporcionalidade directa pódese facer mediante dúas estratexias:

Regra de tres simple directa

A regra de tres simple directa é un procedemento que ten por obxecto atopar unha proporción na que se coñecen tres cantidades de dúas magnitudes. É dicir, é un procedemento para atopar o cuarto proporcional.

Para resolver os problemas podemos seguir o seguinte esquema:

Colócanse os datos e determínase se a proporcionalidade é directa:

a-----c

b.....x

$$a/b=c/x$$

$$x=b.c/a$$

Exemplo

Para facermos tres traxes necesitamos 7,50 metros de tecido. Canto tecido usaremos para coser oito traxes?

- Razoamos o problema

Se para facer tres traxes necesitamos 7,5 metros de tecido, daquela para facer oito traxes necesitaremos x metros.

- Escribimos o anterior así
3 traxes ——— 7.5 metros
8 traxes----- x metros
- Determinamos se a proporcionalidade é directa

Razoamos: se para tres traxes necesitamos 7.5 metros, se aumentamos o número de traxes, a outra magnitude (os metros de tecido) tamén terá que aumentar. Xa que logo, é directa.

- Escribimos unha proporción cos termos anteriores:

$$3/8=7,5/x$$

- Despexamos x e calculamos:

$$3.x=7,5.8$$

$$x=7,5.8/3=20 \text{ metros.}$$

Magnitudes inversamente proporcionais

Dúas magnitudes son inversamente proporcionais se un aumento ou unha diminución nunha das magnitudes determina unha diminución ou un aumento proporcional na outra.

Proporcionalidade inversa

A resolución de problemas típicos de proporcionalidade inversa pódese facer mediante

Regra de tres simple inversa

Para resolver os problemas podemos seguir o seguinte esquema:

Colócanse os datos e determínase se a proporcionalidade é inversa:

a-----c

b-----x

$$b/a=c/x$$

$$x=a.c/b$$

Exemplo.

Un gandeiro ten herba almacenada para alimentar vinte animais durante sesenta días. Se compra dez animais máis, para cantos días terá herba suficiente?

- Razoamos o problema

Se 20 animais poden comer 60 días, daquela 30 animais comerán x días

- Resumimos o anterior así

20 animais ——— 60 días

30 animais ——— x días

- Determínase se a proporcionalidade é inversa

Razoamos: se para 20 animais a herba almacenada nos dá para 60 días, se aumentamos o número de animais, a outra magnitude (o número de días), tendo a mesma herba almacenada, terá que diminuír. Xa que logo é inversa.

- Escribimos unha proporción coa primeira razón invertida

$$30/20=60/x$$

- Despexamos x e calculamos

$$30.x=20.60$$

$$x=20.60/30=40 \text{ días}$$

Actividades propostas

1-Nunha empresa traballan 840 persoas. Se catro de cada cinco comen na empresa, cantas comidas se fan?

2-Un tren, circulando a 90 km/h, fai o percorrido en seis horas. Se fose a 100 km/h, canto tardaría?

3-Dous pobos están separados 8 cm nun mapa; na realidade están a 40 km de distancia. Outros dous pobos están separados 6 cm no mapa. A cantos quilómetros están en realidade un do outro?

4-Dos rodas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm. Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

5-Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por 792 €. ¿Cuánto costará el hotel de 15 personas durante ocho días?

6- Si tardamos 3 horas en estudiar los 5 primeros temas del examen, ¿cuántas horas más necesitamos para terminar de estudiar si en total hay 17 temas?

7-Tres personas tardan 12 horas en pintar un muro. ¿Cuántas personas se necesitan si se quiere conseguir la tarea en tan solo 4 horas?

8- El precio de un paquete de 13 rotuladores es de 9.75€. ¿Cuántos rotuladores podemos comprar por el precio de 15.75€?