

INTRODUCCIÓN

En ocasiones has visto expresiones como la siguiente:

$$a + b = b + a$$

Con ella representamos la propiedad conmutativa de la suma. Esta propiedad es cierta para cualquier par de números y por ello utilizamos letras en lugar de valores concretos.

En Matemáticas es frecuente utilizar expresiones que combine números y letras o solamente letras. Esto lo hacemos cuando, como en el caso anterior, expresamos relaciones que se dan para todos los números. También cuando desconocemos el valor de algún dato lo representamos con una letra hasta que lo hallamos. Y también cuando no conocemos el valor numérico de algún dato y hemos de escribir una expresión en la que interviene aunque no se trate de hallar su valor.

Las expresiones que resultan de combinar números y letras relacionándolos con las operaciones habituales se llaman **expresiones algebraicas**. La parte de las Matemáticas que utiliza las expresiones algebraicas se llama **Álgebra**.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Muchas expresiones algebraicas que utilizaremos resultan de una "traducción" del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico. Fíjate en los ejemplos y observa que a los números cuyo valor desconocemos unas veces les hemos dado el nombre de una letra y otras veces el de otra. (El signo \cdot entre número y letra o entre dos letras no es necesario escribirlo y lo sobreentenderemos)

. El doble de un número	$2n$
. La mitad de un número	$\frac{x}{2}$
. El triple de un número menos dos	$3y - 2$
. El doble del producto de dos números	$2ab$
. La mitad del cuadrado de un número	$\frac{t^2}{2}$
. La mitad de un número más su triple	$\frac{z}{2} + 3z$

EJERCICIOS

1.- "Traduce" cada expresión a lenguaje algebraico.

. El triple de un número	
. El doble de un número menos su mitad	
. El cuadrado de un número más su triple	
. La mitad más la tercera parte más la cuarta parte de un número	
. La mitad de un número menos el propio número	
. El doble de un número más el triple de otro número	

2.- Llamando x a un número natural cualquiera, escribe la expresión algebraica que resulta de traducir cada uno de los siguientes enunciados:

. Un número 5 unidades mayor	
. Un número 3 unidades menor	
. El número natural siguiente	
. El número natural anterior	
. El doble del número	
. El triple del número	
. El doble del número más cuatro	
. El número más su anterior	
. La suma de los dos números siguientes a él	
. La mitad del número más 1	
. El cuadrado del número menos su mitad	

VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Si en una expresión algebraica sustituimos las letras por valores concretos y hacemos las operaciones correspondientes obtendremos un resultado y será el **valor numérico** de la expresión para esos valores de las letras. Naturalmente, una expresión algebraica tendrá tantos posibles valores numéricos como valores podamos dar a las letras. Fíjate en el siguiente ejemplo:

- Hallar el valor numérico de $2x^2 + 5$ para $x = 1$ y para $x = -3$

$$\nearrow \quad \text{para } x = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1^2 + 5 = 2 + 5 = 7$$

$$2x^2 + 5$$

$$\searrow \quad \text{Para } x = -3 \Rightarrow 2 \cdot (-3)^2 + 5 = 2 \cdot 9 + 5 = 23$$

EJERCICIOS

3.- Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican

$3x^2 - 2$	para $x = 3$	
$10 - 5x^2$	para $x = 5$	
$\frac{3x}{4} + 2$	para $x = 8$	
$\frac{x^2}{5} + 3$	para $x = 5$	

MONOMIOS

Son las expresiones algebraicas más simples. Un monomio es el producto de un número por una o varias letras. El número es el **coeficiente** y las letras forman la **parte literal**.

Ejemplos : $5x^2$ $\frac{3}{4}a^2b$ tvz^3

En el primero el coeficiente es 5 y la parte literal x^2 . En el segundo el coeficiente es $\frac{3}{4}$ y la parte literal a^2b . En el tercero el coeficiente es 1 y la parte literal tvz^3 .

Se llama **grado** de un monomio a la suma de los exponentes de sus letras:

$4x^2$ es de grado 2

$3ab^2$ es de grado 3

7 es de grado 0

EJERCICIOS

4.- Completa la siguiente tabla

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$8x^2$			
$5ab^4c^2$			
x^2y			
$\frac{3}{4}p^2qr$			
$\frac{5}{7}$			

En adelante y para facilitar el cálculo utilizaremos monomios cuya parte literal tendrá una sola letra.

MONOMIOS SEMEJANTES

Dos monomios son semejantes si tienen la misma parte literal

$$3x^2 \text{ y } \frac{2}{5}x^2 \text{ son semejantes}$$

$$5t \text{ y } 8t \text{ son semejantes}$$

$$2a^2 \text{ y } 2a \text{ no son semejantes}$$

EJERCICIOS

5.- Escribe 5 parejas de monomios semejantes

SUMA/RESTA DE MONOMIOS

La suma/resta de dos monomios semejantes es otro monomio semejante que tiene por coeficiente la suma/resta de los coeficientes.

$$5x + 2x = 7x$$

$$-3x^2 - 2x^2 = -5x^2$$

$$4a + 5a = 9a$$

$$8z^3 - 9z^3 = -z^3$$

La suma/resta de dos monomios no semejantes no es un monomio y la dejaremos indicada.

$$3x^3 + 5x$$

$$4z - 8t^2$$

La suma/resta de monomios semejantes permite a veces "reducir" expresiones algebraicas operando dentro de ella los monomios que sean semejantes.

$$3x^2 + 5x - 2x^2 - 9x = x^2 - 4x$$

$$2a + 5a - 9a + 8x^2 - 5x^2 = -2a + 3x^2$$

EJERCICIOS

6.- Halla el resultado cuando sea posible

$$3x^2 + 2x^2 =$$

$$6x - 9x =$$

$$9x + 12x =$$

$$-5x^2 + 9x^2 =$$

$$-8x - 4x =$$

$$5x + 2x^2 =$$

$$x - 8x =$$

$$4x + x =$$

$$9x^3 - 5x^3 =$$

$$8x^2 - 3x^3 =$$

7.- Reduce las siguientes expresiones

$$2x^2 - 3x + 4x - 9x^2 =$$

$$5x^3 - 7x + 2x - 9x^2 + 2x^3 - 5x^2 =$$

$$3x^2 - 1 - 2x^2 - x^2 =$$

$$5x^4 - 3x - 5x^4 + 3x =$$

PRODUCTO DE MONOMIOS

El producto de dos monomios -sean o no semejantes- es otro monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y de parte literal el producto de las partes literales. (*Recuerda el producto de potencias de la misma base*).

$$3x^2 \cdot 5x^3 = 15x^5$$

$$\frac{3}{4}x \cdot 2x^5 = \frac{6}{4}x^6$$

$$4x \cdot -2x^5 = -8x^6$$

$$\frac{2}{5}x^5 \cdot \frac{7}{3} = \frac{14}{15}x^5$$

EJERCICIOS

8.- Calcula el resultado

$$3x \cdot 2x =$$

$$2x^2 \cdot 3x =$$

$$5x^4 \cdot 4x^2 =$$

$$2x^7 \cdot 4 =$$

$$8x \cdot 3x^5 =$$

$$x \cdot 6 =$$

$$\frac{3}{2}x^3 \cdot 5x^2 =$$

$$\frac{4}{3}x \cdot \frac{2}{5}x^4 =$$

$$5x \cdot \frac{2}{7} =$$

COCIENTE DE MONOMIOS

Para que el cociente de dos monomios sea un monomio el grado del monomio dividendo ha de ser igual o mayor que el del divisor. En caso contrario, el resultado es una fracción algebraica que las estudiarás en cursos próximos.

En el primer caso, el cociente de dos monomios es otro monomio que tiene de coeficiente el cociente de los coeficientes y la parte literal es el cociente de las partes literales. (*Recuerda el cociente de potencias de la misma base*).

$$12x^8 : 3x^5 = 4x^3$$

$$\frac{8x^3}{2x} = 4x^2$$

$$7x^5 : 3x = \frac{7}{3}x^4$$

$$\frac{9x^8}{7x^2} = \frac{9}{7}x^6$$

$$8x^2 : 2x^5 = \text{fracción algebraica}$$

$$\frac{7x}{8x^3} = \text{fracción algebraica}$$

EJERCICIOS

9.- Calcula el resultado

$$15x^5 : 3x^2 =$$

$$20x^6 : 4x^2 =$$

$$\frac{30x^8}{5x} =$$

$$10x : 2 =$$

$$\frac{12x^4}{3x} =$$

$$\frac{5x}{x^2} =$$

$$12x : 3x^2 =$$

$$\frac{60x^8}{6x^2} =$$

EJERCICIOS DEL TEMA

10.- Calcula el resultado de las siguientes operaciones con monomios

$3x + 2x =$

$4x + x =$

$5x + 6x =$

$8x + 9x =$

$3x^2 + 2x^2 =$

$5x^2 + 4x^2 =$

$6x + 2x + 5x =$

$3x + 2x + x =$

$4x + 8x + 2x =$

$6x - 3x =$

$8x - 5x =$

$11x - x =$

$5x - 8x =$

$9x - 6x =$

$3x - 5x =$

$4x^2 - 9x^2 =$

$7x^2 - 10x^2 =$

$x^2 - 5x^2 =$

$3x + 6x - 4x =$

$2x - 5x - 4x =$

$x - 3x - 4x =$

$2x^2 \cdot 5x^3 =$

$3x \cdot 4x^2 =$

$5x \cdot 3x^4 =$

$4a^2 \cdot 5a^3 =$

$3a^4 \cdot 6a^2 =$

$2b^6 \cdot 3b^4 =$

$12x^4 : 3x =$

$20x^8 : 2x^6 =$

$16x^7 : 8x^5 =$

$6a^6 : 2a^2 =$

$8b^5 : 4b =$

$10c^8 : 5c^5 =$

$4x + 7x =$

$9x + x =$

$2x + 7x =$

$4x + 10x =$

$12x^2 + 4x^2 =$

$4x^2 + 5x^2 =$

$9x + 3x + 6x =$

$x + 5x + 5x =$

$3x + 5x + 6x =$

$7x - 3x =$

$9x - 4x =$

$10x - x =$

$5x - 9x =$

$12x - 4x =$

$3x - 7x =$

$8x^2 - 12x^2 =$

$7x^2 - 14x^2 =$

$x^2 - 7x^2 =$

$4x + 5x - 6x =$

$2x - 7x - 9x =$

$x - 2x - 5x =$

$4x^2 \cdot 5x^3 =$

$2x \cdot 6x^2 =$

$3x \cdot 3x^5 =$

$2a^2 \cdot 6a^3 =$

$4a^3 \cdot 2a^6 =$

$5b^6 \cdot 5b^4 =$

$12x^6 : 3x^2 =$

$24x^8 : 2x^6 =$

$16x^7 : 4x^5 =$

$16a^6 : 2a =$

$8b^5 : 4b =$

$20c^8 : 5c^5 =$

$12x^3 : 3x^8 =$

$2x^5 : 2x^5 =$

$3x^3 : 3x^2 =$