

**FICHA 1: OPERACIONES CON FRACCIONES**

<i>Sumas y restas con el mismo denominador</i>		
$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{1+3+5}{2} = \frac{9}{2}$	$\frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7+(-2)}{3} = \frac{5}{3}$
<i>Sumas y restas con distinto denominador: Igual, pero primero se reduce a denominador común</i>		
$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$	$\frac{1}{8} + \frac{-3}{4} = \frac{1-6}{8} = \frac{-5}{8}$	$\frac{5}{6} - \frac{-1}{4} = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{10+3}{12} = \frac{13}{12}$
$\frac{3}{6} + \frac{1}{7} \stackrel{\text{simplifico}}{=} \frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{7+2}{14} = \frac{9}{14}$	$\frac{9}{24} - \frac{1}{5} \stackrel{\text{simplifico}}{=} \frac{3}{8} - \frac{1}{12} = \frac{9-2}{24} = \frac{7}{24}$	

**1.** Efectúa las operaciones según los modelos, utilizando con propiedad los paréntesis y expresando los resultados en forma irreducible.

(NOTA: Una buena idea es simplificar las fracciones que se pueda antes de empezar a operar con ellas)

- |  |   |  |
|--|---|--|
| a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$                 | j) $\frac{3}{5} + \frac{1}{10}$               | s) $\frac{-5}{4} - \frac{1}{6}$                  |
| b) $\frac{5}{8} + \frac{-3}{8}$                | k) $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4}$  | t) $-\frac{5}{4} - \frac{1}{6}$                  |
| c) $\frac{5}{3} + \frac{7}{3} + \frac{4}{3}$   | l) $\frac{5}{2} + \frac{1}{3} + \frac{-7}{4}$ | u) $\frac{2}{5} - \frac{-3}{10}$                 |
| d) $\frac{-6}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{8}{7}$ | m) $5 + \frac{3}{11}$                         | v) $\frac{1}{4} + \frac{3}{9} - \frac{-2}{3}$    |
| e) $\frac{4}{3} - \frac{1}{3}$                 | n) $\frac{4}{5} + 7$                          | w) $\frac{7}{5} - \frac{-2}{8} + \frac{4}{10}$   |
| f) $\frac{7}{5} - \frac{4}{5}$                 | o) $8 - \frac{-9}{5}$                         | x) $\frac{-5}{6} - \frac{3}{2} - \frac{1}{9}$    |
| g) $\frac{8}{6} + \frac{-2}{6} - \frac{1}{6}$  | p) $7 - \frac{2}{3}$                          | y) $-\left(\frac{1}{3} + 2 + \frac{5}{6}\right)$ |
| h) $\frac{10}{4} - \frac{5}{4} - \frac{-3}{4}$ | q) $3 + \frac{-4}{7} + \frac{1}{2}$           | z) $\frac{-1}{3} + 2 + \frac{5}{6}$              |
| i) $\frac{1}{8} + \frac{1}{6}$                 | r) $\frac{15}{8} - \frac{3}{2}$               |  |

**2.** Efectúa las operaciones, expresando las soluciones en forma irreducible:

- |   |   |
|---|---|
| a) $2 + \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{4}$                   | g) $\frac{-3}{4} + \left(\frac{-2}{6} - \frac{-1}{4}\right)$                                |
| b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{6}{5} - 1\right)$      | h) $7 - \left(\frac{-4}{3} + 2 - \frac{5}{6}\right)$  |
| c) $\frac{5}{8} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} - \frac{7}{6}\right)$         | i) $\frac{2}{5} + \left(\frac{-3}{2} + \frac{1}{4}\right) - \left(3 - \frac{-7}{10}\right)$ |
| d) $\frac{7}{2} - \left(\frac{3}{2} + 1 - \frac{1}{4}\right)$                   | j) $\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) - \left(3 - \frac{-7}{10}\right)$ |
| e) $\left(3 + \frac{4}{9}\right) - \left(2 + \frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right)$  | k) $\frac{2}{5} - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right) - \left(3 - \frac{-7}{10}\right)$  |
| f) $\frac{2}{5} + \left(4 - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{3}{10} - 2\right)$ | l) $\frac{1}{3} - \left(\frac{4}{5} + \frac{-7}{6}\right) + (-2)$                           |

REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

m)  $\frac{2}{3} + \left[ 1 - \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \right]$

o)  $\left[ \frac{-3}{8} + \left( 4 - \frac{1}{2} \right) \right] - \left[ \left( 2 - \frac{5}{4} \right) + \left( \frac{7}{2} - \frac{1}{8} \right) \right]$

n)  $2 + \left( \frac{5}{2} - 3 \right) - \left[ \frac{7}{10} - \left( \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right) \right]$

p)  $\left( \frac{4}{3} - \frac{-1}{9} \right) + \left[ 2 - \left( \frac{-5}{4} + \frac{2}{3} \right) \right] - \frac{7}{2}$

Producto de fracciones		
$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 6}{3 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{9}{2}$	$\frac{3}{7} \cdot \frac{-6}{2} = \frac{3 \cdot (-6)}{7 \cdot 2} = \frac{-18}{14} \stackrel{\text{simplifico}}{=} \frac{-9}{7}$	$\frac{4}{9} \cdot 3 = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 1} = \frac{12}{9} \stackrel{\text{simplifico}}{=} \frac{4}{3}$
Cociente de fracciones		
$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{5}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} \stackrel{\text{simplifico}}{=} \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3}$ <small>el 4 con el 2</small>	$\frac{6}{11} : 5 = \frac{6 \cdot 1}{11 \cdot 5} = \frac{6}{55}$
$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$4 + \frac{2}{3} \stackrel{\text{opero numerador}}{=} \frac{12+2}{3} = \frac{14}{3} \stackrel{\text{simplifico}}{=} \frac{14}{3}$ $\frac{5}{6} - \frac{1}{2} \stackrel{\text{opero denominador}}{=} \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\frac{14}{3} : \frac{1}{3} = \frac{14 \cdot 3}{1} = 14$	
	<p>Observa que en cada paso sólo se utiliza un signo “=” y que no utilizo “flechas”</p>	

3. Efectúa las operaciones según los modelos. (NOTA: es mejor simplificar las fracciones que se pueda antes de empezar a operar, con el fin de que los números que se utilizan sean menores)

a)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{6}$

k)  $1 + \frac{1}{3}$   
 $\frac{2}{3}$

q)  $\frac{4}{3} : \frac{2}{7} - \left( \frac{5}{9} - 1 \right) \cdot 2$

b)  $\frac{4}{9} \cdot \frac{-3}{10}$

l)  $1 + \frac{1}{3}$   
 $\frac{4}{3}$

r)  $\frac{4}{3} : \left[ \frac{2}{7} - \left( \frac{5}{9} - 1 \right) \right] \cdot 2$

c)  $5 \cdot \frac{-2}{3} \cdot \frac{2}{5}$

m)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}$

s)  $\frac{2}{5} \cdot \left( \frac{4}{3} - \frac{-2}{6} \right) - \left( 2 + \frac{1}{5} \right)$

d)  $\frac{1}{3} \left( \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \right)$

n)  $\frac{12}{5} - \frac{1}{3}$   
 $\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$

t)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} - \frac{-2}{6} - \left( 2 + \frac{1}{5} \right)$

e)  $\frac{2}{5} \left( \frac{1}{3} - \frac{4}{7} \right)$

o)  $\left( 3 + \frac{1}{5} \right) - 2 + \frac{3}{2} : \frac{5}{4}$

u)  $\left( \frac{3}{7} + \frac{-1}{2} \right) \cdot \left( -4 + \frac{4}{3} \right) + \frac{5}{6}$

f)  $\frac{3}{5} \left( \frac{2}{3} + \frac{7}{2} \right)$

p)  $\left( 3 + \frac{1}{5} \right) - \left( 2 + \frac{3}{2} \right) : \frac{5}{4}$

v)  $\frac{3}{7} + \frac{-1}{2} \cdot (-4) + \frac{4}{3} + \frac{5}{6}$

g)  $\frac{1}{2} \left( 4 - \frac{6}{5} \right)$

w)  $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{4} + 6 \cdot \left( \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \right)$

h)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{7} + \frac{9}{4} \cdot \frac{9}{7}$

i)  $\frac{5}{9} : \frac{4}{3}$

j)  $\frac{6}{7} : \frac{-1}{4}$

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

## -CASTILLOS DE FRACCIONES-

Operar las siguientes fracciones de términos racionales, **simplificando en todo momento** los pasos intermedios y el resultado:

$$1. \frac{\frac{1}{3} : \left( 2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{25}{8} \right)}{\left( -\frac{2}{5} + \frac{1}{3} : 2 \right) \cdot \frac{25}{8}} =$$

$$2. \frac{\frac{1}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{6} - 2 : \frac{4}{9}}{\frac{4}{9} \left( \frac{1}{5} - 2 \right) - \frac{1}{3}} =$$

$$3. \frac{2 - \frac{5}{3} : \left( 1 + \frac{1}{5} \right) - 2}{2 : \frac{5}{3} + 1 - \frac{1}{5} : 2} =$$

$$4. \frac{\frac{3}{5} : \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5} : \left( \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{9} \right)}{\frac{3}{5} + \frac{1}{5} : \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \left( \frac{3}{5} + \frac{10}{9} \right)} =$$

$$5. 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$$

$$6. \frac{\left[ \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{2} \right) \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right] \frac{2}{5} - 3}{\frac{1}{7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} : \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} - 3} =$$

$$7. 3 + \frac{2}{3 + \frac{2}{3 + \frac{2}{3}}} =$$

$$8. \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} + \frac{3}{5} : \frac{9}{25} - 1}{\frac{1}{2} \left( \frac{8}{3} + \frac{3}{5} \right) : \frac{9}{25} + 1} =$$

$$9. \frac{\frac{3}{5} : 3 - 2 \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left( \frac{2}{4} + \frac{1}{6} \right) - 3} =$$

$$10. \frac{\left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{27} \right) \frac{2}{5} - 3 \right] : \frac{3}{2}}{\left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right) \frac{8}{27} \left( \frac{2}{5} - 3 : \frac{3}{2} \right)} =$$

$$11. 1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7}}} =$$

$$12. \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3 \right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} : \left( 2 - \frac{28}{19} \right)} =$$

**PROBLEMAS DE FRACCIONES**

- 1.- Un hortelano planta  $\frac{1}{4}$  de su huerta de tomates,  $\frac{2}{5}$  de alubias y el resto, que son 280 m<sup>2</sup>, de patatas. ¿Qué fracción ha plantado de patatas?. ¿Cuál es la superficie total de la huerta?
- 2.- El paso de cierta persona equivale a  $\frac{7}{8}$  de metro. ¿Qué distancia recorre con 1.000 pasos?. ¿Cuántos pasos debe dar para recorrer una distancia de 1.400 m.?
- 3.- En un frasco de jarabe caben  $\frac{3}{8}$  de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con cuatro litros y medio de jarabe?
- 4.- Un laboratorio comercializa perfume en frascos que tienen un capacidad de  $\frac{3}{20}$  de litro. ¿Cuántos litros de perfume se han de fabricar para llenar 1.000 frascos?.
- 5.- Un camión cubre la distancia entre dos ciudades en tres horas. En la primera hora hacen, en la primera  $\frac{3}{8}$  del trayecto, en la segunda los  $\frac{2}{3}$  de lo que le queda y en la tercera los 80 km restantes. ¿Cuál es la distancia total recorrida?.
- 6.- He gastado las tres cuartas partes de mi dinero y me quedan 900 euros. ¿Cuánto tenía?.
- 7.- De un depósito de agua se saca un tercio del contenido y, después  $\frac{2}{5}$  de lo que quedaba. Si aún quedan 600 litros. ¿Cuánta agua había al principio?
- 8.- ¿Cuántas botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro se pueden llenar con una garrafa de 30 litros?.
- 9.- Un vendedor despacha por la mañana las  $\frac{3}{4}$  partes de las naranjas que tenía. Por la tarde vende  $\frac{4}{5}$  de las que le quedaban. Si al terminar el día aún le quedan 100 kg de naranjas. ¿Cuántos kg. Tenía?.
- 10.- Con el contenido de un bidón de agua se han llenado 40 botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro. ¿Cuántos litros de agua había en el bidón?.
- 11.- Un frasco de perfume tiene una capacidad de  $\frac{1}{20}$  de litro. ¿Cuántos frascos de perfume se pueden llenar con el contenido de una botella de  $\frac{3}{4}$  de litro?.
- 12.- Jacinto come los  $\frac{2}{7}$  de una tarta y Gabriela los tres quintos del resto. ¿Qué fracción de tarta ha comido Gabriela?. ¿Qué fracción queda?.
- 13.- De un depósito que contenía 1.000 litros de agua se han sacado, primero  $\frac{1}{5}$  del total y,

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

después,  $\frac{3}{4}$  del total ¿Cuántos litros quedan?.

**14.-** De un depósito que estaba lleno se han sacado  $\frac{2}{3}$  del total y después un quinto del total. Sabiendo que aún quedad 400 litros, ¿cuál es la capacidad del depósito?.

**15.-** Aurora sale de casa con 3.000 euros. Se gasta un tercio en libros y, después,  $\frac{4}{5}$  de lo que le quedaba en ropa. ¿ Con cuánto dinero vuelve a casa?.

**16.-** ¿Cuál es la fracción que multiplicada por  $\frac{3}{5}$  es igual a  $\frac{4}{3}$  ?.

**17.-** Los  $\frac{2}{7}$  de los vecinos de la casa de Ángel son extremeños y la cuarta parte de éstos son de Cáceres. Sabiendo que hay seis vecinos de Cáceres. ¿Cuántos hay en la casa de Ángel?.

**18.-** En una clase,  $\frac{3}{5}$  de los alumnos hacen el camino de su casa al colegio en coche o en autobús. Si los tres cuartos hacen el viaje en coche y 9 van en autobús ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

**19.-** Los  $\frac{5}{6}$  de lo gastado lo gastado por una familia este año son 8.700 euros. ¿Cuánto suponen los dos tercios de los gastos de esa misma familia?.

**20.-** El propietario de un solar ha decidido venderlo en parcelas. Vendió primero  $\frac{3}{7}$  del mismo, después la mitad de lo restante y aún le quedaron 244 m<sup>2</sup> sin vender.¿Cuál era la superficie del local?.

**FICHA 2: POLINOMIOS**

1º. Reduce.

a)  $-3x^5 + 2x^5 - 7x^5$

b)  $x^5 + x^4 - 3x^5 - 2x^4$

c)  $x^6 \cdot (3x^2)$

d)  $(-8x^2y) \cdot (-4xy^3)$

e)  $((2x^5)^2)^3$

f)  $\frac{30x^7}{5x^3}$

g)  $(-54x^3y^2) : 9xy^2$

h)  $\frac{81x^4y^3}{54x^2y^2}$

2º. ¿Cuál es el polinomio de grado 2, con término independiente igual a -3 y con los coeficientes de grado 1 y 2 iguales a 7?

3º. Contesta:

a) ¿Qué grado tiene el polinomio  $P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 7$ ?

b) ¿De cuántos términos está compuesto?

c) ¿Es completo? Justifícalo.

4º. Halla el valor numérico de:

a)  $x^2 + x - 2$  para  $x = 3$ .

b)  $2\pi r$  para  $r = 2$ .

c)  $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$  para  $x = 2$  e  $y = -1$

d)  $\frac{(3x - y) \cdot (5x + 7y)}{(x - 3) \cdot (2 - y^2 + 3x)}$  para  $x = -1$  e  $y = -2$

5º. Sean:  $P(x) = 3x^3 - x^2 + 3$ ;  $Q(x) = 4x^3 + x^2 - 5x - 7$ . Calcula:

a)  $P(x) - Q(x)$ .

b)  $Q(x) - P(x)$ .

c) ¿Qué relación existe entre los resultados?

6º. Sean:  $P(x) = x^5 - 5x + 1$ ;  $Q(x) = x^4 + x^3 - x - 1$ ;  $R(x) = x^6 + x^5 - x^3 + 2x^2 + 7x + 3$ . Calcula:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

c)  $R(x) - 3Q(x)$

d)  $-P(x) - 3Q(x) + R(x)$

7º. Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a)  $2x^2 \cdot (x^4 - 3x^3 + 5x - 7)$

b)  $(2x + 1) \cdot (5x - 2)$

c)  $(x^2 - 3x + 1) \cdot (x^2 - 5)$

d)  $(x - 7) \cdot (x^2 - 3x - 2) \cdot (-2x + 5)$

8º. Calcula el cociente y el resto de las divisiones:

a)  $(x^3 - 3x^2 + 2x) : x$

b)  $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x - 2)$

c)  $\frac{x^5 + x}{x^2 + 3}$

d)  $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 7}{x - 1}$

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

9º. Determina  $m$  para que el polinomio  $3x^2 + x - m$ , dé resto 14 al dividirlo por  $(x - 1)$

10º. Saca factor común, transformando en producto los siguientes polinomios:

- a)  $9x^2 - 3x$
- b)  $81x^2 - 49$
- c)  $16x^6 + 8x^5 - 4x^3 + 6x^2$
- d)  $4x^2 - 12xy + y^2$
- e)  $18x^3y^2 - 12x^2y^3$
- f)  $20a^4b^2c + 36a^2b^3$

11º. Desarrolla, sin operar, las siguientes igualdades notables:

- a)  $(x + 2y)^2$
- b)  $(3x - 2)^2$
- c)  $(2x - 5) \cdot (2x + 5)$
- d)  $(-3x^3 - 7)^2$

12º. Expresa como un producto notable los siguientes polinomios:

- a)  $x^2 + 8x + 16$
- b)  $4x^2 - 12x + 9$
- c)  $x^4 - 49$
- d)  $x^2 + 4xy + 4y^2$

**EJERCICIOS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS**

1. Simplifica las siguientes fracciones:

a.  $\frac{2x}{5x^2}$

b.  $\frac{2x+2}{4x+4}$

c.  $\frac{6x+3}{10x+5}$

d.  $\frac{6x+6}{3x-3}$

e.  $\frac{9x}{6x-15}$

f.  $\frac{10x}{2x^3-2x}$

g.  $\frac{x^3-x^2}{x^2-x}$

h.  $\frac{2x-2}{x^2-2x+1}$

i.  $\frac{xy^2}{6xy-2y^2}$

j.  $\frac{2a^2+10a}{3a^2+15a}$

k.  $\frac{6a^3-6a^2b}{3a^3-3ab^2}$

l.  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$

2. Reduce a denominador común para efectuar estas operaciones. Simplifica cuando sea posible:

a.  $\frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$

b.  $\frac{3}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$

c.  $\frac{1}{4xy^2} - \frac{1}{2x^2y} + \frac{3}{8xy}$

d.  $\frac{3x}{x-1} - 2x$

e.  $\frac{5}{3} - \frac{x+1}{x-2}$

f.  $\frac{5x-1}{x+1} + \frac{1}{x}$

g.  $\frac{1}{x} - \frac{2x-1}{x+2}$

h.  $\frac{2x}{x-1} + \frac{1}{x+1}$

i.  $\frac{x-1}{x} - \frac{3}{x-1} + 2$

j.  $\frac{x}{x+3} - \frac{5}{x-2}$

k.  $\frac{x-1}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$

l.  $\frac{3}{(x-1)^2} - \frac{1}{5x-5}$

3. Efectúa las siguientes multiplicaciones y divisiones, y simplifica los resultados:

a.  $\frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$

b.  $\frac{4x^2}{5y^3} : \frac{2x^3}{y^4}$

c.  $\frac{3a^2}{b} : a^3$

d.  $\frac{xy^3}{12} \cdot \frac{6}{xy} \cdot \frac{4}{xy^2}$

e.  $\left(\frac{2x^3}{y} : x^2\right) \cdot \frac{3y}{x}$

f.  $\left(\frac{x}{x-2} : x+2\right) \cdot \left(\frac{x^2-4}{2}\right)$



**FICHA 3: NÚMEROS REALES. POTENCIAS.**

1. Calcula, razonadamente, la fracción que genera los siguientes números decimales:

- |                 |                 |                |
|-----------------|-----------------|----------------|
| a) 3,777...     | d) 3,22222...   | g) 8,333333... |
| b) 3,5121212... | e) 7,8565656... | h) 7,5565656   |
| c) 2,15         | f) 9,45         | i) 9,75        |

2. Expresa el resultado como una sola potencia:

- |   |  |
|---|--|
| a) $(3^2 \cdot 3^5)^2$  | j) $4^{-5} \cdot 4^{-7} \cdot [(4^4)^{-3}]^{-1}$                                       |
| b) $((7,4)^5 : (7,4)^{-6})^2$   | k) $\frac{(5,3)^5}{(5,3)^6}$   |
| c) $3^{-2} \cdot (3^4 : 3^5)$   | l) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{11} : \left[\left(-\frac{2}{7}\right)^{-5}\right]^{-2}$ |
| d) $(-2)^{11} : ((-2)^3)^{-2}$  | m) $\frac{5^5}{5^6}$   |
| e) $(5^2 \cdot 5^5)^3$  | n) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{11} : \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-5}\right]^{-2}$ |
| f) $((8,4)^5 : (8,4)^{-6})^2$   |  |
| g) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^9 : \left(\frac{3}{5}\right)^{15}$ |  |
| h) $(-2)^{11} : ((-2)^3)^{-2}$  |  |
| i) $(7^3 \cdot 7^{-5})^{-2}$  |  |

3. Calcula el valor de las siguientes potencias:

- |                                    |                                    |                                     |                                     |                                  |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| a) $(-3)^4$                        | b) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$    | c) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$     | d) $7^0$                            | e) $(-1)^{45}$                   |
| f) $(-1)^{54}$                     | g) $-5^4$                          | h) $(-5)^4$                         | i) $(-5)^{-4}$                      | j) $8^{-2}$                      |
| k) $\left(\frac{7}{2}\right)^1$    | l) $\left(\frac{7}{2}\right)^{-1}$ | m) $\left(\frac{7}{2}\right)^0$     | n) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ | o) $\left(\frac{5}{2}\right)^4$  |
| p) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-4}$ | q) $\left(-\frac{5}{2}\right)^4$   | r) $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-4}$ | s) $\left(-\frac{5}{2}\right)^{-1}$ | t) $\left(-\frac{5}{2}\right)^0$ |

4. Calcula el valor de las siguientes operaciones con potencias:

- |   |   |   |                            |
|---|---|---|----------------------------|
| a) $2^3 \cdot 5^2$  | b) $(5^3)^3 : (5^3)^4$  | c) $3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} + 3^{-4}$                            | d) $2^{-2} : 2^{-3} + 4^4$ |
| e) $\left(\frac{1}{5}\right)^0 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-4}$ | f) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$                                 | g) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ |                            |
| h) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(-\frac{2}{3}\right)^4 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$   | i) $\left[\frac{3}{4} - \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}\right] + \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$ | j) $\left(3^{-2} + \frac{8}{9}\right)^4$                          |                            |

5. Expresa como potencia única (no hace falta calcular su valor):

- |  |   |   |  |                                 |
|--|---|---|--|---------------------------------|
| a) $(3^{-2})^5$                          | b) $7^3 : 7^4 \cdot 7$                                  | c) $6^{-2} \cdot 6^{-5} : 6^3$                  | d) $3^{-2} \cdot 3^5 \cdot 3^{-10}$                | e) $(5^{-2})^{-5} : (5^{-2})^3$ |
| f) $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32$ | g) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{125}$ | h) $30^{-4} : 5^{-4}$                           | i) $15^6 \cdot 2^6$                                | j) $10^7 : 10^9$                |
| k) $(a \cdot a^2 \cdot a^3)^2 : a^{-3}$  | l) $a^5 \cdot a^{-2} : (a^{-3})^2$                      | m) $(a^2 : a^5)^{-3} : (a^3 \cdot a^{-1})^{-2}$ | n) $\frac{(a^{10} \cdot a^{-3})^2}{(a^{-2})^{-3}}$ |                                 |

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

**FICHA 4: RADICALES**

- Expresa en forma de raíz:  $x^{\frac{5}{4}}$ ,  $a^{\frac{1}{2}}$ ,  $x^{\frac{-2}{3}}$ ,  $y^{\frac{-3}{2}}$
- Expresa en forma de potencia:  $\sqrt{a^5}$ ,  $\sqrt[3]{a \cdot b^2}$ ,  $\sqrt[3]{3^7}$ ,  $\sqrt[4]{x^{-3}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$
- Calcula:  $\sqrt[4]{10000}$ ,  $\sqrt{0,25}$ ,  $\sqrt{0,09}$ ,  $\sqrt{-125}$ ,  $\sqrt[4]{-16}$ ,  $\sqrt[3]{0,001}$ ,  $\sqrt[3]{-27}$ ,  $\sqrt[4]{1}$ ,  $\sqrt[5]{32}$ ,  $\sqrt[5]{-32}$
- Simplifica:  $\sqrt[4]{3^6}$ ,  $\sqrt[5]{64}$ ,  $\sqrt[6]{1000}$ ,  $\sqrt[24]{1000000}$ ,  $\sqrt[10]{a^8 b^2}$
- Extrae factores:  $\sqrt{600}$ ,  $\sqrt[3]{40}$ ,  $\sqrt[6]{a^9 b^{13}}$ ,  $\sqrt[4]{16a^5}$ ,  $\sqrt{ab^6 c^3}$
- Introduce factores:  $m^4 \sqrt{m^3}$ ,  $a^2 \sqrt{a}$ ,  $ab^3 \sqrt[3]{a}$
- Realiza las operaciones:
   
 $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^2}$ ,  $\sqrt[5]{15a^2} \cdot \sqrt[5]{32a^3}$ ,  $\sqrt[4]{ab^3} \cdot \sqrt[3]{a^2 b}$ ,  $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[3]{54}$ ,  $5\sqrt{27} \cdot 4\sqrt{6}$ ,  $\sqrt[4]{ab^3} \div \sqrt[4]{a^3 b^2}$ ,
   
 $\sqrt[8]{a^5} \div \sqrt[4]{a^3}$ ,  $\sqrt[3]{9a^2 b} \div \sqrt[6]{27a}$ ,  $\sqrt[6]{20} \div \sqrt[4]{10}$ ,  $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$ ,  $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{16}$ ,
   
 $\sqrt[3]{3x^3} + \sqrt[3]{24y^3} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{81z^6}$
- Calcula los resultados de las siguientes potencias:
  - $(\sqrt[3]{27})^5$
  - $(\sqrt{36})^4$
  - $(\sqrt[3]{2a^2})^2$
  - $(\sqrt[3]{\frac{5}{2}a^2 b})^7$
  - $(\sqrt[6]{\frac{8}{3}a^3})^5$
- Realiza las operaciones siguientes:
  - $\sqrt{\sqrt{2a^3}}$
  - $\sqrt[3]{\sqrt{81a^5 b}}$
  - $\sqrt[4]{\sqrt[3]{64a^6 c^{12}}}$
  - $\sqrt[3]{a^2 \sqrt[3]{a \cdot b}}$
- Hallar el resultado de:
  - $6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$
  - $3\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{18}$
  - $2a\sqrt{2} - \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$
  - $2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12}$
  - $\sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{27} + \sqrt{75}$
  - $5\sqrt{3} - 3\sqrt{16} + \sqrt{128}$
- Formula las siguientes expresiones sin exponentes fraccionarios ni negativos:
  - $2a^{\frac{1}{4}}$
  - $(3a)^{\frac{2}{5}}$
  - $5^{-\frac{1}{2}}$
  - $3 - 6^{\frac{2}{3}}$
  - $(3-x)^{-\frac{1}{2}}$
  - $5^{-\frac{2}{5}}$
- Calcula los resultados de las siguientes raíces:
  - $\sqrt[4]{-625}$
  - $\sqrt[5]{-243}$
  - $\sqrt[5]{1024}$
  - $\sqrt{0'000729}$
  - $\sqrt[5]{0'00032}$
  - $\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 64}$
  - $\sqrt[3]{0'064 \div 8}$
  - $\sqrt[5]{243 \div 32}$

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

13. Introduce todos los factores:

$$\text{a. } 5x^2\sqrt{4x^2y}; \quad \text{b. } x^3y \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{x^2y}}; \quad \text{c. } x \cdot \sqrt[5]{\frac{y}{x^4}}.$$

14. Calcula los resultados de las siguientes potencias:

$$\text{a. } (\sqrt[3]{27})^5; \quad \text{b. } (\sqrt{36})^4; \quad \text{c. } (\sqrt[5]{2a^2})^2; \quad \text{d. } \left(\sqrt[3]{\frac{5}{2}a^2b}\right)^7; \quad \text{e. } \left(\sqrt[6]{\frac{8}{3}a^3}\right)^5$$

15. Realiza las operaciones siguientes:

$$\text{a. } \sqrt{\sqrt{2a^3}}; \quad \text{b. } \sqrt[3]{\sqrt{81a^5b}}; \quad \text{c. } \sqrt[4]{\sqrt[3]{64a^6c^{12}}}; \quad \text{d. } \sqrt[3]{a^2\sqrt[3]{a \cdot b}}$$

16. Hallar el resultado de:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} & \text{d. } 2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12} \\ \text{b. } 3\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{18} & \text{e. } \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{27} + \sqrt{75} \\ \text{c. } 2a\sqrt{2} - \sqrt{8} + 3\sqrt{2} & \text{f. } 5\sqrt{3} - 3\sqrt{16} + \sqrt{128} \end{array}$$

17. Formula las siguientes expresiones sin exponentes fraccionarios ni negativos:

$$\text{a. } 2a^{1/4}; \quad \text{b. } (3a)^{2/5}; \quad \text{c. } 5^{-1/2}; \quad \text{d. } 3 - 6^{2/3}; \quad \text{e. } (3-x)^{-1/2}; \quad \text{f. } 5^{-2/5}$$

18. Calcula los resultados de las siguientes raíces:

$$\begin{array}{llll} \text{a. } \sqrt[4]{-625}; & \text{b. } \sqrt[5]{-243}; & \text{c. } \sqrt[5]{1024}; & \text{d. } \sqrt{0'000729} \\ \text{b. } \sqrt[5]{0'00032}; & \text{f. } \sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 64}; & \text{g. } \sqrt[3]{0'064 \div 8}; & \text{h. } \sqrt[5]{243 \div 32} \end{array}$$

19. Introduce todos los factores:

$$\text{a. } 5x^2\sqrt{4x^2y}; \quad \text{b. } x^3y \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{x^2y}}; \quad \text{c. } x \cdot \sqrt[5]{\frac{y}{x^4}}.$$

20. Sacar fuera todos los factores posibles:

$$\text{a. } \sqrt{27xy^3}; \quad \text{b. } \sqrt[4]{32\frac{x^5}{y^8}}; \quad \text{c. } \sqrt[3]{27\frac{x^4}{y^3}}; \quad \text{d. } \sqrt{16\frac{x}{y^6}}$$

21. Realiza las siguientes operaciones:

$$\text{a. } \sqrt[3]{\frac{3xy}{ab}} : \sqrt[3]{\frac{x^2y}{ab}}; \quad \text{b. } \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[6]{a}}; \quad \text{c. } \frac{\sqrt[4]{a^3b} \cdot \sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[6]{ab^2}}$$

**FICHA 4: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES**

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado. Si hay alguna incompatible, identifícala.

a)  $2x + 5 = 3 + 4x + 3$

b)  $5(x + 2) - 3x = 4x - 6$

c)  $8 + 4(2x + 6) = 8(3 - x)$

d)  $3 + (2x - 7) = 5 - 2(3x - 4)$

e)  $9x - 11 = 4x + 6 + 5x + 5$

f)  $\frac{x-2}{6} - \frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{5}{2}$

g)  $\frac{x+5}{2} = \frac{2x+3}{3}$

h)  $\frac{3x-9}{3} + \frac{3x-4}{5} = 9$

i)  $\frac{5x+4}{2} - \frac{9x+6}{4} = \frac{4x-1}{7}$

j)  $\frac{2x-4}{12} + \frac{5}{3} = \frac{4x}{2} - \frac{6x-2}{8}$

k)  $\frac{5}{6} - \frac{5x}{4} = \frac{4x}{3} - \frac{5x}{2} + 5$

l)  $\frac{-5-2x}{3} - \frac{4x-3}{5} = \frac{x-10}{2}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado por el método que sea conveniente según sean completas o incompletas:

a)  $7x^2 - 7 = 0$

b)  $-5x^2 = 125$

c)  $3x(x+2) = 0$

d)  $x^2 - 11x = 0$

e)  $2x^2 + 3x = 0$

f)  $x^2 - 4x + 3 = 0$

g)  $x^2 + x - 2 = 0$

h)  $2x^2 + 2x + 2 = 0$

i)  $9x^2 - 12x + 4 = 0$

j)  $2x^2 - 6x + 18 = 0$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por los tres métodos cada sistema:

a)  $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 4x + 6y = 12 \\ 2x = y + 1 \end{cases}$

g)  $\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} 3x + 5y = 9 \\ x - y = -1 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x - 3y = -1 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

## 5. Resuelve:

a.  $2(x-2)+5x-2(x-5)=3x$  Sol:  $x=-3$

b.  $3(2-x)+1-\frac{6x}{3}=8-\frac{6x}{2}$  Sol:  $x=-1/2$

c.  $2(2x+4)-3(4x-2)=7-(5x-4)$  Sol:  $x=1$

d.  $\frac{2x+6}{2}-\frac{10x-5}{5}=1-\frac{8x-20}{4}$  Sol:  $x=2$

e.  $\frac{-x}{3}=5$  Sol:  $x=-15$

f.  $\frac{5-3x}{4}=6x-1$  Sol:  $x=1/3$

g.  $\frac{5-3x}{4}=\frac{12x-2}{2}$  Sol:  $x=1/3$

h.  $\frac{x^2+2x-6}{x}=x+3$  Sol:  $x=-6$

i.  $\frac{15x-35}{10}=\frac{20}{4}-\frac{3x-3}{18}=-\frac{4-x}{3}$  Sol:  $x=7$

j.  $3\cdot\frac{x+1}{5}-\frac{1}{2}=\frac{x}{2}$  Sol:  $x=-1$

k.  $\frac{x}{9}+5\cdot\frac{x-3}{2}=2x-2$  Sol:  $x=9$

l.  $7\cdot\frac{x-1}{3}-5\cdot\frac{3x}{4}=10-9\cdot\frac{x}{2}$  Sol:  $x=4$

m.  $\frac{3x+1}{3}-\frac{5x-4}{7}=\frac{25}{21}$  Sol:  $x=1$

n.  $2\left(\frac{3x+5}{2}-\frac{x-3}{3}\right)-4x=3x+\frac{5}{6}$  Sol:  $x=37/28$

o.  $2\left(\frac{x}{3}-2\right)+\frac{2(1-x)}{3}=0$  Sol: Incompatible

p.  $\frac{x+1}{2}=x-\frac{2x+3}{4}$  Sol: Incompatible

q.  $(3x-1)^2=0$  Sol:  $(X_1=1/3, X_2=1/3)$

r. 
$$\begin{cases} x=2y+1 \\ \frac{2x-1}{3}-\frac{2y-3}{2}=\frac{5}{2} \end{cases}$$
 Sol:  $(x=5, y=2)$

s. 
$$\begin{cases} x=1-\frac{y-2}{4} \\ x-\frac{3y}{2}=5 \end{cases}$$
 Sol:  $(x=2, y=-2)$

t. 
$$\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=4 \\ \frac{x}{2}-\frac{y}{4}=4 \end{cases}$$
 Sol:  $(x=6, y=-4)$

u. 
$$\begin{cases} \frac{x+4y}{5}-\frac{3x}{2}=\frac{8y-13x}{10} \\ \frac{3x+5}{2}=\frac{10y+7}{3} \end{cases}$$

Sol: Infinitas soluciones

## Sistemas de ecuaciones no lineales

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$1. \begin{cases} x^2 + y^2 = 290 \\ x + y = 24 \end{cases}$$

(13,11); (11,13)

$$2. \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

(0,3); (12/5,-9/5)

$$3. \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y + 3 = 3x \end{cases}$$

(2,3); (-1/5,-18/5)

$$4. \begin{cases} x - 2y^2 = 0 \\ y + 5 = 3x \end{cases}$$

(2,1); (25/18,-5/6)

$$5. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - \frac{3}{4}y = 0 \end{cases}$$

(3,4); (-3,-4)

$$6. \begin{cases} x^2 + 3xy = 22 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

(2,3); (11/2,-1/2)

$$7. \begin{cases} 4x^2 - xy = 2(x + y) \\ y - x = 1 \end{cases}$$

(2,3); (-1/3,2/3)

$$8. \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

(2,3); (3,2)

$$9. \begin{cases} y = 1 + 2x \\ x^2 + y^2 + 6x = 16 \end{cases}$$

(1,3); (-3,-5)

$$10. \begin{cases} x = 3y - 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

(2,1); (1,2/3)

$$11. \begin{cases} xy = 8 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

(2,4); (4,2)

$$12. \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 9 \end{cases}$$

(3,3)

$$13. \begin{cases} x^2 - y^2 = 17 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

(9,8)

$$14. \begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

(1,2); (2,1)

$$15. \begin{cases} 4xy - 6y = 3 \\ 3x - 8y = 5 \end{cases}$$

(3,1/2); (1/6,-9/16)

$$16. \begin{cases} 3xy - 4y^2 = 0 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

(1/3,0); (2/3,1)

$$17. \begin{cases} 2(x+2y)^2 - (2x+y)^2 = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

(7,2); (3,-2)

$$18. \begin{cases} \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} = \frac{5}{2} \\ x + y = 2 \end{cases}$$

(3,-1); (3/2,1/2)

$$19. \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 4}{y^2 - 2y + 3} = \frac{1}{3} \\ 7x - 2y = 1 \end{cases}$$

(1,3); (-31/37,-127/37)

$$20. \begin{cases} 3 - \frac{2x-1}{x+1} = \frac{y+3}{y+1} \\ 3x+1 = 2x^2 - y^2 \end{cases}$$

(2,1); (-5/14,-4/7)

$$21. \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ xy = 30 \end{cases}$$

(6,5); (-6,-5); (5,6); (-5,-6)

$$22. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy + 12 = 0 \end{cases}$$

(4,-3); (-4,3); (3,-4); (-3,4)

$$23. \begin{cases} 2x^2 - 5y^2 = 13 \\ xy + 3 = 0 \end{cases}$$

(3,-1); (-3,1)

$$24. \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19 \\ xy = 6 \end{cases}$$

(2,3); (3,2); (-2,-3); (-3,-2)

$$25. \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x^2 - yx + y^2 = 7 \end{cases}$$

(3,2); (2,3); (-3,-2); (-2,-3)

$$26. \begin{cases} 2x^2 - y^2 = -1 \\ x^2 + 2y^2 = 22 \end{cases}$$

(2,3); (-2,-3); (-2,3); (2,-3)

$$27. \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = -6 \\ 4x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$$

(√3,2); (-√3,-2); (√3,-2); (-√3,2)

$$28. \begin{cases} x^2 + y^2 + 9x + 14 = 0 \\ y^2 = 16 + 4x \end{cases}$$

(-3,2); (-3,-2)

$$29. \begin{cases} x^2 - y^2 + 8 = 0 \\ y^2 = 6x \end{cases}$$

(2,2√3); (2,-2√3); (4,2√6); (4,-2√6)

$$30. \begin{cases} x^2 + xy = 77 \\ xy + y^2 = 44 \end{cases}$$

(7,4); (-7,-4)

$$31. \begin{cases} x^2 + 2xy = -8 \\ y^2 + xy = 24 \end{cases}$$

(4,-8); (-4,8)

$$32. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ xy = 6 \end{cases}$$

(2,3); (3,2)

$$33. \begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

(1/3,1/2); (-1/2,-1/3)

$$34. \begin{cases} x + \frac{2}{y} = 1 \\ y + \frac{1}{x} = 6 \end{cases}$$

(1/2,4); (1/3,3)

$$35. \begin{cases} y + \frac{x}{y} = \frac{21}{2} \\ x - \frac{x}{y} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

(5,10); (27/2,3/2)

$$36. \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 + 2xy \\ x^2 + 2xy + y^2 = 169 \end{cases}$$

(9,4); (-9,-4); (4,9); (-4,-9)

$$37. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

(2,3)

$$38. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{17}{12} \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = \frac{-1}{6} \end{cases}$$

(3,4)

$$39. \begin{cases} x^2y + xy^2 = 180 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{20} \end{cases}$$

(4,5); (5,4)

$$40. \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 15 \\ x - y = 105 \end{cases}$$

(121,16)

$$41. \begin{cases} x + y = 5\sqrt{y} \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

(4,1); (9/4,1/4)

**FICHAS: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES O SISTEMAS**

- 1.- En un triángulo rectángulo, el lado mayor es 3 cm más largo que el mediano, el cual, a su vez, es 3 cm más largo que el pequeño. ¿Cuánto miden los lados?
- 2.- Si el banco me da el 8% anual, mis intereses serán superiores a 50000 €. ¿Qué puedes decir de mi capital?
- 3.- ¿Cuántos litros de leche con un 10% de grasa hemos de mezclar con otra leche que tiene un 4% de grasa para obtener 18 litros de leche con un 6% de grasa?
- 4.- Una persona compra un equipo de música y un ordenador por 2500 € y los vende, después de algún tiempo, por 2157,5 €. Con el equipo de música perdió el 10% de su valor y con el ordenador el 15%. ¿Qué le costó cada artículo?
- 5.- La nota media de los aprobados en un examen de matemáticas fue de 6,5 y la de los suspensos 3,2. En la clase son 30 alum@s y la nota media global fue de 5,29. ¿Cuántos aprobaron y cuántos suspendieron?
- 6.- La calificación de una oposición se obtiene mediante dos exámenes: uno escrito, que es el 65% de la nota final, y otro oral, que es el 35%. Si una persona tuvo 12 puntos entre los dos exámenes y obtuvo un 5,7 de nota final, ¿qué nota tuvo en cada uno de ellos?
- 7.- Calcula las dimensiones de un rectángulo de diagonal igual a 75 metros, sabiendo que es semejante a otro de lados 36 metros y 48 metros.
- 8.- Si acortamos en 2 cm la base de un rectángulo y en 1 cm su altura, el área disminuye en  $13 \text{ cm}^2$ . Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 24 cm.
- 9.- Calcula la longitud de los lados de un triángulo rectángulo isósceles cuyo perímetro es de 24 cm.
- 10.- Halla la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo de  $480 \text{ m}^2$  de área y cuya hipotenusa mide 52 m.
- 11.- Con una cartulina de  $240 \text{ cm}^2$  de superficie construimos un prisma de base cuadrada, sin bases, cuyo volumen es de  $360 \text{ cm}^3$ . ¿Cuáles son las dimensiones de la cartulina?
- 12.- El lado de un rombo es 5 cm y su área es  $24 \text{ cm}^2$ . Calcula la longitud de sus diagonales.
- 13.- Un árbol de 7 m de altura es alcanzado por un rayo y lo parte a cierta altura del suelo. La punta del trozo roto cae a 3 m de la base del árbol, formando un triángulo con el otro trozo del árbol. ¿A qué altura se rompió?
- 14.- El paseo circular de una fuente tiene 2 m de ancho. Calcula los radios de sus circunferencias, interior y exterior, si la superficie del paseo es de  $37,68 \text{ m}^2$ . (Tomar  $\pi=3,14$ )

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

15.- En una tienda se compraron unos adornos de porcelana por 629 €. Se rompieron 3 y los que quedaron se han vendido 4 € más de lo que costaron. Si se ha obtenido un beneficio de 85 €, ¿Cuántos adornos se compraron?

16.- Si se aumenta en 2 cm la longitud de cada una de las aristas de un cubo, el volumen del mismo aumenta 218 cm<sup>3</sup>. Calcula la longitud de la arista.

17.- Si se aumenta en 3 cm el lado de un cuadrado, el área aumenta en 81 cm<sup>2</sup>. Calcula la longitud del lado del cuadrado.

18.- Se han comprado por 37 € unas zapatillas de deporte y un balón que costaban 50 €. Si en las zapatillas nos han rebajado el 20%, y en el balón, el 30%, ¿cuál era el precio inicial de cada producto?

19.- Se han pagado 450 € por un lector de DVD y una tarjeta de red que ahora se deben cambiar. Si en la venta se pierde el 30% en el lector de DVD y el 60% en la tarjeta, y se han obtenido 288 €, ¿cuál era el precio inicial de cada artículo?

20.- Un grupo de estudiantes alquila un piso por 500 € al mes. Si aumentase el grupo en uno más, se ahorrarían 25 € cada uno. ¿Cuántos estudiantes son y cuánto paga cada uno?

21.- Una alumna ha obtenido una nota final de 6,4 puntos en matemáticas. Los exámenes valen el 80% de la nota y los trabajos el 20%. Sabiendo que entre exámenes y trabajos suma 14 puntos, ¿qué nota sacó en cada apartado?

22.- Una chapa rectangular tiene 28 m de perímetro. Si le cortamos 2 m de largo y otros 2 de ancho, el área de la nueva chapa es de 24 m<sup>2</sup>. Halla las dimensiones de la chapa inicial.

23.- El perímetro de un triángulo equilátero es menor o igual que 18 m. ¿Cuánto puede medir el lado?

24.- El perímetro de un cuadrado es menor o igual que 20 m. ¿Cuánto puede medir el lado?

25.- Una compañía discográfica edita un nuevo álbum, que comercializa al precio de 12 euros la unidad. Los gastos de producción ascienden a 150000 euros. ¿Cuántos discos necesita vender si quiere obtener un beneficio de 300000 euros?

26.- En un examen tipo test cada respuesta correcta vale un punto, y cada respuesta incorrecta o en blanco resta 1/3 de punto. Hay un total de 20 preguntas y un estudiante ha obtenido una puntuación de 12 puntos. ¿Cuántas de sus respuestas fueron correctas?

27.- La sala de espera del servicio de urgencias de un hospital tiene capacidad para 50 personas. El equipo médico encargado del servicio sería capaz de atenderlos a todos en seis horas si no entrase nadie más. Por otra parte, se sabe que en un día normal llegan a urgencias 10 personas cada media hora. Si a las ocho de la mañana de un día normal no hay nadie en la sala de espera, ¿a qué hora se llenará esta sala?

28.- Tengo 50 disco compactos, unos de media hora y otros de una hora. Si puedo estar oyendo música diferente durante 43 horas y media, ¿cuántos discos hay de cada clase?



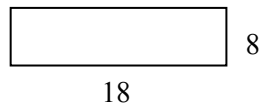
**FICHA 6: PERÍMETROS Y SUPERFICIES**

1. Escribe la expresión algebraica de la superficie, la expresión numérica y el resultado en la unidad correspondiente de las siguientes figuras (medida de longitud en centímetros).

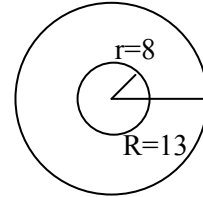
a)



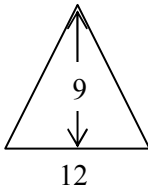
b)



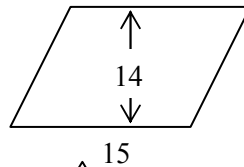
c)



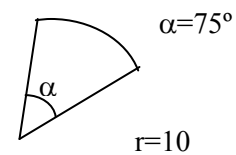
d)



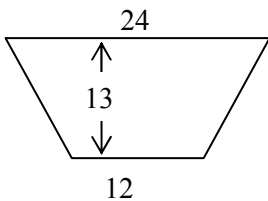
e)



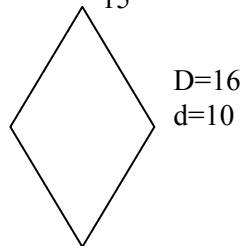
f)



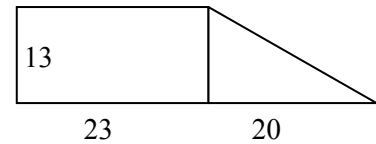
g)



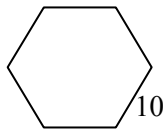
h)



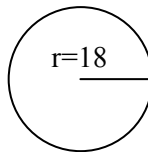
i)



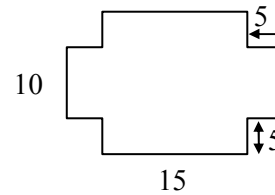
j)



k)

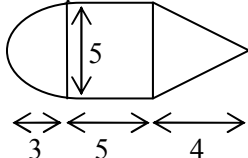


l)

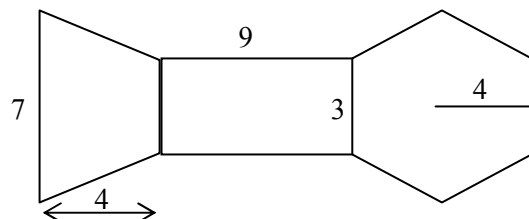


2. Calcula la medida de la diagonal de un cuadrado de 24 cm de lado. Calcula su perímetro.
3. Calcula el perímetro y la medida de la diagonal de un hexágono regular de lado 24 cm.
4. Calcula los metros de bordillo y la superficie para pavimentar totalmente la plaza de España de Cartagena, que tiene de diámetro 120 m.
5. Se trata de saber los metros de alambrada que se necesita para cercar una balsa circular de 14 metros de radio e impedir que se bañen algunos intrusos. ¿Qué porción de alambrada corresponden a un ángulo de 40°?
6. Las diagonales de un rombo miden 120 y 160 cm. Calcula la medida de su lado y su área.
7. La superficie de un cuadrado mide 144 cm<sup>2</sup>, ¿cuánto mide su lado? ¿y su diagonal?
8. El área de un círculo es 31400 cm<sup>2</sup>. Calcula su radio.
9. La superficie de un triángulo es de 20 cm. Su base es de 8 cm. ¿Cuál será su altura?, ¿y su área?
10. ¿Cuál es el radio de una circunferencia cuya longitud es 6,28 cm?
11. ¿Cuál será la medida del lado de un cuadrado si su perímetro mide 24 cm?
12. Si la diagonal de un rectángulo mide 5 cm y uno de sus lados mide 3 cm, ¿cuánto mide el otro lado? Calcula su superficie.
13. Calcula las superficies de las siguientes figuras:
  - a) Un cuadrado de diagonal 10 cm.
  - b) Un círculo de diámetro 7 cm
  - c) Una corona circular de radio mayor 9 cm y de radio menor 5 cm.
  - d) Un hexágono regular de 8 cm de lado.
  - e) Un sector circular de radio 6 cm y de amplitud 120°.
14. Calcula la superficie de las siguientes figuras:

a)



b)



**FICHA 7: PROGRESIONES**

1. Calcula las dimensiones de un ortoedro sabiendo que están en progresión aritmética, que suma 78 m y que el volumen del ortoedro es  $15.470 \text{ m}^3$ .
2. Los ángulos de un hexágono forman una progresión aritmética, valiendo 80 el menor
3. Se inscribe en un cuadrado de lado 2 m un círculo; en éste, un cuadrado; en éste, un círculo, y así de nuevo e indefinidamente. Halla el límite de la suma de las áreas de todos los cuadrados.
4. Halla la suma de los diez primeros términos de la progresión: 6, 12, 24, ...
5. Halla cuatro números en progresión aritmética, conociendo su suma que es 22 y la suma de sus cuadrados, que es 166.
6. Suma los múltiplos de 59, comprendidos entre 1000 y 2000.
7. Sabiendo que la diferencia de una progresión aritmética es 3 y que la suma de los veinticinco primeros términos es 29 veces el último, calcula éste y el primero.
8. La suma de los ocho primeros términos de una progresión geométrica es 17 veces la suma de los cuatro primeros. Halla el valor de la razón.
9. El producto de los seis primeros términos de una progresión geométrica es  $a^{21}$ , y el primer término a. Halla el último término y la razón.
10. La suma de los diez primeros términos de una progresión geométrica es igual a 244 veces la suma de los cinco primeros términos, y la suma del cuarto y el sexto términos es 135. halla el primer término y la razón.
11. Hallar tres números en progresión aritmética tales que su suma sea 111 y la suma de sus cuadrados 4.157.
12. Hallar tres números en progresión geométrica cuyo producto es 328.509, sabiendo que el mayor de ellos excede en 115 a la suma de los otros dos.
13. La suma de tres números en progresión aritmética es 33 y su producto 1.287. Halla estos números.
14. Tres números están en progresión geométrica. El segundo es 32 unidades mayor que el primero, y el tercero 96 unidades mayor que el segundo. Halla esos números.
15. La suma de tres números en progresión geométrica es 70. Si el primero se multiplica por 4, el segundo por 5 y el tercero por 4. Los números resultantes estarán en progresión geométrica. Hallar los tres números.
16. Las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo forman una progresión aritmética de razón 3. Calcula los tres lados.
17. En una progresión aritmética de un número impar de términos, la suma de los de lugar impar es 75, y la suma de los de lugar par es 60. Calcula el término central y el número de términos.
18. Dada la sucesión:  $\frac{n^2 - 1}{n}, n, \frac{n^2 + 1}{n}, \frac{n^2 + 2}{n}, \dots$

## REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

19. El primer término de una progresión geométrica es 225, y el cuarto término  $72/5$ . Halla la progresión y la suma de sus infinitos términos.
20. La suma de los términos de una progresión aritmética es 169, y su término central vale 13. Halla el número de términos de la progresión.
21. Halla la fracción generatriz de la expresión decimal periódica  $0,737373\dots$
22. Halla la fracción generatriz de la expresión decimal  $3,278127812781\dots$
23. Determinar la razón de una progresión aritmética de 100 términos sabiendo que el primer término es 1 y que la suma de los términos es 1.750.
24. Un hombre se compromete a hacer un pozo en las siguientes condiciones: por el primer metro recibirá 8 monedas, y por cada metro siguiente 2 monedas más. Si el pozo tiene 27 m de profundidad, ¿cuántas monedas recibirá?
25. Formar una progresión geométrica de cuatro términos si el segundo es 20 y la suma de los cuatro términos es 425.
26. Hallar los tres términos de una progresión aritmética, tales que su suma es 18, y la suma del primero y el segundo es igual al tercero disminuido en 2.
27. Hallar los términos de una progresión geométrica tal que la suma de los tres primeros sea 63 y diferencia entre el tercero y el primero sea 45.
28. Determinar una progresión aritmética de cinco términos, conociendo el producto de los términos extremos y la suma de los otros tres términos.
29. La suma de los  $n$  términos de una progresión geométrica, de razón 3, es 120. La suma de los cuadrados de estos términos es 7.380. Formar la progresión.
30. El producto de tres términos consecutivos de una progresión geométrica es 216; la suma de esos términos es  $-14$ . Calcularlos.
31. **Obtener tres números en progresión aritmética, tales que su suma sea 6, y la suma de sus cubos sea 324.**
32. Determinar la fracción generatriz del decimal  $24,373737\dots$
33. **La suma de tres números enteros en progresión geométrica es 35 y el producto de dichos números es 1.000. ¿Cuáles son esos números?**

**FICHA 8: FUNCIONES LINEALES Y AFINES**

1. Representa en un sistema de coordenadas las siguientes funciones:

a)  $y=3x$

b)  $y=4x$

c)  $y= - 2x$

d)  $y= - 3x$

e)  $y=3x+1$

f)  $y=3x+2$

g)  $y=3x - 2$

h)  $y= - 2x+8$

i)  $y= - 2x - 8$

2. Halla la ecuación de la recta de pendiente 3 y que pasa por el origen de coordenadas.

3. Halla la ecuación de la recta de pendiente  $- 2$  y que pasa por el origen de coordenadas.

4. Halla la ecuación de la recta paralela a la recta  $y=7x+9$  y que pasa por el origen de coordenadas.

5. Halla la ecuación de la recta de pendiente 3 y que pasa por el punto  $(1,3)$ .

6. Halla la ecuación de la recta de pendiente 4 y que pasa por el punto  $(0,5)$ .

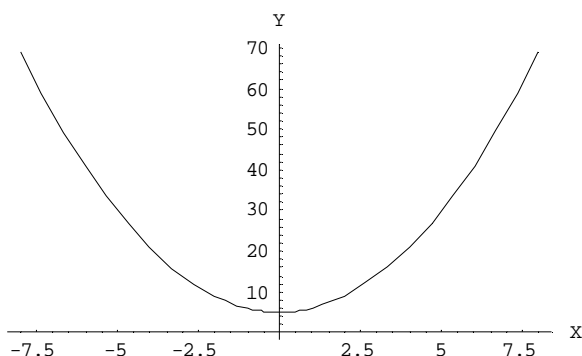
7. Halla la ecuación de la recta de pendiente  $- 3$  y que pasa por el punto  $(-1, -3)$ .

8. Halla la ecuación de la recta paralela a  $2x+y=8$  y que pasa por el punto  $(1,3)$ .

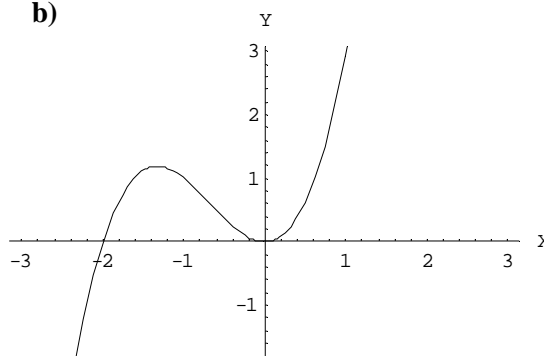
9. Halla la ecuación de la recta de pendiente 5 y que pasa por el punto  $(0, -3)$ .

10. Estudia las características de las funciones siguientes:

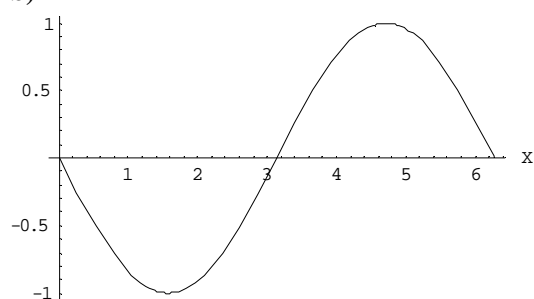
a)



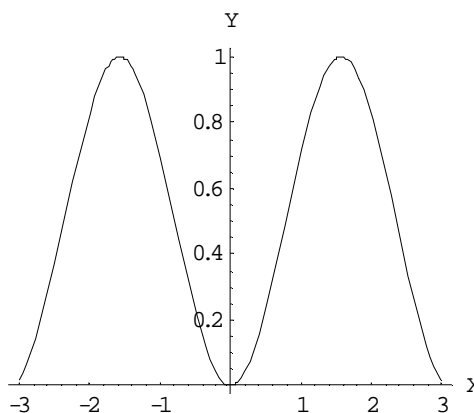
b)



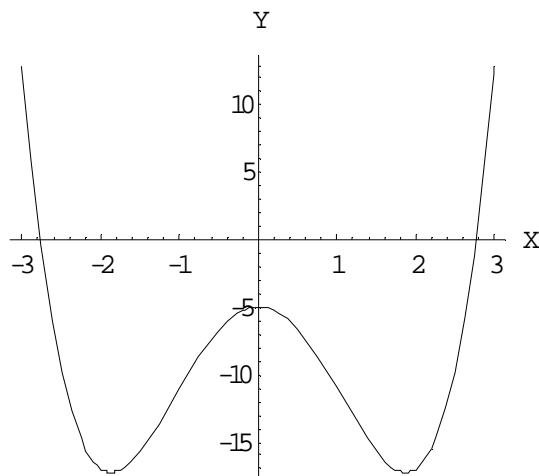
b)



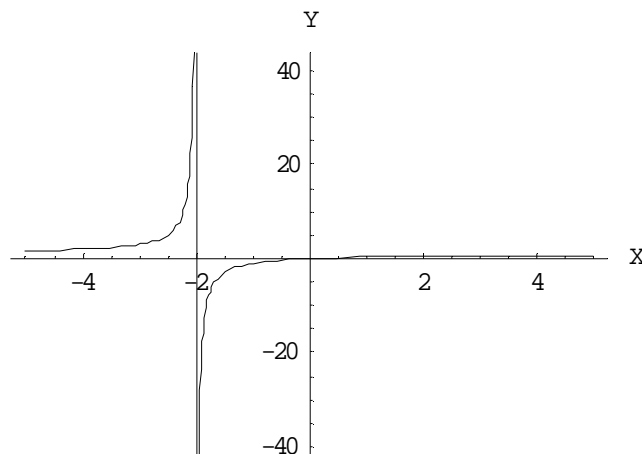
d)



e)



f)



**FICHA 9: PROPORCIONALIDAD**

1º. Señala cuáles de las siguientes magnitudes son directamente proporcionales y cuáles inversamente proporcionales:

- El número de entradas que compramos para ir al fútbol y el precio que pagamos por ellas.
- Número de pintores para pintar tu casa y días que tardan en hacerlo.
- Producción de vino de una bodega y número de barriles que necesitan.

2º. a) Completa la siguiente tabla de la manera más adecuada:

Número de pintores	2	3		15
Días que tardan en pintar el instituto	30		12	

b) ¿De qué tipo es la relación entre las dos magnitudes?

3º. Ayer por la tarde, Luis llenó el depósito de su coche poniéndole un total de 60 litros de combustible.

a) ¿Puedes ayudarlo a rellenar la siguiente tabla?

Km recorridos	120	300		1200
Consumo en litros	50		12	

b) ¿De qué tipo es la relación entre las dos magnitudes?

4º. En una explotación porcina han calculado que con los piensos que tienen almacenados hay comida suficiente para alimentar a sus 150 cerdos durante 45 días.

El mismo día en que se hacen estos cálculos sale una partida de 60 cerdos hacia el matadero, ¿cuánto tiempo como máximo podrán estar ahora sin adquirir más pienso?

5º. El próximo verano tengo planeado un viaje a Estados Unidos, por lo que necesitare comprar dólares.

Actualmente el banco me hace un cambio de 1 dólar por 1,20 €. ¿Cuántos dólares me darán por 1.500 €?

6º. Tres tiendas de ropa compran un lote de chaquetas de temporada todas al mismo precio por un total de 1.575 €. Al repartir las chaquetas, la primera se queda con cinco, la segunda con diez y la tercera con veinte, ¿cuánto ha de pagar cada una?

7º. En una media maratón se decide repartir 3.700 € de premio entre los tres primeros clasificados de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. Si el ganador de la prueba invierte 1 hora, el segundo una hora y cuarto y el tercero una hora y media, ¿qué premio le corresponde a cada uno?

8º. Al morir don Hermenegildo, la persona más rica del pueblo de mis padres, dejó escrito en su testamento que se repartiese la cantidad de 21.700 € entre sus tres hijos de manera directamente proporcional al dinero que tenían en ese momento en el banco.

La cantidad que tenía cada hijo en el banco era de 500 €, 350 € y 700 €. ¿Cuánto le correspondió a cada uno?

9º. Reparte 555:

- En partes directamente proporcionales a 4, 5 y 6.
- En partes inversamente proporcionales a 4, 5 y 6.






10º. Una persona desea hacer el Camino de Santiago a pie, para ello planea caminar 600 km en 25 días andando 4 horas por día. Si marcha 5 horas por día, ¿cuántos km. recorrerá en 15 días andando a la misma velocidad?

REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

- 11º. Una fábrica de muebles de madera con 6 carpinteros tarda 10 días en hacer 30 armarios. Si tienen 20 días de plazo para entregar los 250 armarios de un hotel, ¿cuántos carpinteros necesitan?
- 12º. En una central lechera, 3 máquinas llenan en 5 horas 18.750 envases de "tetraBrik" de leche. ¿Cuántos envases de leche llenarán en 8 horas 5 máquinas?
- 13º. Si 4 bombas de agua llenan 5 piscinas en 6 días, ¿cuántas piscinas llenarán 2 bombas de agua en 12 días?
- 14º. En una reunión hay un 60 % de mujeres. Si son 12 mujeres, calcula el número total de personas que han asistido a la reunión.
- 15º. Una inmobiliaria ha cobrado 4.233 € por la venta de un piso. Si la comisión que ha recibido es el 3% del valor total del piso, ¿por cuánto se ha vendido el piso?
- 16º. La Seguridad Social me abona el 60 % del precio de las medicinas. Si por unas pastillas he pagado 2,50 €, ¿cuánto debe abonar la Seguridad Social al farmacéutico?
- 17º. Las reservas de agua de una región son de 450 hm<sup>3</sup>. Durante el período de verano han disminuido un 9 %. ¿Cuáles son las reservas en la actualidad?
- 18º. Un jugador de baloncesto ha encestado 15 de 25 tiros libres que ha ensayado. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?
- 19º. La gasolina ha subido un 4 %. Si antes costaba 75 céntimos el litro, ¿cuál es su precio actual?
- 20º. Una lavadora cuesta 650 €. En rebajas se reduce un 20 % su precio. ¿Cuál es su nuevo precio?
- 21º. A Juan le han puesto una multa de 90 € por exceso de velocidad. Por no haberla pagado en el período voluntario, ahora tiene que abonarla con un 18 % de recargo. ¿Cuánto tendrá que abonar?
- 22º. Calcula el interés que se obtendrá al depositar un capital de 2.500 € durante 2 años al 4,5%.
- 23º. Calcula el interés que producen 4.200 € en 5 años al 5,75% de rédito.
- 24º. Determina el tiempo que ha estado depositado un capital de 3.200 € al 4,25% de rédito si el interés producido ha sido de 105 €.

**FICHA 10: CUERPOS GEOMÉTRICOS**

1º. Rellena la tabla siguiente. Comprueba el Teorema de Euler ( $C + V = A + 2$ ).

		Caras	Vértices	Aristas
Tetraedro				
Cubo				
Octaedro				
Dodecaedro				
Icosaedro				

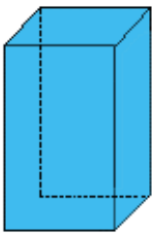
2º. Si un poliedro convexo tiene 6 caras y 6 vértices, ¿cuántas aristas tiene?

3º. Formamos un poliedro colocando sobre un cubo una pirámide cuadrangular cuya base coincide con la base superior del cubo.

- a) Halla el numero de vértices, aristas y caras que tiene. ¿Cumple la fórmula de Euler?
- b) Dibuja aproximadamente cual sería su desarrollo plano.

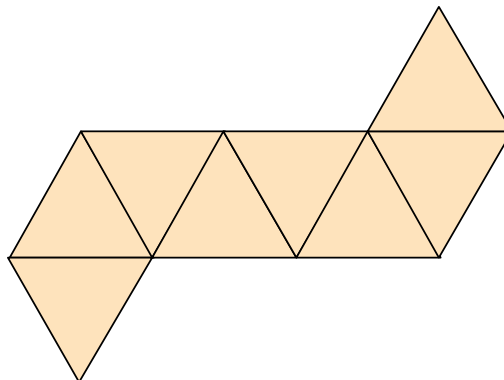
4º. La diagonal de una cara de un prisma recto cuadrangular regular mide 13 cm. El lado de la base mide 5 cm.

- a) ¿Cuánto vale la altura del prisma?
- b) ¿Cuánto vale la diagonal del prisma?



5º. a) Estudia el desarrollo que está más abajo, ¿A qué poliedro regular pertenece?.

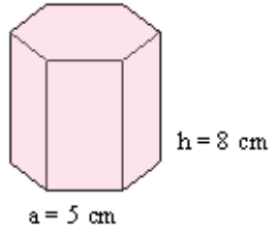
b) ¿Qué poliedro regular es el que tiene sus vértices sobre los centros de las caras del anterior?



6º. Calcula el área total de una caja de leche de dimensiones: 5 cm, 12,5 cm y 16 cm.

REFUERZO DE VERANO. 3º ESO

7º. Calcula el área total del prisma hexagonal regular de 5 cm de arista básica y 8 cm de altura.



8º. Para una tienda de campaña tipo canadiense de 2 metros de ancho, 4 m de largo y 2 m de alto usamos loneta para el suelo que cuesta a 1,50 € el m<sup>2</sup> y lona impermeable de 3,50 € para el resto. ¿Cuánto me costará la tienda?

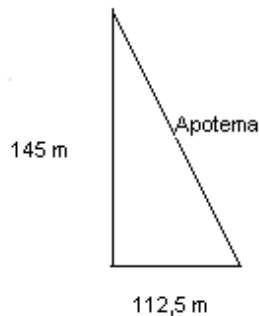


9º. Calcula el volumen de una caja de leche de dimensiones: 5 cm, 12,5 cm y 16 cm.

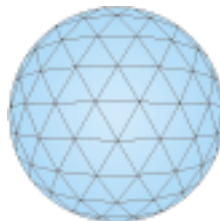
10º. El aceite contenido en un depósito cilíndrico de 50 cm de diámetro y 1 metro de altura hay que pasarlo a botellas de 1,5 litros. Indica cuántas botellas se necesitarán.

11º. La gran pirámide o pirámide de Keops es una pirámide cuadrangular de arista en la base 225 m y 145 m de altura (aproximadamente).

- a) Halla el volumen.
- b) Halla la superficie de las cuatro caras



12º. La esfera, símbolo de la Expo de Sevilla, es parecida a la de la figura. Su diámetro es de 22 m. ¿Cuál es su volumen?



13º. En el desayuno y la merienda, mi hermana y yo tomamos leche con cacao todos los días. Nuestros vasos tienen forma cilíndrica de 6 cm de diámetro y los llenamos de leche hasta unos 10 cm de altura. Mi padre hace la compra los sábados. ¿Cuánta leche debe comprar para nuestros desayunos y meriendas?

14. Halla el área y el volumen de un cono de 5 cm de radio y 13 cm de generatriz.