

Ecuaciones

Entregar el 29 de maio. El alumnado que haga actividades de ampliación solo contestará los que lleven **

Ecuaciones de grado 2

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

Resuelve

$$\left(\frac{x}{3} + 3\right)^2 - \left(\frac{5x}{3} + 2\right)^2 = 0 \quad (1-x)^2 - (1+x)^2 = 0$$

:

Ecuaciones bicuadradas, bicúbicas,...

Hacemos el cambio de variable y luego lo deshacemos para calcular el valor de la incógnita

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ b) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ c) $x^6 - 26x^3 - 27 = 0$ d) $6x^4 + 2x^2 - 8 = 0$ e). $x^4 - 4x^2 = 0$

Sol: a) $x = \pm 1, x = \pm 2$; b) $x = 2, x = 1$; c) $x = -1, x = 3$; d) $x = \pm 1$; e) $x = 0, x = \pm 2$;

Ecuaciones de grado superior a 2

Se factorizan y quedan expresadas $P(x) \cdot Q(x) \cdot \dots \cdot R(x) = 0$, igualamos a cero cada un de los factores y resolvemos las ecuaciones resultantes.

$$x^4 + 5x^2 - 4x^3 - 2x = 0 \quad **$$

$$(3x+1)(x-2)(x^2+5x)(-x-3)^2 = 0 \quad **$$

Ecuaciones irracionales

La incógnita aparece bajo el signo de radical . Es necesario **comprobar** si las soluciones son válidas

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{2x+1} = \frac{1}{\sqrt{2x-1}} \quad **$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{\frac{2^3}{x}} = \sqrt{2x}$$

$$\sqrt{9} \sqrt{15-x} = 6 \sqrt{2x+3} \quad **$$

$$\frac{2}{x + \sqrt{2-x^2}} + \frac{2}{x - \sqrt{2-x^2}} = x \quad **$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{3 + \sqrt{x - \sqrt{2x+1}}}} = 1$$

Ecuaciones racionales (

La incógnita aparece en denominador. Es necesario **comprobar** la solución

$$x + \frac{3}{2 + \frac{1}{x-2}} = \frac{1}{x} \quad **$$

$$\frac{x+5}{x^2-4} - \frac{x-4}{x^2+4x+4} = 0 \quad **$$

$$\frac{x^2-1}{x^2} - \frac{x+2}{x} = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}$$

Ecuaciones logarítmicas

Se resuelven aplicando las propiedades de los logaritmos. Es necesario **comprobar** la validez de las soluciones

$$\frac{\log(35-x)^3}{\log(5-x)} = 3$$

$$\frac{1}{5-\log x} + \frac{1}{1+\log x} = 1$$

$$\log \sqrt{7x+5} + \log \sqrt{2x+7} + 1 = \log 4,5 \quad **$$

Ecuaciones exponenciales

La incógnita aparece en un exponente.

Resuelve:

$$9^{x^2-7x+12} = 1$$

$$4^{x+1} + \frac{64}{4^x} = 257 \quad **$$

$$5^{5-3x} = 2^{x+2}$$

$$x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad **$$

$$2^{1-x} + 2^x - 3 = 0$$

Sistemas de ecuaciones

Entregar el 12 de junio

- Compatibles determinados: tienen una única solución
- Compatibles indeterminados: tienen infinitas soluciones (las soluciones dependen de un parámetro)
- Incompatibles: no tienen solución

Recordar que si aparecen ecuaciones racionales, irracionales o logarítmicas hay que comprobar la solución.

Resolver los sistemas

$$\begin{cases} 2 + \sqrt{x+y} = x+1 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases} \quad **$$

$$\begin{cases} \frac{2^{2x-3}}{2^{3y-5}} = 2^8 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases} \quad **$$

$$\begin{cases} \log(x+y) - \log(x-y) = \log 5 \\ \frac{2^x}{2^y} = 2 \end{cases} \quad **$$

$$\begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 10y^2 = 8 \\ x^2 - 3y^2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Nota: hacer cambio variable $z=1/x$

Inecuaciones

- Inecuaciones de grado 1 con una incógnita**

Recordar que si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una inecuación por un mismo número negativo, la inecuación resultante cambia de sentido y es equivalente a la dada.

$$-4x + \frac{3-2x}{4} > \frac{1-3x}{3} - \frac{37}{12} \quad \text{Sol: } x < 1 \quad (-\infty, 1)$$

- Inecuaciones de grado 2**

$$x^2 + 2x + 3 \leq -1 \quad **$$

$$(x+1)^2 + 6x + 2 \geq 2(x+3)(x-2) + 4x$$

- inecuaciones racionales**

- $\frac{3x}{x+2} \geq 2 \quad **$

- $\frac{3x-2}{x-1} - 1 \geq \frac{2x-1}{x+1}$

- Inecuaciones de grado superior a 2**

Factorizamos y estudiamos el signo de cada factor

$$6x^4 - 17x^3 + 7x^2 + 8x - 4 < 0$$

- Inecuaciones con valor absoluto**

a) $|2-3x| \leq 6$ b) $|2x-1| \leq 3-x$ c) $\left| 3 + \frac{1}{x} \right| \leq 3$

- Inecuaciones lineales con dos incógnitas**

$$3x - 2y < 0$$

- Sistemas de inecuaciones grado un con una incógnita**

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 1 > x - \frac{3}{2} \\ 2x - 1 < 1 - 3x \end{array} \right\}$$

- **Sistemas de inecuaciones lineales con 2 incógnitas**

Representa la región del plano que verifica el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y > 6 \\ 3x + 5y - 10 < 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y \geq 11 \\ -x + 2y \geq 10 \\ y \leq 9 \end{array} \right\}$$

- **Problemas de inecuaciones**

(también podrían resolverse con sistemas)

- Un vendedor de seguros tiene dos opciones de sueldo, debe elegir entre un fijo de 800 Euros más 80 Euros por póliza o cobrar 150 Euros de comisión pura (sen fijo) por póliza. A partir de que cantidad de pólizas es más rentable la opción de comisión pura? Sol: a partir 11, 4 €
- La tarifa de telefonía de la empresa A es 20 Euros fijos mensuales más 7 céntimos de euro por minuto de conversación, y de la empresa B es 11 Euros fijos más 12 céntimos por minuto de conversación. A partir de cuantos minutos empieza a ser más rentable la tarifa da empresa A? Sol: a partir de 18 minutos