



Matemáticas 1^{ESO}

El libro **Matemáticas** para 1.º de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Enrique Juan Redal**.

En su realización ha participado el siguiente equipo:

M.^a Dolores Álvarez
Joaquín Hernández
Ana Yolanda Miranda
M.^a Rosario Moreno
Susana Parra
Manuela Redondo
Raquel Redondo
M.^a Teresa Sánchez
Teresa Santos
Esteban Serrano

EDICIÓN

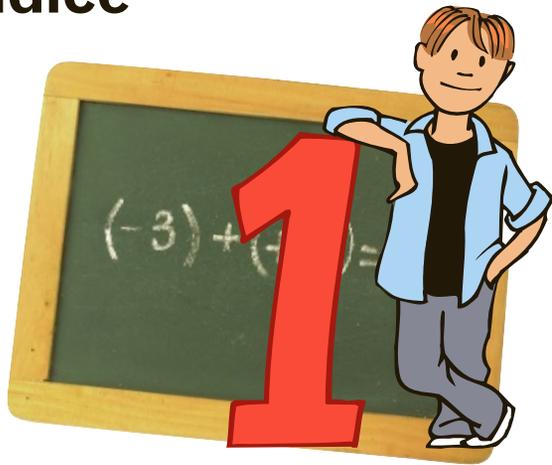
Angélica Escoredo
Carlos Pérez

DIRECCIÓN DEL PROYECTO

Domingo Sánchez Figueroa



Índice



VOLUMEN 1

1. Números naturales	6
<i>Antes de empezar la unidad</i>	7
1. Números naturales. Sistemas de numeración	8
2. Multiplicación de números naturales	10
3. División de números naturales	11
4. Potencias de números naturales	12
5. Operaciones con potencias	13
6. Raíces cuadradas	16
7. Jerarquía de las operaciones	18
8. Aproximaciones de números naturales	19
<i>Lo esencial</i>	20
<i>Actividades</i>	22
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	28
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	29
2. Divisibilidad	30
<i>Antes de empezar la unidad</i>	31
1. Divisibilidad en los números naturales	32
2. Criterios de divisibilidad	33
3. Múltiplos de un número	34
4. Divisores de un número	35
5. Números primos y compuestos	36
6. Factorización de un número	37
7. Máximo común divisor	38
8. Mínimo común múltiplo	39
<i>Lo esencial</i>	40
<i>Actividades</i>	42
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	48
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	49
3. Fracciones	50
<i>Antes de empezar la unidad</i>	51
1. Números fraccionarios	52
2. Fracciones propias e impropias	53
3. Fracciones equivalentes	54
4. Comparación de fracciones	56
5. Suma y resta de fracciones	58
6. Multiplicación de fracciones	59
7. División de fracciones	60
8. Jerarquía de las operaciones con fracciones	61
<i>Lo esencial</i>	62
<i>Actividades</i>	64
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	70
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	71

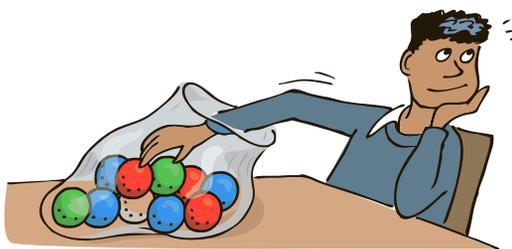
4. Números decimales	72
<i>Antes de empezar la unidad</i>	73
1. Números decimales	74
2. Suma y resta de números decimales	76
3. Multiplicación de números decimales	77
4. División de números decimales	78
5. Números decimales y fracciones	80
6. Tipos de números decimales	82
7. Aproximación de números decimales	83
<i>Lo esencial</i>	84
<i>Actividades</i>	86
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	90
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	91
5. Números enteros	92
<i>Antes de empezar la unidad</i>	93
1. Números enteros	94
2. Comparación de números enteros	96
3. Suma y resta de dos números enteros	97
4. Suma y resta de varios números enteros	98
5. Suma y resta con paréntesis	99
6. Multiplicación y división de números enteros	100
7. Operaciones combinadas con números enteros	101
<i>Lo esencial</i>	102
<i>Actividades</i>	104
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	110
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	111



VOLUMEN 2

6. Iniciación al Álgebra	112
<i>Antes de empezar la unidad</i>	113
1. Lenguaje algebraico	114
2. Expresiones algebraicas	115
3. Monomios	116
4. Ecuaciones	117
5. Elementos de una ecuación	118
6. Ecuaciones equivalentes	119
7. Resolución de ecuaciones de primer grado	120
8. Resolución de problemas	123
<i>Lo esencial</i>	124
<i>Actividades</i>	126
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	132
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	133

7. Sistema Métrico Decimal	134
<i>Antes de empezar la unidad</i>	135
1. Magnitudes y unidades	136
2. Unidades de longitud	137
3. Unidades de capacidad	140
4. Unidades de masa	141
5. Unidades de superficie	142
6. Unidades de volumen	144
7. Relación entre las unidades de volumen, capacidad y masa	146
<i>Lo esencial</i>	148
<i>Actividades</i>	150
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	154
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	155
8. Proporcionalidad numérica	156
<i>Antes de empezar la unidad</i>	157
1. Razón y proporción	158
2. Relación de proporcionalidad entre dos magnitudes	160
3. Porcentajes	162
4. Problemas con porcentajes	164
<i>Lo esencial</i>	166
<i>Actividades</i>	168
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	174
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	175
9. Rectas y ángulos	176
<i>Antes de empezar la unidad</i>	177
1. Rectas, semirrectas y segmentos	178
2. Ángulos	180
3. Operaciones con ángulos	182
4. Sistema sexagesimal	184
5. Operaciones en el sistema sexagesimal	186
<i>Lo esencial</i>	188
<i>Actividades</i>	190
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	194
<i>Matemáticas con ordenador: GeoGebra</i>	195



VOLUMEN 3

10. Polígonos y circunferencia	196
<i>Antes de empezar la unidad</i>	197
1. Polígonos	198
2. Triángulos	200
3. Rectas y puntos notables en un triángulo	201
4. Teorema de Pitágoras	203
5. Cuadriláteros	204
6. Propiedades de los paralelogramos	205
7. Circunferencias	206
8. Posiciones relativas en el plano	207
9. Polígonos regulares e inscritos	209
<i>Lo esencial</i>	210
<i>Actividades</i>	212
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	218
<i>Matemáticas con ordenador: GeoGebra</i>	219

11. Perímetros y áreas	220
<i>Antes de empezar la unidad</i>	221
1. Perímetro de un polígono	222
2. Longitud de la circunferencia	223
3. Área de los paralelogramos	224
4. Área de un triángulo	226
5. Área de un trapecio	227
6. Área de un polígono regular	228
7. Área del círculo	230
8. Área de una figura plana	231
<i>Lo esencial</i>	232
<i>Actividades</i>	234
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	240
<i>Matemáticas con ordenador: GeoGebra</i>	241
12. Poliedros y cuerpos de revolución	242
<i>Antes de empezar la unidad</i>	243
1. Posiciones relativas de planos y rectas en el espacio	244
2. Poliedros	245
3. Prismas	246
4. Pirámides	247
5. Poliedros regulares	248
6. Cuerpos de revolución	250
<i>Lo esencial</i>	252
<i>Actividades</i>	254
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	258
<i>Matemáticas con ordenador: GeoGebra</i>	259
13. Funciones y gráficas	260
<i>Antes de empezar la unidad</i>	261
1. Rectas numéricas	262
2. Coordenadas cartesianas	263
3. Funciones	267
4. Interpretación de gráficas	272
<i>Lo esencial</i>	274
<i>Actividades</i>	276
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	280
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	281
14. Estadística y Probabilidad	282
<i>Antes de empezar la unidad</i>	283
1. Estadística	284
2. Tipos de variables	285
3. Frecuencias. Tablas de frecuencias	286
4. Gráficos estadísticos	288
5. Experimentos aleatorios	290
6. Sucesos. Espacio muestral	291
7. Probabilidad	292
8. Regla de Laplace	293
<i>Lo esencial</i>	294
<i>Actividades</i>	296
<i>Pon a prueba tus capacidades</i>	302
<i>Matemáticas con ordenador: OpenOffice.CALC</i>	303



Esquema de unidad

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de los ejercicios propuestos.

Lectura inicial:

Muestra la importancia de lo que vas a estudiar a través de episodios relacionados con la historia de las Matemáticas. Se proponen actividades que te invitan a investigar sobre el personaje de la lectura y la importancia de sus aportaciones.

4

Números decimales

Problemas contables

En la mañana de invierno era particularmente clara, lo que en Francia se es habitual. Junto a la ventana, un hombre entrado en años repasaba mentalmente su vida mientras se dirigía a trabajar por los rios de sol.

Se vio en la sala desahogada de su madre para ir a la universidad y recordó su consejo: «Ven a la familia y que tu nombre, John Napier, sea conocido de todos y todos». Aquella fue la última frase que escuchó de ella y la última vez que la vio.

De sus pensamientos le sacaron dos niños que jugaban con unas tablas que servían para facilitar multiplicaciones.

Después de mirar a los niños, volvió al quiburo donde le repasan los libros contables de su propiedad, donde se podían apreciar sus ganos.

John Napier fue quien propuso el uso de la coma como separador decimal.

Antes de empezar la unidad...

CONVIENE QUE...

Repasar el **sistema de numeración decimal** y la **descomposición polinómica de un número natural**.

POQUE...

Vamos a estudiar los **órdenes menores que la unidad** y la **descomposición de un número decimal**.

Sistema de numeración decimal

El sistema de numeración decimal es posicional. El valor de cada cifra depende del lugar que ocupa. Cada unidad de un orden forma una unidad del orden inmediato superior.

POQUE...

2' 10320 = 20000 + 2000 + 300 + 20 + 0
 3' 1500 = 3000 + 500 + 0 + 0 + 0
 4' 100 = 100 + 0 + 0 + 0 + 0

CONVIENE QUE...

Recordar las **unidades decimales**.

POQUE...

Los **utilizamos para expresar cantidades menores que la unidad**.

Unidades decimales

Unidad = 10⁰ Decena = 10⁻¹ Centésima = 10⁻² Milésima = 10⁻³

10 = 10 x 1 10 = 10 x 10 10 = 100 x 10
 10 = 10 x 10 10 = 10 x 10 10 = 100 x 10

CONVIENE QUE...

Saber **hacer aproximaciones de números naturales**.

POQUE...

Nos serán útiles para **realizar estimaciones y cálculos con números decimales**.

Aproximaciones de números naturales

TRUNCAMIENTO. Se sustituyen por ceros todas las cifras siguientes a la que vamos a conservar.

REDONDEO. Truncamos el número, teniendo en cuenta que si la cifra siguiente a la cifra del orden considerado es mayor o igual que 5, aumentamos en una unidad una cifra.

3.415 \rightarrow Truncamiento a las decenas: 3.400
 \rightarrow Redondeo a las decenas: 3.400

Antes de empezar la unidad...

Aparecen los contenidos pertenecientes a cursos o unidades anteriores, que te van a ser necesarios para comprender lo que vas a estudiar. Además, mediante la evaluación inicial, podrás afianzar los contenidos repasados.

1 Números enteros

Hay expresiones cotidianas que no pueden indicarse con números naturales. Necesitamos otro tipo de números, los **números enteros**.

Los **números enteros** son números procedidos del signo + o - dependiendo de si la cantidad expresada está por encima o por debajo de cero.

En el conjunto de los números enteros, que designamos por Z, podemos diferenciar:

- Números enteros positivos: +1, +2, +3, +4, ... que son los números naturales.
- El número 0.
- Números enteros negativos: -1, -2, -3, -4, ...

EJEMPLO

Por algunos ejemplos en los que se utilizan números enteros.

Hace una temperatura de 7 grados bajo cero: -7°C

El subterráneo está a 10 metros bajo el nivel del mar: -10m

El saldo de su cuenta bancaria es de 15€: $+15\text{€}$

1.1 Representación en la recta numérica

Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica.

- El cero, 0, divide a la recta en dos partes iguales.
- Figuras el 1 y algunos como unidad su distancia al origen.
- Desplazamos de la unidad a la derecha del cero, para representar los enteros positivos, y a la izquierda, para representar los negativos.

$-7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$

Números enteros negativos Números enteros positivos

1.2 Valor absoluto de un número entero

El **valor absoluto** de un número entero es la distancia (en unidades) que se separa del cero en la recta numérica.

Se escribe entre dos barras: $| \quad |$ y es igual al número sin su signo.

$|+8| = 8$ $|-4| = 4$

EJEMPLO

Calcula el valor absoluto de -3 y 6 .

$| -3 | = 3$ $| 6 | = 6$

1.3 Oposto de un número entero

Decimos que dos números enteros son **opuestos** si están situados a la misma distancia del cero.

$\text{Op} (+a) = -a$ $\text{Op} (-a) = +a$

EJEMPLO

Halla el opuesto: a) -4 b) $+5$

a) $\text{Op} (-4) = +4$, ya que $| -4 | = 4$ y $| +4 | = 4$

b) $\text{Op} (+5) = -5$, ya que $| +5 | = 5$ y $| -5 | = 5$

ERJERCICIOS

PRÁCTICA

1. Expresa con un número.

a) Debo cuatro euros a mi amigo. b) Estábamos a cinco grados bajo cero. c) No me queda nada.

2. Completa los números que faltan.

a) $-10 \rightarrow -9 \rightarrow -8 \rightarrow -7 \rightarrow -6 \rightarrow -5 \rightarrow -4 \rightarrow -3 \rightarrow -2 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$

b) $-10 \rightarrow -9 \rightarrow -8 \rightarrow -7 \rightarrow -6 \rightarrow -5 \rightarrow -4 \rightarrow -3 \rightarrow -2 \rightarrow -1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$

APLICA

3. ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre $+8$ y $+23$ Escríbelos.

4. ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -12 y -27 ?

REFLEXIONA

5. Da los opuestos siguientes números enteros: -7 , $+8$, -3 , -10 , $+6$, $+4$, -2

a) ¿Cuál está a la misma distancia del cero? b) ¿Cuál es el más cercano?

ERJERCICIOS

PRÁCTICA

6. Calcula.

a) $|+7|$ b) $|-3|$ c) $|+22|$ d) $|-4|$

7. Escribe el opuesto en cada caso.

a) $+3$ b) -11 c) -9 d) $+24$

APLICA

8. Comprueba gráficamente que -2 y $+2$ son números enteros opuestos.

REFLEXIONA

9. ¿Cuál es el opuesto de 5? ¿Cuál es el opuesto del opuesto de un número entero?

Páginas de contenidos: En ellas encontrarás los contenidos y procedimientos básicos apoyados en gran cantidad de ejemplos resueltos. Al final de cada página se proponen ejercicios clasificados en tres niveles: PRACTICA. Son actividades para que repitas de forma prácticamente exacta el procedimiento que has estudiado. APLICA. Son actividades en las que tendrás que aplicar ese procedimiento. REFLEXIONA. Una vez que seas capaz de repetirlo y aplicarlo, te proponemos que hagas una reflexión sobre él.



Lo esencial

COMPRENDE ESTAS PALABRAS

Divisibilidad
 Si 2 es una división exacta
 $\begin{array}{c} 11 \\ \parallel \\ 8 \end{array}$
 8 es divisible por 2
 Si es múltiplo de 2, 7 es divisor de 8

Número primo
 Div (7) = {1, 7}
 Div (11) = {1, 11}

Número compuesto
 Div (10) = {1, 2, 5, 10}
 Div (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

HAZLO DE ESTA MANERA

1. CALCULAR TODOS LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Calcula todos los divisores de 63.
PRIMERO: Dividimos el número entre 1, 2, 3... hasta que el cociente sea menor que el divisor.
 $63 : 1 = 63$ $63 : 3 = 21$ $63 : 7 = 9$
 $63 : 9 = 7$ $63 : 21 = 3$ $63 : 63 = 1$
 Los divisores de 63 son: 1, 3, 7, 9, 21, 63.
SEGUNDO: De cada división exacta anotamos los divisores al divisor y al cociente.
 (3) : 1 = 63 → 1, 63 son divisores de 63.
 (21) : 3 = 7 → 3, 21 son divisores de 63.
 (9) : 7 = 3 → 7, 9 son divisores de 63.
 El resto de divisiones no son exactas. Los divisores de 63 son: Div (63) = {1, 3, 7, 9, 21, 63}

2. AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES PRIMO O COMPUESTO

PRIMERO: Calculamos los divisores del número.
 $61 : 1 = 61$ $61 : 61 = 1$
 $67 : 1 = 67$ $67 : 67 = 1$
 $71 : 1 = 71$ $71 : 71 = 1$
 Como solo existe una división exacta: Div (61) = {1, 61}

SEGUNDO: Dividimos si el número es primo o compuesto.
 • Si el número de divisores es dos, el número es primo.
 • Si el número de divisores es mayor que dos, el número es compuesto.
 Comprobé: tiene dos divisores, es un número primo.

3. FACTORIZAR UN NÚMERO

Descomponer 84 en factores primos.
PRIMERO: Dividimos el número entre los sucesivos números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17... tantas veces como sea posible hasta obtener la unidad.
 $84 : 2 = 42$
 $42 : 2 = 21$
 $21 : 3 = 7$
 $7 : 7 = 1$

SEGUNDO: Escribimos el número como el producto de todos los factores primos de la columna de la derecha y, si hay factores repetidos, los escribimos con su potencia.
 $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$

4. CALCULAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS

Obten el máximo común divisor de 24, 132 y 84.
PRIMERO: Descomponemos los números en factores primos.
 $24 = 2^3 \cdot 3$ $132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$ $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$
SEGUNDO: Escogemos los factores comunes elevados al menor exponente.
 Factores comunes → 2 y 3
 Con mayor exponente → 2^2 y 3
TERCERO: El producto de esos factores es el m.c.d. de los números.
 m.c.d. (24, 132, 84) = $2^2 \cdot 3 = 12$
 El máximo común divisor de 24, 132 y 84 es 12.

5. CALCULAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS

Obten el mínimo común múltiplo de 135, 315 y 175.
PRIMERO: Descomponemos los números en factores primos.
 $135 = 3^3 \cdot 5$ $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ $175 = 5^2 \cdot 7$
SEGUNDO: Escogemos los factores comunes y los comunes elevados al mayor exponente.
 Factores comunes y no comunes → 3^3 , 5^2 y 7
 Con mayor exponente → 3^3 , 5^2 y 7
TERCERO: El producto de esos factores es el m.c.m. de los números.
 m.c.m. (135, 315, 175) = $3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4725$
 El mínimo común múltiplo de 135, 315 y 175 es 4725.

Y AHORA... PRACTICA

Comprende estas palabras

1. ¿25 es múltiplo de 2? ¿17 es 27?
 2. ¿Es 7 divisor de 137? ¿7 de 177?
 3. Calcula todos los divisores de un número.
 4. Halla todos los divisores de 72.
 5. Averigua cuál de los siguientes números es primo.
 6. Si 7 es una división exacta, ¿es el número primo o compuesto?

Factorizar un número

1. Descomponer en factores primos el número 80.
 2. ¿Cuál es la factorización de 120? ¿7 de 567?
 3. ¿Cuál es el número cuyo factorización es $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$?
 4. Calcula el máximo común divisor de varios números.
 5. ¿Cuál es el m.c.d. de 32, 48?
 6. ¿Cuál es el m.c.m. de 24, 35 y 45?
 7. Calcula el mínimo común múltiplo de varios números.
 8. ¿Cuál es el m.c.m. de 10 y 8?
 9. Calcula el m.c.m. de 16, 40 y 80.

Actividades

NÚMEROS FRACCIONARIOS

42. Escribe estos números como fracción.
 $0,7$ $0,10$ $0,3$ $0,14$
43. Calcula.
 $0,4 + 0,50$ $0,3 + 0,100$ $0,4 + 0,4$
44. Indica qué fracción determina cada una de las afirmaciones.
 a) Quince minutos de una hora.
 b) Sete meses en un año.
 c) Tres huecos de una docena.
 d) Trece letras del abecedario.

47. Indica qué fracción representa cada letra.
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$
48. Dadas las siguientes fracciones, indica cuál es el producto de menor que la unidad.
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$
49. Expresa cada fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.
 $\frac{11}{4}$ $\frac{17}{5}$ $\frac{23}{6}$ $\frac{29}{7}$ $\frac{35}{8}$ $\frac{41}{9}$ $\frac{47}{10}$

FRACCIONES EQUIVALENTES

50. Dadas las siguientes figuras, indica cuáles representan fracciones equivalentes.
 a) b) c)
51. Determina si las fracciones son equivalentes.
 a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$
 d) $\frac{1}{5}$ y $\frac{2}{10}$ e) $\frac{1}{6}$ y $\frac{2}{12}$ f) $\frac{1}{7}$ y $\frac{2}{14}$
52. Completa las fracciones para que sean equivalentes.
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$
 $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ $\frac{1}{7} = \frac{2}{14}$ $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$ $\frac{1}{9} = \frac{2}{18}$
53. Calcula dos fracciones equivalentes por amplificación y otra dos por simplificación.
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$
54. Completa las siguientes fracciones para que sean equivalentes.
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$
 $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ $\frac{1}{7} = \frac{2}{14}$ $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$ $\frac{1}{9} = \frac{2}{18}$
55. Calcula la fracción irreducible.
 a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{18}{30}$ c) $\frac{24}{40}$ d) $\frac{30}{45}$

46. Representa en una recta numérica.
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$

Actividades de la unidad: Ejercicios y problemas organizados por contenidos. Todos los enunciados van precedidos por un icono que indica su grado de dificultad.

103. ●●● Álvaro se ha gastado $\frac{1}{2}$ de sus ahorros en unos pantalones, $\frac{2}{3}$ en unos zapatos y $\frac{1}{4}$ en unos calcetines. Si tenía 120 €, ¿cuánto dinero le queda?

104. ●●● En la línea de una finca que mide $\frac{3}{4}$ km queremos plantar un árbol cada $\frac{1}{10}$ km. ¿Cuántos árboles podemos plantar?

105. ●●● Por la mañana hemos recorrido las $\frac{3}{4}$ partes del camino y por la tarde 5 km. ¿Cuántos kilómetros hemos recorrido en total?

106. ●●● Un coche gasta 8 litros $\frac{1}{2}$ de litro cada 100 kilómetros. Si el depósito tiene una capacidad de 60 litros, calcula cuántos kilómetros puede recorrer sin repostar.

108. ●●● En la selección para un concurso eliminan $\frac{1}{3}$ de los aspirantes en la primera prueba y $\frac{1}{4}$ de los que quedaban en la segunda. ¿Qué fracción de los concursantes superan la segunda prueba?
 a) Si 150 aspirantes pasan la primera prueba, ¿cuántos quedan tras la segunda?

109. ●●● Utilizando 1, 2, 3 y 4, forma todas las fracciones posibles que no sean equivalentes.

110. ●●● Encuentra una fracción que esté comprendida entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$.

111. ●●● Calcula el siguiente producto:
 $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) (\frac{1}{6} + \frac{1}{7}) (\frac{1}{8} + \frac{1}{9}) (\frac{1}{10} + \frac{1}{11})$

112. ●●● Si las divisiones que se han hecho entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{4}$ son iguales, ¿qué fracción representa A?

113. ●●● ¿De qué fracción se trata?
 Si se sume 12 a numerador y se disminuya el denominador la nueva fracción es el doble que la primera.

114. ●●● Pitágoras repartió su colección de triángulos entre sus amigos.
 • A Arquímides le dio la mitad de los triángulos.
 • A Tales, la cuarta parte.
 • A Esculapio, la quinta parte.
 • Y a 11 se han tocado los siete restantes.
 ¿Cuántos triángulos tenía Pitágoras?

HAZLO ASI
¿CÓMO SE REPRESENTA UNA FRACCIÓN DE OTRA FRACCIÓN?
 107. Los tres quintos de los animales de un parque natural son mamíferos, y de los mamíferos, los cinco sextos son carnívoros. ¿Qué fracción del total de animales representan los mamíferos carnívoros?
PRIMERO: Se representa gráficamente la situación.

SEGUNDO: Se calcula la fracción del total que representan los mamíferos carnívoros.
 $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$
 Los mamíferos carnívoros representan la mitad de los animales del parque natural.

Investiga: Actividades en las que tendrás que aplicar todo tu ingenio para descubrir regularidades y propiedades de los contenidos que acabas de estudiar.

Pon a prueba tus capacidades: Se analizan situaciones problemáticas reales que te permitirán poner a prueba tus capacidades matemáticas. Estos problemas te mostrarán la utilidad práctica de todo lo aprendido, y que te puede ayudar en tu vida cotidiana.

Pon a prueba tus capacidades

145. ●●● Sofia le ha llegado este mensaje telefónico.
 Sofia no se lo ha creído, pero le ha dado una idea... En su grupo ecologista quieren hacer una campaña para concienciar a la gente del deterioro de los fondos marinos.
 Sofia va a mandar este mensaje a tres amigos. Cada uno de ellos, al día siguiente, mandará el mensaje a otros tres amigos. Así, la cadena no se rompe.

146. ●●● El consejo directivo del Polideportivo Nuevo Centro ha decidido incluir publicidad en su campo de hockey.
 La pista de hockey tiene una superficie de 800 m² y los bordes de la pista están rodeados por vallas publicitarias. Se propone cobrar una cuota anual de 600 €. Los miembros del consejo directivo quieren calcular el dinero anual que recibirán por la publicidad, pero desconocen las dimensiones exactas de los lados del campo.
 Un miembro del consejo se ha ocurrido una forma de calcular, pues el campo de hockey está formado por dos cuadrados iguales.

Matemáticas con ordenador

Calcula el cociente y el resto de estas divisiones.
 a) 172 : 3 b) 297 : 4 c) 1329 : 9 d) 295 : 11 e) 32156 : 15 f) 256 : 16

1. Copiamos los números en las columnas A y B con COPIARNDJ delimita el cociente en C2.

2. Utilizamos la función RRESIDUO para dar el resto en la celda D2.

3. Copiamos el contenido de la celda C2.

4. Lo pegamos en el resto de celdas de su columna.

5. Repetimos el proceso con la celda D2 y las celdas de los cocientes, y obtenemos el resto de todas las divisiones.

ACTIVIDADES
PRACTICA
 1. Calcula el cociente y el resto.
 a) 123 : 7 b) 456 : 13 c) 567 : 29
 d) 678 : 19 e) 789 : 33
 2. Halla los términos que faltan en estas divisiones.
 a) Divisor = 26 Cociente = 33 Resto = 2
 b) Dividendo = 256 Cociente = 25

INVESTIGA
 1. Por un ejemplo de dividendo y divisor, calcula el cociente y el resto. Después, multiplica por 2, 3, 4 y 5 el dividendo y el divisor anteriores. Calcula de nuevo los correspondientes cociente y resto. ¿Qué le pasa al cociente y al resto de una división si multiplicamos el dividendo y el divisor por el mismo número?

Matemáticas con el ordenador: La última página de la unidad se dedica a la resolución de actividades con la ayuda de programas informáticos.

1

Números naturales

El profeta de los números

Ramanujan se levantó, dio tres pasos que le colocaron en el centro del despacho de Hardy, en el Trinity College de Cambridge, y continuó el relato de su viaje.

En un alarde de equilibrio, el barco, un vapor que hace la ruta entre la India e Inglaterra, continuaba su camino sobre una imaginaria línea recta que el temporal parecía querer quebrar.

Yo pasé la tormenta en el camarote, petrificado, sin poder hacer otro movimiento que los provocados por el vaivén del barco, apretando contra mi pecho el cuaderno de los descubrimientos mientras pensaba que, tal vez, todo se perdería en el fondo del mar.

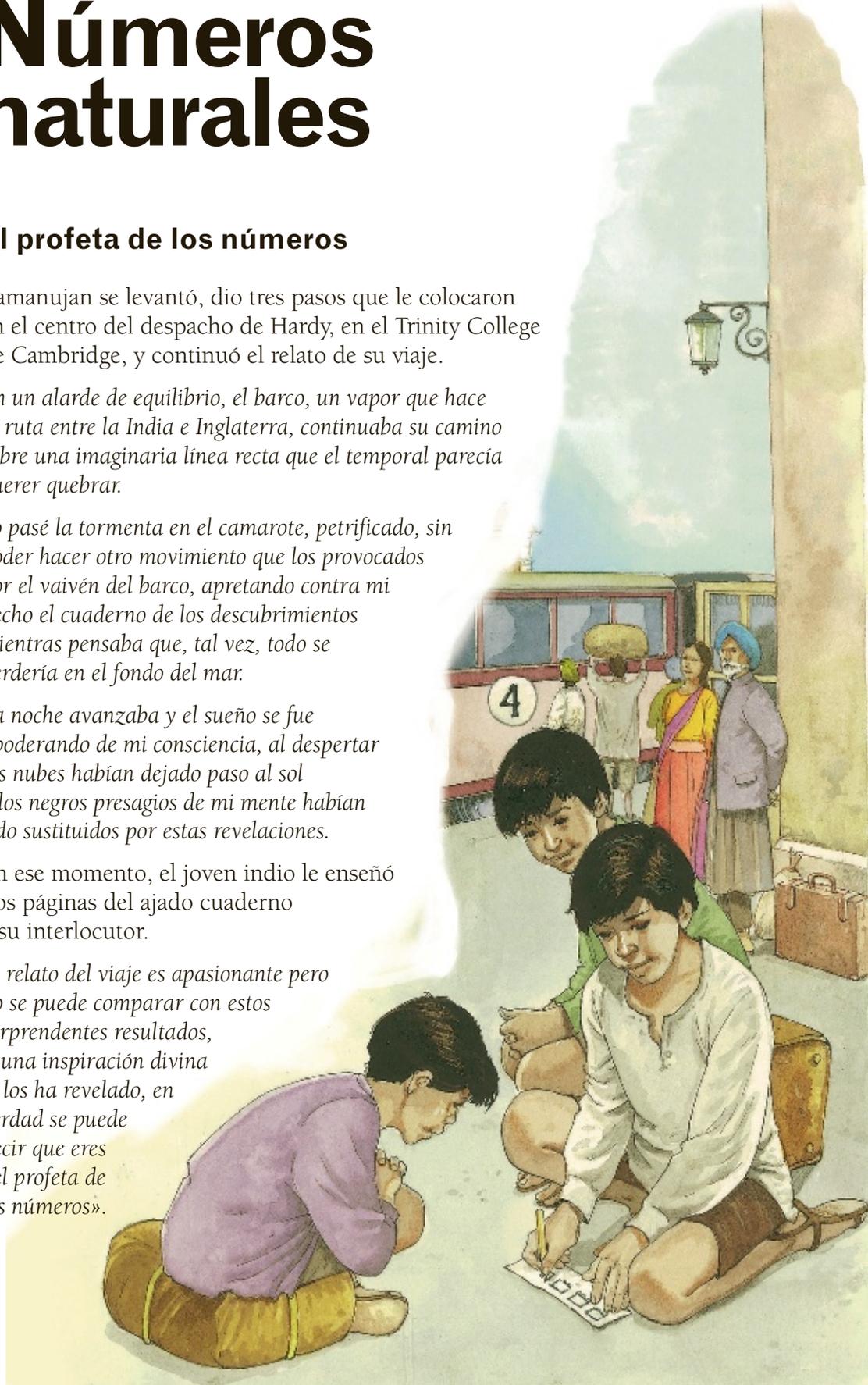
La noche avanzaba y el sueño se fue apoderando de mi consciencia, al despertar las nubes habían dejado paso al sol y los negros presagios de mi mente habían sido sustituidos por estas revelaciones.

En ese momento, el joven indio le enseñó dos páginas del ajado cuaderno a su interlocutor.

El relato del viaje es apasionante pero no se puede comparar con estos sorprendentes resultados, si una inspiración divina te los ha revelado, en verdad se puede decir que eres «el profeta de los números».

DESCUBRE LA HISTORIA...

1. Busca información sobre los personajes que aparecen en el texto: Harold Hardy y Srinivasa Ramanujan.
2. ¿A qué episodio de la vida de estos dos personajes crees que corresponde el relato? ¿A qué viaje se refiere el joven Ramanujan?
3. Investiga sobre las aportaciones de Srinivasa Ramanujan al estudio de los números naturales.



Antes de empezar la unidad...

CONVIENE QUE...

Recuerdes las **propiedades conmutativa y asociativa** de la suma.

PORQUE...

Vamos a estudiar esas **propiedades en la multiplicación de números naturales**.

Propiedad conmutativa de la suma

$$\underbrace{43}_{\text{Sumandos}} + \underbrace{28}_{\text{Sumandos}} = 28 + 43 = \underbrace{71}_{\text{Suma}}$$

El orden de los sumandos no altera la suma.

Propiedad asociativa de la suma

$$\begin{aligned} \underbrace{(21 + 37)}_{\text{Sumandos}} + \underbrace{42}_{\text{Sumandos}} &= 21 + (37 + 42) \\ 58 + 42 &= 21 + 79 \\ 100 &= 100 \end{aligned}$$

El orden en el que agrupamos los sumandos no altera la suma.

CONVIENE QUE...

Sepas resolver operaciones con **sumas y restas de números naturales**.

PORQUE...

Lo necesitaremos para resolver **operaciones combinadas** con números naturales.

Sumas y restas con números naturales

Para calcular una serie de sumas y restas sin paréntesis, se hacen las operaciones en el orden en el que aparecen, de izquierda a derecha.

$$\begin{aligned} 15 + 23 - 2 - 12 + 8 &= \\ = 38 - 2 - 12 + 8 &= \\ = 36 - 12 + 8 &= \\ = 24 + 8 &= \\ = 32 & \end{aligned}$$

Para calcular una serie de sumas y restas con paréntesis, se hacen primero las operaciones que hay dentro de los paréntesis.

$$\begin{aligned} (95 - 32) - (39 - 16) - 21 &= \\ = 63 - 23 - 21 &= \\ = 40 - 21 &= \\ = 19 & \end{aligned}$$

EVALUACIÓN INICIAL

Propiedades conmutativa y asociativa de la suma

1. Completa estas sumas, resuélvelas e indica qué propiedad se está utilizando.

- $47 + 96 = 96 + \square$
- $138 + 407 = \square + 138$
- $(85 + 68) + 12 = 85 + (\square + 12)$
- $4 + (46 + 137) = (4 + \square) + \square$

Sumas y restas con números naturales

2. Resuelve las siguientes operaciones.

- $87 - 13 + 42 - 4 + 98$
- $34 - 23 + 11 - (8 - 6) + 21$
- $27 + 34 + 6 - 41 - 5 - 17$
- $(26 - 14) + 45 - (27 - 9) + 14$
- $18 + [(26 - 14) - 5] + 26 - (26 - 19 + 12) - 9$

PLAN DE TRABAJO

En esta unidad aprenderás a...

- Escribir números romanos.
- Calcular potencias y operar con ellas.
- Hallar raíces cuadradas exactas y enteras.
- Realizar operaciones combinadas con números naturales.

1 Números naturales. Sistemas de numeración

Los números naturales surgieron debido a la necesidad que siente el ser humano de contar lo que le rodea.

EJEMPLO

- 1 ¿Cuántos días hay desde el 8 de septiembre hasta el 27 de septiembre?

SEPTIEMBRE						
L	M	Mi	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Del 8 al 27 de septiembre hay 19 días.

Para expresar números naturales solemos utilizar el sistema de numeración decimal.



El conjunto de los números naturales es ilimitado, es decir, no tiene fin, porque dado un número cualquiera, siempre es posible obtener el siguiente sumándole una unidad a ese número.

Para escribir números naturales se utilizan los **sistemas de numeración**.

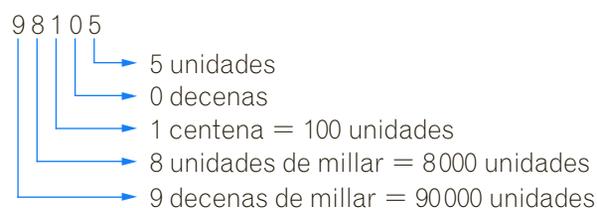
1.1 Sistema de numeración decimal

En el **sistema de numeración decimal** se utilizan diez cifras distintas para representar una cantidad: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

El sistema de numeración decimal es **posicional**, es decir, el valor de cada cifra depende del lugar o posición que ocupa en el número.

EJEMPLO

- 2 Determina el valor de cada una de las cifras del número 98105.



EJERCICIOS

PRACTICA

- 1 Señala el valor de la cifra 5 en estos números.
a) 15890900 b) 509123780 c) 163145900

APLICA

- 2 Escribe tres números que tengan 4 unidades de millar, 7 decenas y 4 unidades.

REFLEXIONA

- 3 Escribe cinco números mayores que 29000 y menores que 29100 cuya cifra de las decenas sea igual que la cifra de las unidades.
- 4 Si n es un número natural, ¿qué valores puede tomar n si sabemos que es menor que 7? ¿Y si es mayor que 12?

1.2 Sistema de numeración romano

Aunque habitualmente para escribir números naturales utilizamos el sistema de numeración decimal, a lo largo de la historia se han utilizado otros sistemas de numeración. Por ejemplo, la civilización romana utilizó lo que llamamos sistema de numeración romano.

Para expresar cantidades mediante el **sistema de numeración romano** se utilizan siete letras distintas con estos valores:

$$\begin{array}{llll} I = 1 & V = 5 & X = 10 & L = 50 \\ C = 100 & D = 500 & M = 1000 & \end{array}$$

El sistema de numeración romano es **aditivo**, es decir, cada letra tiene siempre el mismo valor.

Reglas para escribir números en el sistema de numeración romano

- **Suma.** Una letra escrita a la derecha de otra de igual o mayor valor, le suma a esta su valor.

$$XVI = 10 + 5 + 1 = 16 \quad CLV = 100 + 50 + 5 = 155$$

- **Repetición.** Las letras I, X, C y M se pueden escribir hasta tres veces seguidas. Las demás letras no se pueden repetir.

$$III = 3 \quad XXX = 30 \quad CCC = 300$$

- **Sustracción.** La letra I escrita a la izquierda de V o X, la X a la izquierda de L o C, y la C a la izquierda de D o M, les resta a estas su valor.

$$IV = 4 \quad XC = 90 \quad CM = 900$$

- **Multiplicación.** Una raya colocada encima de una letra o grupo de letras multiplica su valor por mil.

$$\overline{VI} = 6000 \quad \overline{VI} = 5001 \quad \overline{XL} = 40000$$

EJEMPLO

- 3 Expresa las siguientes cantidades como números romanos:

$$\begin{array}{lll} 14 = XIV & 94 = XCIV & 119 = CXIX \\ 895 = DCCCXCV & 2011 = MMXI & 9141 = \overline{IX}CXLI \end{array}$$

EJERCICIOS

PRACTICA

- 5 Traduce al sistema de numeración decimal estos números romanos.

a) XCII b) DCCXL c) $\overline{VIII}IX$

APLICA

- 6 Escribe en números romanos.

a) 194 b) 426 c) 2046 d) 12311

- 7 Escribe un número romano que tenga 4 unidades de millar, 7 decenas y 4 unidades.

REFLEXIONA

- 8 Realiza estas operaciones.

a) $XXII + XVIII$ c) $VI \cdot XII$
b) $XLIII - XXVI$ d) $XXVII : III$

2

Multiplicación de números naturales

El producto de dos números se indica por un punto (\cdot), aunque también se puede representar por el signo \times .

$$12 \cdot 7 = 12 \times 7$$



La **multiplicación** es la expresión abreviada de una suma de varios sumandos iguales.

Los términos de la multiplicación se denominan **factores**. El resultado final se llama **producto**.

EJEMPLOS

4 Expresa como un producto.

a) $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12$

b) $12 + 12 = 12 \cdot 2 = 24$

5 Colocamos en una báscula 5 sacos de patatas que pesan 75 kg cada uno. ¿Qué peso marcará la báscula?

$$75 + 75 + 75 + 75 + 75 = \underbrace{75}_{\text{Factores}} \cdot \underbrace{5}_{\text{Producto}} = \underbrace{375}_{\text{Producto}}$$

La báscula marcará 375 kg.

La multiplicación cumple las siguientes propiedades:

- **Conmutativa.** El orden de los factores no altera el producto.

$$5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$$

$$35 = 35$$

- **Asociativa.** El orden en el que agrupamos los factores no altera el producto.

$$(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$$

$$28 \cdot 5 = 4 \cdot 35$$

$$140 = 140$$

- **Elemento neutro o unidad.** Es el 1, ya que cualquier número multiplicado por 1 es igual al mismo número.

$$13 \cdot 1 = 13$$

- **Distributiva.** El producto de un número por una suma o resta es igual a la suma o resta de los productos del número por cada término.

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 \quad 4 \cdot (8 - 3) = 4 \cdot 8 - 4 \cdot 3$$

$$3 \cdot 7 = 6 + 15 \quad 4 \cdot 5 = 32 - 12$$

$$21 = 21 \quad 20 = 20$$

SE ESCRIBE ASÍ

- **Conmutativa**

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Asociativa**

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

- **Elemento neutro**

$$a \cdot 1 = a$$

- **Distributiva**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

EJERCICIOS

PRACTICA

9 Expresa como un producto.

a) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$

b) $11 + 11 + 11 + 11 + 11$

APLICA

10 Aplica la propiedad distributiva.

a) $7 \cdot (4 + 10)$

b) $18 \cdot (7 - 2)$

11 Mario ha comprado 5 cajas de pinturas.

Si en cada caja hay 18 pinturas, ¿cuántas pinturas tiene en total?

REFLEXIONA

12 Aplica la propiedad distributiva del producto a las siguientes operaciones.

a) $21 \cdot 9 + 7 \cdot 9$

b) $9 \cdot 21 - 9 \cdot 7$

3

División de números naturales

Dividir es repartir una cantidad en partes iguales.

Los términos de la división se llaman **dividendo**, **divisor**, **cociente** y **resto**.

EJEMPLO

- 6 Un padre quiere repartir 630 € entre sus tres hijos en partes iguales. ¿Qué cantidad recibirá cada uno?

$$\begin{array}{r} 630 \quad | \quad 3 \\ 03 \quad 210 \\ 00 \end{array} \rightarrow \text{Cada hijo recibirá 210 €.}$$

En una división, el resto siempre tiene que ser menor que el divisor.

$$\begin{array}{r} D \quad | \quad d \\ r \quad c \end{array} \rightarrow r < d$$



- Cuando el resto es cero, la **división** es **exacta**.

$$\begin{array}{l} \text{Dividendo} \rightarrow D \quad | \quad d \leftarrow \text{Divisor} \\ \text{Resto} \rightarrow 0 \quad \quad c \leftarrow \text{Cociente} \end{array}$$

- Si el resto no es cero, la **división** es **no exacta**.

$$\begin{array}{l} \text{Dividendo} \rightarrow D \quad | \quad d \leftarrow \text{Divisor} \\ \text{Resto} \rightarrow r \quad \quad c \leftarrow \text{Cociente} \end{array}$$

En ambos casos se cumple que: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$

A esta igualdad se le llama **prueba de la división**.

EJEMPLO

- 7 Se quieren repartir 43 caramelos entre 14 niños. ¿Cuántos caramelos recibirá cada niño? ¿Sobra alguno?

$$\begin{array}{r} 43 \quad | \quad 14 \\ 01 \quad 3 \end{array} \rightarrow \text{Cada niño recibirá 3 caramelos y sobra 1 caramelo.}$$

Para comprobar que la división es correcta, primero vemos que el resto es menor que el divisor, $1 < 14$, y después realizamos la prueba de la división:

$$\begin{aligned} D = d \cdot c + r &\rightarrow 43 = 14 \cdot 3 + 1 \\ &43 = 42 + 1 \\ &43 = 43 \end{aligned}$$

Esto significa que hemos realizado bien la división.

EJERCICIOS

PRACTICA

- 13 Halla el cociente y el resto de la división $6712 : 23$. Haz la prueba.

APLICA

- 14 Calcula el dividendo de una división exacta si el cociente es 13 y el divisor es 6.

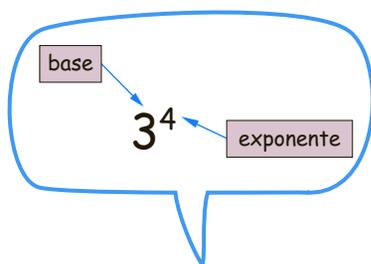
REFLEXIONA

- 15 Da valores a d hasta que calcules el divisor de estas divisiones.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 34 \quad | \quad d & \text{b) } 89 \quad | \quad d & \text{c) } 102 \quad | \quad d \\ 0 \quad 17 & 1 \quad 22 & 2 \quad 20 \end{array}$$

Para ello, ayúdate de la prueba de la división.

4 Potencias de números naturales



Una **potencia** es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

a es la **base**, el factor que se repite.

n es el **exponente**, el número de veces que se repite la base.

$$2 \cdot 2 = 2^2 \longrightarrow \text{Se lee «2 elevado a 2» o «2 al cuadrado»}.$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 \longrightarrow \text{Se lee «4 elevado a 3» o «4 al cubo»}.$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 \longrightarrow \text{Se lee «3 elevado a 4» o «3 a la cuarta»}.$$

EJEMPLOS

8 Escribe en forma de potencia las siguientes multiplicaciones:

Multiplicación	Potencia	Se lee
$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$	5^6	«5 elevado a 6» o «5 a la sexta»
$14 \cdot 14 \cdot 14$	14^3	«14 elevado a 3» o «14 al cubo»

9 Halla el valor de estas potencias.

$$\text{a) } 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ veces}} = 8$$

$$\text{b) } 9^2 = \underbrace{9 \cdot 9}_{2 \text{ veces}} = 81$$

$$\text{c) } 3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ veces}} = 81$$

Potencias de base 10

Una potencia de base 10 y exponente un número natural es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indique su exponente.

EJEMPLO

10 Halla el valor de las siguientes potencias de base 10.

$$\text{a) } 10^3 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{3 \text{ veces}} = \underbrace{1\,000}_{3 \text{ ceros}}$$

$$\text{b) } 10^5 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{5 \text{ veces}} = \underbrace{100\,000}_{5 \text{ ceros}}$$

CALCULADORA



Para hallar potencias con la calculadora utilizamos la tecla x^y .

$$5^6 \rightarrow 5 \quad x^y \quad 6 \quad = \quad 15625$$

$$2^{12} \rightarrow 2 \quad x^y \quad 12 \quad = \quad 4096$$

EJERCICIOS

PRACTICA

16 Escribe y calcula.

- a) Siete al cubo. c) Diez a la cuarta.
b) Cuatro a la quinta. d) Diez a la octava.

17 Indica la base y el exponente de estas potencias. Escribe cómo se leen.

- a) 3^6 b) 10^2 c) 5^4 d) 4^5

APLICA

18 Escribe en forma de potencia y calcula su valor.

- a) $10 \cdot 10 \cdot 10$ b) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

REFLEXIONA

19 Escribe, si se puede, en forma de potencia.

- a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ c) $5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$
b) $5 \cdot 5 \cdot 4$ d) $1 \cdot 4 \cdot 4$

5

Operaciones
con potencias

Las potencias cumplen una serie de propiedades, independientemente de cuál sea el valor de la base y del exponente.

5.1 Producto de potencias de la misma base

Para **multiplicar** dos o más **potencias** de la misma base, se mantiene la misma base y se suman los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

EJEMPLOS

11 Escribe estos productos de potencias como una sola potencia.

a) $3^2 \cdot 3^4$

b) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$

Se puede resolver de dos formas:

1.^a Aplicando la definición de las potencias:

a) $3^2 \cdot 3^4 = \underbrace{3 \cdot 3}_{2 \text{ veces}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ veces}} = 3^6$

b) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 = \underbrace{2 \cdot 2}_{2 \text{ veces}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ veces}} \cdot 2 = 2^6$

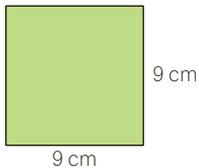
2.^a Aplicando la propiedad del producto:

a) $3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

b) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 = 2^{2+3+1} = 2^6$

Vemos que es más práctico utilizar la propiedad indicada, y es como lo vamos a hacer de ahora en adelante.

12 Determina el área de un cuadrado de 9 cm de lado.



$$\begin{aligned} \text{Área} &= \text{lado} \cdot \text{lado} = \\ &= 9 \cdot 9 = 9^2 = 81 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

EJERCICIOS

PRACTICA

20 Escribe como una sola potencia.

a) $7^4 \cdot 7^5$

c) $9^3 \cdot 9^5 \cdot 9^4$

b) $5^3 \cdot 5^3$

d) $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4^4$

21 Halla el valor de estos productos de potencias.

a) $10^4 \cdot 10^5$

b) $10^3 \cdot 10 \cdot 10^2$

APLICA

22 Calcula el número de baldosas de una habitación cuadrada, si cada fila contiene 14 baldosas.

REFLEXIONA

23 Completa el exponente que falta.

a) $6^7 \cdot 6^{\square} = 6^9$

b) $5^2 \cdot 5^{\square} \cdot 5^7 = 5^{12}$

Para que se puedan aplicar estas dos propiedades:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

las potencias han de tener la misma base.



5.2 Cociente de potencias de la misma base

Para **dividir** dos **potencias** con la misma base, se mantiene la misma base y se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

EJEMPLO

13 Calcula el cociente de potencias $3^5 : 3^2$.

Se puede resolver de dos formas:

1.^a Aplicando la definición de las potencias:

$$3^5 : 3^2 = \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)}_{5 \text{ veces}} : \underbrace{(3 \cdot 3)}_{2 \text{ veces}} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$$

2.^a Aplicando la propiedad del cociente:

$$3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$$

5.3 Potencias de exponente 1 y 0

- Una potencia de exponente 1 es igual a la base $\rightarrow a^1 = a$.
- Una potencia de exponente 0 es igual a 1 $\rightarrow a^0 = 1$.

EJEMPLOS

14 Calcula $5^4 : 5^3$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Dividiendo: } 5^4 : 5^3 = \frac{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}{4 \text{ veces}} : \frac{(5 \cdot 5 \cdot 5)}{3 \text{ veces}} = 5 \\ \text{Propiedad: } 5^4 : 5^3 = 5^{4-3} = 5^1 \end{array} \right\} \rightarrow 5^1 = 5$$

15 Calcula $5^3 : 5^3$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Dividiendo: } 5^3 : 5^3 = \frac{(5 \cdot 5 \cdot 5)}{3 \text{ veces}} : \frac{(5 \cdot 5 \cdot 5)}{3 \text{ veces}} = 1 \\ \text{Propiedad: } 5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0 \end{array} \right\} \rightarrow 5^0 = 1$$

EJERCICIOS

PRACTICA

24 Halla el resultado de estos cocientes de potencias.

- a) $7^8 : 7^5$ c) $9^7 : 9^5$
b) $20^6 : 20^6$ d) $12^7 : 12^6$

25 Calcula el valor de las potencias.

- a) 15^1 b) 14^0

APLICA

26 Calcula.

- a) $(3^4 : 3^2) \cdot 3^3$ b) $(5^6 \cdot 5^2) : 5^7$

REFLEXIONA

27 Completa el exponente que falta.

- a) $7^{\square} : 7^3 = 7^5$ b) $8^6 : 8^{\square} = 8^3$

5.4 Potencia de una potencia

Para elevar **una potencia a otra potencia**, se mantiene la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

EJEMPLO

- 16 Escribe como una sola potencia $(4^3)^2$.

Se puede hacer de dos formas:

1.^a Aplicando la definición de las potencias: $(4^3)^2 = 4^3 \cdot 4^3 = 4^{3+3} = 4^6$

Producto de potencias con la misma base

2.^a Aplicando la propiedad de la potencia de una potencia: $(4^3)^2 = 4^{3 \cdot 2} = 4^6$

5.5 Potencia de una multiplicación y una división

- La **potencia de una multiplicación** es igual al producto de las potencias de sus factores.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- La **potencia de una división** es igual al cociente de las potencias del dividendo y el divisor.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

EJEMPLO

- 17 Calcula. a) $(4 \cdot 2)^3$ b) $(8 : 2)^3$

Se puede resolver de dos formas:

1.^a Aplicando la definición de las potencias:

a) $(4 \cdot 2)^3 = (4 \cdot 2) \cdot (4 \cdot 2) \cdot (4 \cdot 2) = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

b) $(8 : 2)^3 = (8 : 2) \cdot (8 : 2) \cdot (8 : 2) = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

2.^a Aplicando las propiedades de la potencia de una multiplicación y una división:

a) $(4 \cdot 2)^3 = 4^3 \cdot 2^3 = 64 \cdot 8 = 512$

b) $(8 : 2)^3 = 8^3 : 2^3 = 512 : 8 = 64$

Utilizando esta propiedad en sentido inverso:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

se pueden simplificar los cálculos:

$$5^4 \cdot 2^4 = (5 \cdot 2)^4 = 10^4$$

$$6^3 : 2^3 = (6 : 2)^3 = 3^3$$



EJERCICIOS

PRACTICA

- 28 Calcula.

a) $(2^4)^3$ b) $(6^3)^5$ c) $(14 \cdot 16)^5$ d) $(216 : 24)^3$

APLICA

- 29 Expresa como una sola potencia.

a) $(3^2)^5 \cdot (3^4)^2$ b) $(5^3)^4 : (5^2)^3$

- 30 Expresa como producto o cociente de potencias.

a) $(3 \cdot 2)^4 \cdot (3 \cdot 2)^5$ b) $(14 \cdot 5)^7 : (14 \cdot 5)^4$

REFLEXIONA

- 31 Sustituye las letras por su valor para que se cumpla la igualdad.

a) $(3^5)^n = 3^{25}$ b) $(12^n)^6 = 12^{18}$ c) $(8^3)^n = 8^6$

6 Raíces cuadradas

CALCULADORA



Para hallar una raíz cuadrada con la calculadora utilizamos la tecla $\sqrt{\quad}$.

$\sqrt{361} \rightarrow 361$ $\sqrt{\quad}$ 19

$\sqrt{1296} \rightarrow 1296$ $\sqrt{\quad}$ 36

Como $\sqrt{a} = b$ cuando $b^2 = a$, decimos que la raíz cuadrada es la operación inversa de elevar al cuadrado.



6.1 Raíz cuadrada exacta

La **raíz cuadrada exacta** de un número a es otro número b tal que, al elevarlo al cuadrado, obtenemos el número a .

$$\sqrt{a} = b, \text{ cuando } b^2 = a$$

Llamamos **radicando** al número a , $\sqrt{\quad}$ es el símbolo de la raíz y decimos que b es la raíz cuadrada de a .

Símbolo de raíz $\rightarrow \sqrt{a} = b \leftarrow$ Raíz
 \uparrow
 Radicando

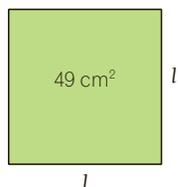
A los números cuya raíz cuadrada es exacta se les denomina **cuadrados perfectos**.

EJEMPLOS

18 Halla las raíces de los siguientes cuadrados perfectos.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $\sqrt{1} = 1$ porque $1^2 = 1$ | h) $\sqrt{64} = 8$ porque $8^2 = 64$ |
| b) $\sqrt{4} = 2$ porque $2^2 = 4$ | i) $\sqrt{81} = 9$ porque $9^2 = 81$ |
| c) $\sqrt{9} = 3$ porque $3^2 = 9$ | j) $\sqrt{100} = 10$ porque $10^2 = 100$ |
| d) $\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$ | k) $\sqrt{121} = 11$ porque $11^2 = 121$ |
| e) $\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$ | l) $\sqrt{144} = 12$ porque $12^2 = 144$ |
| f) $\sqrt{36} = 6$ porque $6^2 = 36$ | m) $\sqrt{169} = 13$ porque $13^2 = 169$ |
| g) $\sqrt{49} = 7$ porque $7^2 = 49$ | n) $\sqrt{196} = 14$ porque $14^2 = 196$ |

19 El área de un cuadrado es 49 cm^2 . ¿Cuánto mide el lado?



$$\left. \begin{array}{l} \text{Área} = l \cdot l = l^2 \\ \text{Área} = 49 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} \rightarrow l^2 = 49 \rightarrow l = \sqrt{49} = 7$$

El lado mide 7 cm.

EJERCICIOS

PRACTICA

32 Comprueba si estas raíces cuadradas están bien resueltas.

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| a) $\sqrt{225} = 15$ | c) $\sqrt{1000} = 100$ |
| b) $\sqrt{255} = 16$ | d) $\sqrt{40000} = 200$ |

33 Halla con tu calculadora.

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{289}$ | c) $\sqrt{15625}$ |
| b) $\sqrt{10000}$ | d) $\sqrt{135424}$ |

APLICA

34 Calcula el lado de un cuadrado de 400 cm^2 de área.

REFLEXIONA

35 ¿Puede existir algún cuadrado perfecto que acabe en las siguientes cifras?

- | | |
|------|------|
| a) 2 | c) 4 |
| b) 3 | d) 7 |

6.2 Raíz cuadrada entera

Si el radicando de una raíz no es un cuadrado perfecto, la raíz cuadrada no es exacta. En ese caso, hablamos de raíz cuadrada entera.

La **raíz cuadrada entera** de un número a es el mayor número b cuyo cuadrado es menor que a .

El **resto** de la raíz entera es la diferencia entre el radicando a y el cuadrado de la raíz entera b .

$$\text{Resto} = a - b^2$$

EJEMPLOS

20 Calcula la raíz entera de 39.

El número 39 no es un cuadrado perfecto, porque no existe ningún número cuyo cuadrado sea igual a 39.

Buscamos el mayor número cuyo cuadrado se aproxime a 39:

$$4^2 = 16 \text{ y } 16 < 39$$

$$5^2 = 25 \text{ y } 25 < 39$$

$$6^2 = 36 \text{ y } 36 < 39$$

$$7^2 = 49 \text{ y } 49 > 39$$

Decimos que la raíz cuadrada entera de 39 es 6, y lo escribimos $\sqrt{39} \approx 6$.

$$\text{Resto} = 39 - 6^2 = 39 - 36 = 3$$

21 Hay 21 cuadraditos iguales. ¿Cuántos cuadraditos tendrá el lado del mayor cuadrado que podemos formar con ellos?

La superficie será, como máximo, de 21 cuadraditos:

$$\text{Área} = 21 \rightarrow l \cdot l = 21 \rightarrow l^2 = 21 \rightarrow l = \sqrt{21}$$

Como 21 no es un cuadrado perfecto, hay que buscar el mayor número cuyo cuadrado se aproxime a 21:

$$\left. \begin{array}{l} 4^2 = 16 \text{ y } 16 < 21 \\ 5^2 = 25 \text{ y } 25 > 21 \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt{21} \approx 4$$

Es decir, el lado del mayor cuadrado que podemos formar estará compuesto por 4 cuadraditos, y sobrarán:

$$\text{Resto} = 21 - 4^2 = 21 - 16 = 5 \text{ cuadraditos}$$

CALCULADORA

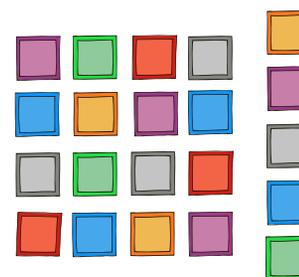


Si intentamos hallar con la calculadora la raíz cuadrada de un número que no es un cuadrado perfecto, obtendremos un número decimal.

El número que aparece a la izquierda del punto es la raíz cuadrada entera.

$$187 \sqrt{\quad} \quad 13.674794$$

La raíz entera de 187 es 13.



EJERCICIOS

PRACTICA

36 Comprueba si estas raíces enteras están bien resueltas.

a) $\sqrt{37} \approx 7$ d) $\sqrt{20} \approx 5$ g) $\sqrt{50} \approx 7$

b) $\sqrt{18} \approx 4$ e) $\sqrt{30} \approx 5$ h) $\sqrt{60} \approx 8$

c) $\sqrt{92} \approx 8$ f) $\sqrt{40} \approx 7$ i) $\sqrt{23} \approx 8$

37 Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.

a) 103 b) 119 c) 87 d) 77 e) 66 f) 55

APLICA

38 Completa: $\sqrt{23} = \square$ y resto = 7.

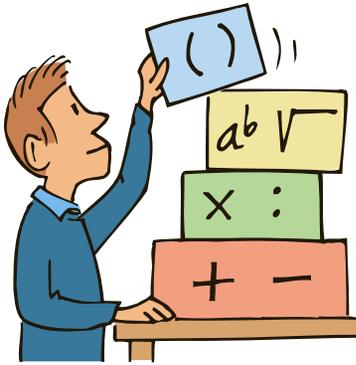
39 ¿Es posible colocar 32 botones formando un cuadrado? ¿Por qué?

REFLEXIONA

40 Escribe todos los números que tengan como raíz entera 5. ¿Cuántos números hay? ¿Cuántos números tendrán como raíz entera 6? ¿Y 7?

7

Jerarquía de las operaciones



Cuando en una expresión aparecen **operaciones combinadas**, el orden en el que se realizan las operaciones es el siguiente:

- 1.º Las operaciones que hay entre paréntesis y corchetes.
- 2.º Las potencias y las raíces.
- 3.º Las multiplicaciones y las divisiones, de izquierda a derecha.
- 4.º Las sumas y las restas, de izquierda a derecha.

EJEMPLOS

22 Calcula las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 10 + 3 \cdot 7 - 14 : 7 = \\ & = 10 + 21 - 2 = \\ & = 31 - 2 = \\ & = 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 5 \cdot (16 - 9) + 3 \cdot (4 : 2) : 2 = \\ & = 5 \cdot 7 + 3 \cdot 2 : 2 = \\ & = 35 + 6 : 2 = \\ & = 35 + 3 = 38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \sqrt{25} + 3^2 \cdot 2 - 2^4 : 4 = \\ & = 5 + 9 \cdot 2 - 16 : 4 = \\ & = 5 + 18 - 4 = \\ & = 23 - 4 = \\ & = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \sqrt{36} : 3 \cdot (3^2 - 5) + 4^2 \cdot (\sqrt{16} - 2) : 2 = \\ & = \sqrt{36} : 3 \cdot (9 - 5) + 4^2 \cdot (4 - 2) : 2 = \\ & = \sqrt{36} : 3 \cdot 4 + 4^2 \cdot 2 : 2 = \\ & = 6 : 3 \cdot 4 + 16 \cdot 2 : 2 = \\ & = 2 \cdot 4 + 32 : 2 = \\ & = 8 + 16 = 24 \end{aligned}$$

23 Resuelve estas operaciones combinadas con potencias y raíces.

$$\text{a) } \sqrt{144} : (4^2 - 2^2) = \sqrt{144} : (16 - 4) = \sqrt{144} : 12 = 12 : 12 = 1$$

$$\text{b) } (\sqrt{81} - 3) : (\sqrt{25} + 1) = (9 - 3) : (5 + 1) = 6 : 6 = 1$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & [(\sqrt{49} - 4) + (1 + \sqrt{25})] : (\sqrt{81} - 6) = [(7 - 4) + (1 + 5)] : (9 - 6) = \\ & = (3 + 6) : 3 = 9 : 3 = 3 \end{aligned}$$

EJERCICIOS

PRACTICA

41 Calcula.

- | | |
|--|----------------------------------|
| a) $7 \cdot 4 - 12 + 3 \cdot 6 - 2$ | g) $(5^2 - 1) : \sqrt{144}$ |
| b) $(11 - 7) \cdot 4 + 2 \cdot (8 + 2)$ | h) $\sqrt{16} \cdot (2^3 - 1)$ |
| c) $3 \cdot (14 + 12 - 20) : 9 + 2$ | i) $5^2 + \sqrt{81} : 3$ |
| d) $6^3 - 5 \cdot (3^3 - 2)$ | j) $4^2 - \sqrt{25} : 5$ |
| e) $(12 + \sqrt{9}) : \sqrt{25}$ | k) $\sqrt{81} : (\sqrt{16} + 5)$ |
| f) $(\sqrt{9} - \sqrt{4}) \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{4})$ | l) $\sqrt{196} : (2^2 + 3)$ |

APLICA

42 Si el área de un cuadrado de 3 cm de lado fuera cuatro veces mayor, ¿cuánto mediría el lado?

REFLEXIONA

43 Determina los errores que se han cometido en la resolución de esta operación, y corrígelos.

$$\begin{aligned} \sqrt{4} \cdot 4 + 12 : (6 - 2^2) &= 2 \cdot 4 + 12 : (6 - 4) = \\ &= 2 \cdot 16 : 2 = 2 \cdot 8 = 16 \end{aligned}$$

8

Aproximaciones de números naturales

Aproximar un número es sustituirlo por otro número cercano a él. Dos métodos para aproximar un número son el truncamiento y el redondeo.

8.1 Aproximación por truncamiento

Truncar un número a un cierto orden es sustituir por ceros las cifras de los órdenes inferiores a él.

EJEMPLO

- 24 Trunca a las centenas el número 18271.

$$18271 \rightarrow \text{TRUNCAMIENTO} = 18200$$

8.2 Aproximación por redondeo

Para **redondear** un número a un cierto orden:

- Si la cifra siguiente a la cifra del orden considerado es mayor o igual que 5, aumentamos esta última en una unidad y truncamos el resto.
- Si es menor, la mantenemos igual y truncamos el resto.

EJEMPLOS

- 25 Redondea a los órdenes indicados el número 23749.

a) A las centenas. $23749 \xrightarrow{4 < 5} \text{REDONDEO} = 23700$

b) A las decenas. $23749 \xrightarrow{9 > 5} \text{REDONDEO} = 23750$

- 26 Expresa de forma aproximada los precios de la casa y el coche.



La casa cuesta unos 100000 €.



El coche cuesta unos 13000 €.

En general, redondear es más exacto que truncar.



EJERCICIOS

PRACTICA

- 44 Trunca a las decenas.

a) 12349 b) 435677

- 45 Redondea estos números a las decenas de millar.

a) 24760 b) 56822

APLICA

- 46 Escribe dos números que, truncados a las centenas, den como resultado 9300.

REFLEXIONA

- 47 Si aproximamos el número 15723 a 16000, ¿hemos redondeado o truncado?

COMPRENDE ESTAS PALABRAS

Sistema de numeración decimal

D. Millar	U. Millar	Centena	Decena	Unidad
3	5	1	4	2
30000	5000	100	40	2

Sistema de numeración romano

I = 1 V = 5 X = 10 L = 50
 C = 100 D = 500 M = 1000

Multiplicación $34 \cdot 2 = 68$
 Factores Producto

División

Dividendo $\rightarrow 25 \overline{) 3}$ Divisor
 Resto $\rightarrow 1 \quad 8$ Cociente

Potencia

$14^5 = 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 14$
 Base Exponente 5 veces

Raíz cuadrada

$\sqrt{9} = 3$, porque $3^2 = 9$
 Símbolo de raíz $\rightarrow \sqrt{9} = 3$ Raíz
 Radicando



HAZLO DE ESTA MANERA

1. ESCRIBIR NÚMEROS ROMANOS

Expresa como números romanos.

a) 511 b) 49 c) 827 d) 65306

- Si el número es menor que 4000.

PRIMERO. Descomponemos el número.

- a) $511 = 500 + 10 + 1$
- b) $49 = 40 + 9$
- c) $827 = 800 + 20 + 7$

SEGUNDO. Transformamos cada sumando de la descomposición en números romanos.

- Si la cifra es 1 o 5, existe una letra que representa el sumando.
 - a) $511 \rightarrow D + X + I \rightarrow DXI$
- Si la cifra es 4 o 9, se aplica la regla de la sustracción.
 - b) $49 \rightarrow XL + IX \rightarrow XLIX$
- Si es otra cifra, se aplica la regla de la suma.
 - c) $827 \rightarrow DCCC + XX + VII \rightarrow DCCCXXVII$

- Si el número es mayor o igual que 4000.

PRIMERO. Escribimos el número en dos partes: unidades, decenas y centenas por un lado, y el resto por otro.
 d) $65306 = 65 \quad 306$

SEGUNDO. Transformamos los dos números en números romanos, aplicando al primero la regla de la multiplicación.

d) $65 \quad 306 \rightarrow \overline{LXV} \quad \overline{CCCVI} \rightarrow \overline{LXVCCCVI}$

2. CALCULAR UN PRODUCTO O COCIENTE DE POTENCIAS

Expresa, si se puede, con una sola potencia.

- a) $6^7 \cdot 6^5$ c) $6^7 \cdot 2^7$ e) $6^7 \cdot 2^5$
 b) $6^7 : 6^5$ d) $6^7 : 2^7$ f) $6^7 : 2^5$

PRIMERO. Estudiamos si son iguales las bases o los exponentes de las potencias.

- a) y b) 6^7 y $6^5 \rightarrow$ La base de las dos potencias es la misma, 6.
- c) y d) 6^7 y $2^7 \rightarrow$ Las bases son distintas, pero los exponentes iguales, 7.
- e) y f) 6^7 y $2^5 \rightarrow$ No son iguales las bases ni los exponentes.

SEGUNDO.

- Si las bases son iguales, sumamos o restamos los exponentes.
 - a) $6^7 \cdot 6^5 = 6^{7+5} = 6^{12}$
 - b) $6^7 : 6^5 = 6^{7-5} = 6^2$
- Si las bases no son iguales, pero los exponentes sí, multiplicamos o dividimos las bases.
 - c) $6^7 \cdot 2^7 = (6 \cdot 2)^7 = 12^7$
 - d) $6^7 : 2^7 = (6 : 2)^7 = 3^7$
- Si no son iguales las bases ni los exponentes, no se puede expresar como una sola potencia.
 - e) $6^7 \cdot 2^5 = 6^7 \cdot 2^5$
 - f) $6^7 : 2^5 = 6^7 : 2^5$



3. CALCULAR LA RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO

Calcula.

a) $\sqrt{144}$ b) $\sqrt{24}$

PRIMERO. Buscamos el mayor número cuyo cuadrado sea menor o igual que el radicando.

a) $10^2 = 100$ y $100 < 144$

$11^2 = 121$ y $121 < 144$

$12^2 = 144$

b) $3^2 = 9$ y $9 < 24$

$4^2 = 16$ y $16 < 24$

$5^2 = 25$ y $25 > 24$

SEGUNDO. Determinamos si la raíz es exacta o entera.

• Si el cuadrado de ese número es igual al radicando, la raíz es exacta.

a) $\sqrt{144} = 12$, porque $12^2 = 144$.

• Si el cuadrado de ese número es menor que el radicando, la raíz es entera. El resto es la diferencia entre el radicando y el cuadrado del número.

b) $4^2 = 16$ y $16 < 24$

$\sqrt{24} \approx 4$ y su resto es:

Resto = $24 - 4^2 = 24 - 16 = 8$

4. REALIZAR OPERACIONES COMBINADAS

Resuelve: $10^2 \cdot (6^2 - 26) : \sqrt{25} - \sqrt{100} : (2^4 - 6) =$

$= 10^2 \cdot (36 - 26) : \sqrt{25} - \sqrt{100} : (16 - 6) =$

$= 100 \cdot 10 : 5 - 10 : 10 =$

$= 1000 : 5 - 10 : 10 =$

$= 200 - 1 = 199$

PRIMERO. Resolvemos los paréntesis y corchetes.

SEGUNDO. Calculamos las potencias y raíces.

TERCERO. Efectuamos las multiplicaciones y divisiones en el orden en el que aparecen.

CUARTO. Resolvemos las sumas y restas.

Y AHORA... PRACTICA

Comprende estas palabras

- Escribe un número de cuatro cifras que tenga las mismas unidades de millar que decenas y una unidad más que centenas.
- Completa las expresiones para que sean ciertas.
a) $8 \cdot \square = 88$ b) $3 \cdot \square = 42$
- En una división, el dividendo es 1436, el divisor es 27 y el cociente es 53. Calcula el resto.
- Expresa en forma de potencia, si se puede.
a) $17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$ b) $13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 12$

Escribir números romanos

- Expresa en números romanos.
a) 3 c) 89 e) 670 g) 4989
b) 42 d) 135 f) 999 h) 17004

Calcular un producto o cociente de potencias

- Expresa, si se puede, con una sola potencia.
a) $8^5 : 4^5$ c) $14^6 \cdot 2^3$ e) $18^3 : 3^6$
b) $7^4 \cdot 7^3$ d) $21^4 \cdot 2^4$ f) $123^{11} : 123^5$

Calcular la raíz cuadrada de un número

- ¿Es $\sqrt{81}$ una raíz exacta?
- Calcula la raíz entera de 32.
- Determina el resto de la raíz de 18.

Realizar operaciones combinadas

- Resuelve estas operaciones.
a) $7 \cdot (8 - 3) : 5 + 12$
b) $27 : (9 - 6) - 3 \cdot 4 : 6$
c) $3^2 : (\sqrt{25} - 2) + 16 \cdot (5^2 - 5)$

Actividades

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

48. ● Indica el valor posicional que tiene la cifra 1 en estos números.
 a) 122 578 c) 1 432 000
 b) 438 231 d) 32 181 120
49. ● Indica el valor posicional de todas las cifras de estos números.
 a) 987 654 d) 3004 005
 b) 656 565 e) 8080 008
 c) 887 787 f) 2222 222
50. ●● Un número capicúa de cuatro cifras tiene 5 centenas y 3 unidades. ¿De qué número se trata?
51. ●● Si sumamos dos números de tres cifras, ¿el resultado tiene siempre tres cifras? ¿Y si los restamos? Explica tu razonamiento.
52. ● Escribe las siguientes cantidades en números romanos.
 a) 167 c) 99
 b) 3 107 d) 909
53. ● Expresa en números romanos estas cantidades.
 a) 166 f) 2 106
 b) 49 g) 911
 c) 2 654 h) 5 487
 d) 45 123 i) 82 775
 e) 449 j) 136 821
54. ● Expresa en el sistema de numeración decimal estos números romanos.
 a) XXVI c) MCCXXV
 b) DCXLVI d) DXXX
55. ●● Expresa los siguientes números romanos en el sistema de numeración decimal.
 a) $\overline{\text{XIX}}$ c) $\overline{\text{MMCCIX}}$
 b) $\overline{\text{CDXL}}$ d) CMXC
56. ● Expresa en el sistema de numeración decimal.
 a) XLVI f) $\overline{\text{IVCDXXX}}$
 b) CXCII g) DCCXCIII
 c) CMXXXIV h) $\overline{\text{MMCCII}}$
 d) XXXIV i) $\overline{\text{XCXL}}$
 e) $\overline{\text{MMMDLXXX}}$ j) MXXIX

OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

57. ● Aplica la propiedad distributiva y calcula.
 a) $6 \cdot (11 + 4)$ d) $15 \cdot (20 - 7 - 8)$
 b) $25 \cdot (37 - 12)$ e) $(20 + 14 - 15) \cdot 17$
 c) $8 \cdot (17 + 12 + 10)$ f) $(18 + 3 - 2) \cdot 5$
58. ● Completa la tabla.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
173	3		
267	4		
1329	9		

59. ● Halla el cociente y el resto de $45\,456 : 22$. Realiza la prueba de la división.

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA UN TÉRMINO DE LA DIVISIÓN CONOCIENDO LOS DEMÁS?

60. Sin realizar la división, halla el resto de $453 : 23$, si el cociente es 19.

PRIMERO. Se sustituye cada letra por su valor en la prueba de la división.

$$D = d \cdot c + r$$

$$453 = 23 \cdot 19 + r \rightarrow 453 = 437 + r$$

SEGUNDO. El resto es un número tal que, al sumarlo a 437, da 453.

$$r = 453 - 437 = 16. \text{ El resto de la división es 16.}$$

61. ●● El dividendo de una división es 1 512, el divisor es 8 y el cociente es 189. Halla el resto sin efectuar la división.
62. ●● Sin realizar la división, indica cuáles de estas divisiones son exactas.
 a) $D = 6099$ $d = 19$ $c = 321$ $r = ?$
 b) $D = 986$ $d = 17$ $c = 58$ $r = ?$
63. ●●● El dividendo de una división es 1 349, el divisor es 27 y el resto es 26. Halla el cociente sin efectuar la división.
64. ●●● El dividendo de una división es 5 623, el cociente es 122 y el resto es 11. Calcula el divisor sin efectuar la división.

POTENCIAS

65. ● Escribe como producto de factores.
a) 4^3 b) 10^4 c) 27^2 d) 102^5
66. ● Expresa estas multiplicaciones en forma de potencia, si se puede.
a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
b) $37 \cdot 37$
c) $4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 14 \cdot 4$
d) 25
67. ● Indica cuál es la base y el exponente.
a) 2^8 Base = Exponente =
b) 3^{12} Base = Exponente =
68. ● Expresa con números.
a) Once a la quinta. b) Nueve a la cuarta.
69. ● Escribe cómo se leen estas potencias.
a) 12^3 b) 7^4 c) 21^2 d) 14^{12}
70. ●  Calcula las siguientes potencias.
a) 2^8 b) 7^4 c) 9^3 d) 13^1
71. ●  Completa la tabla.
- | | Al cuadrado | Al cubo | A la cuarta |
|----|-------------|---------|-------------|
| 9 | | | |
| 11 | | | |
72. ●●●  Completa.
a) $\square^4 = 81$ b) $5^\square = 1$ c) $\square^5 = 32$

OPERACIONES CON POTENCIAS

73. ● Expresa como una sola potencia.
a) $7^2 \cdot 7^3$ b) $11^4 \cdot 8^4$ c) $8^3 \cdot 5^3$ d) $4^5 \cdot 4$
74. ● Escribe como una sola potencia.
a) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3$ c) $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^5$
b) $5^4 \cdot 5 \cdot 5^6$ d) $4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3$
75. ●● Completa.
a) $9^2 \cdot 9^\square = 9^6$ c) $5^\square \cdot 5^3 = 5^8$
b) $2^\square \cdot 2^3 = 2^9$ d) $3^\square \cdot 3^9 = 3^{11}$
76. ●● Completa.
a) $7^4 \cdot 7^\square \cdot 7 = 7^7$ c) $13 \cdot 13^6 \cdot 13^\square = 13^9$
b) $5^\square \cdot 5 \cdot 5^3 = 5^8$ d) $8^3 \cdot 8^5 \cdot 8^\square = 8^{12}$

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE?

77. Escribe 7^9 como producto de dos potencias de igual base.

PRIMERO. Se descompone el exponente como una suma de dos números.

$$9 = 8 + 1 \quad 9 = 7 + 2 \quad 9 = 6 + 3 \dots$$

SEGUNDO. Se expresa la potencia como un producto de potencias con la misma base, y exponentes, los sumandos que se han calculado.

Una solución es: $7^9 = 7^8 \cdot 7^1 = 7^8 \cdot 7$

También es solución: $7^9 = 7^7 \cdot 7^2 \quad 7^9 = 7^6 \cdot 7^3 \dots$

78. ●● Escribe cada potencia como producto de dos potencias de igual base.
a) 8^5 b) 4^6 c) 14^{13} d) 3^9
79. ● Expresa como una sola potencia.
a) $6^8 : 6^3$ b) $2^{15} : 2^7$ c) $6^5 : 3^5$ d) $4^6 : 2^6$
80. ● Expresa como una potencia.
a) $(2^7 : 2^4) : 2^2$ c) $11^5 : (11^6 : 11^3)$
b) $(7^9 : 7^3) : 7^4$ d) $4^3 : (4^5 : 4^2)$
81. ●● Completa.
a) $\square^7 : 5^3 = 5^4$ c) $9^5 : 9^\square = 9^3$
b) $12^\square : 12^6 = 12^9$ d) $3^8 : 3^\square = 3^2$

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE?

82. Escribe 7^9 como cociente de dos potencias de igual base.

PRIMERO. Se expresa el exponente como una resta de dos números.

$$9 = 11 - 2 \quad 9 = 15 - 6 \quad 9 = 20 - 11 \dots$$

En este caso existen varias soluciones.

SEGUNDO. Se expresa la potencia como un cociente de potencias con la misma base, y exponentes, los números que forman la resta que se ha calculado.

Una solución es: $7^9 = 7^{11} : 7^2$

También es solución: $7^9 = 7^{15} : 7^6 \quad 7^9 = 7^{20} : 7^{11} \dots$

83. ●● Escribe cada potencia como cociente de dos potencias de igual base.
 a) 4^{10} b) 7^9 c) 5^3 d) 12^6
84. ● Expresa como una potencia.
 a) $(5^4)^2$ b) $(7^3)^3$ c) $(6^5)^2$ d) $(8^2)^6$
85. ●● Completa.
 a) $(3^2)^\square = 3^6$ c) $(11^\square)^3 = 11^{12}$
 b) $(4^5)^\square = 4^{25}$ d) $(15^\square)^2 = 15^{18}$

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE EXPRESA UNA POTENCIA COMO POTENCIA DE OTRA POTENCIA?

86. Escribe 17^{18} como potencia de una potencia.

PRIMERO. Se expresa el exponente como producto de dos números.

$$18 = 9 \cdot 2 \qquad 18 = 3 \cdot 6 \dots$$

SEGUNDO. Se expresa la potencia como una potencia con la misma base, y exponentes, los factores del producto que se ha calculado.

Una solución es: $17^{18} = (17^9)^2$

También es solución: $17^{18} = (17^3)^6 \dots$

87. ●● Escribe como potencia de una potencia.
 a) 4^9 b) 5^8 c) 12^6 d) 30^{12}
88. ●●● Escribe como producto de una potencia por la potencia de una potencia.
 a) 7^8 b) 12^{12} c) 23^{24} d) 101^{102}
89. ●●● Escribe como cociente de una potencia entre la potencia de una potencia.
 a) 7^8 b) 12^{12} c) 23^{24} d) 101^{102}

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN OPERACIONES COMBINADAS CON POTENCIAS?

90. Calcula $4^3 \cdot (4^9 : (4^2)^3) : 4^5$.

La jerarquía de las operaciones con potencias es la misma que al operar con números naturales.

PRIMERO. Se resuelven los paréntesis.

$$4^3 \cdot (4^9 : (4^2)^3) : 4^5 = 4^3 \cdot (4^9 : 4^{2 \cdot 3}) : 4^5 = 4^3 \cdot (4^9 : 4^6) : 4^5 = \\ = 4^3 \cdot 4^{9-6} : 4^5 = 4^3 \cdot 4^3 : 4^5$$

SEGUNDO. Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.

$$4^3 \cdot 4^3 : 4^5 = 4^{3+3} : 4^5 = 4^6 : 4^5 = 4^{6-5} = 4^1 = 4$$

91. ●● Calcula.
 a) $(3^5 \cdot 3^2) : 3^3$ c) $(8^5 : 8^3) \cdot 8^2$
 b) $4^3 \cdot (4^7 : 4^4)$ d) $7^5 : (7^2 \cdot 7^2)$
92. ●● Resuelve.
 a) $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$ c) $(9^5)^3 \cdot (9^4)^3$
 b) $(7^3)^3 \cdot (7^2)^4$ d) $(11^6)^2 \cdot (11^3)^4$
93. ●● Indica como una sola potencia.
 a) $(6^2)^5 : (6^3)^3$ c) $(10^8)^3 : (10^4)^5$
 b) $(8^7)^2 : (8^3)^4$ d) $(2^9)^2 : (2^3)^5$
94. ●● Calcula las siguientes expresiones.
 a) $3^9 : ((3^2)^5 : 3^7) \cdot 3^3$ b) $(7^2)^3 \cdot (7^5 : 7^2) : (7^2)^4$

RAÍCES CUADRADAS

95. ● Completa.
 a) $35^2 = 1225$, entonces $\sqrt{1225} = \square$
 b) $\sqrt{9025} = 95$, entonces $95^2 = \square$
96. ● Calcula las raíces cuadradas de estos números.
 a) 64 b) 100 c) 169 d) 196
97. ● Completa.
 a) $\sqrt{\square} = 5$ c) $\sqrt{\square} = 15$
 b) $\sqrt{\square} = 9$ d) $\sqrt{\square} = 20$
98. ● Halla la raíz cuadrada entera y el resto.
 a) 83 b) 52 c) 12 d) 131

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA EL RADICANDO DE UNA RAÍZ CONOCIENDO SU RAÍZ ENTERA Y SU RESTO?

99. La raíz entera de un número es 5 y su resto es 10. Halla el radicando.

PRIMERO. En la fórmula que da el resto de una raíz entera se sustituye cada término por su valor.

$$\text{RESTO} = \text{RADICANDO} - (\text{RAÍZ ENTERA})^2 \\ 10 = \text{RADICANDO} - 5^2 \\ 10 = \text{RADICANDO} - 25$$

SEGUNDO. Se busca un número tal que, al restarle 25, dé 10.

$$\text{RADICANDO} = 10 + 25 = 35$$

El número 35 tiene como raíz entera 5 y su resto es 10.

100. ●● Calcula el radicando en cada uno de los siguientes casos.

- a) Raíz entera = 11, resto = 12
b) Raíz entera = 15, resto = 5

101. ●● Halla el resto.

- a) Raíz entera = 12, radicando = 149
b) Raíz entera = 22, radicando = 500

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES

102. ● Resuelve estas operaciones.

- a) $9 \cdot (15 + 4 - 7)$
b) $12 + 4 \cdot (3 + 19)$
c) $55 - 3 \cdot (27 - 9)$
d) $33 + 6 \cdot 5 + 21$

103. ● Calcula.

- a) $15 + (12 + 6) : 3$
b) $31 - (13 + 8) : 7$
c) $4 + 15 : 5 + 17$
d) $42 - (3 + (32 : 4) : 2)$

104. ● Realiza estas operaciones.

- a) $8 \cdot 3 + 36 : 9 + 5$
b) $144 : (24 : 6) + 4 \cdot 7$
c) $48 - 5 \cdot 7 + 9 \cdot 3 - 19$
d) $14 - 21 : 7 + 105 : 5$

105. ● Resuelve.

- a) $42 \cdot 3 - 124 : 4 - (180 : 9) : 5$
b) $(241 - 100 + 44) : 5 + 20 \cdot 7$
c) $7 + 8 \cdot (17 - 5) - 28 : 2$
d) $(12 + 3 \cdot 5) : 9 + 8$

106. ● Calcula el valor de estas expresiones.

- a) $3 \cdot (100 - 90) + 12 \cdot (5 + 2)$
b) $7 \cdot (26 : 2) - (6 : 3) \cdot 6 + 4$
c) $66 : (15 - 9) + 7 \cdot (6 : 2) - 12 : 2$
d) $7 \cdot (4 + 8 - 5) : (12 - 5) + 7 \cdot (8 - 6 + 1)$
e) $3 \cdot (15 : 3 - 2) + (8 + 20) : 4 - 1$
f) $38 - (30 : 6 + 5) \cdot 2 - 6 \cdot 3 : 2$
g) $8 \cdot (28 - 14 : 7 \cdot 4) : (22 + 5 \cdot 5 - 31)$
h) $[200 - 3 \cdot (12 : 4 - 3)] - 6 + 37 - 35 : 7$

107. ● Calcula mentalmente el número que falta.

- a) $3 \cdot 5 + 3 \cdot \square = 60$
b) $13 \cdot 40 - 13 \cdot \square = 260$
c) $15 \cdot \square + 7 \cdot \square - 15 \cdot 6 = 150$

108. ●● Realiza las operaciones combinadas.

- a) $\sqrt{49} + 3 \cdot (12 - 7)$ c) $8 \cdot (12 - 5) + \sqrt{25}$
b) $7 + \sqrt{9} - 18 : 3$ d) $3 + 4 \cdot (\sqrt{36} - 4)$

109. ●● Calcula.

- a) $5^2 \cdot (3 + 28 : 4)$ d) $2^4 \cdot (5 + \sqrt{36} : 3)$
b) $3^4 : \sqrt{9} - 2^2$ e) $4^2 : 2^3 + \sqrt{64} : 2$
c) $3^3 \cdot \sqrt{4} - 4^2$ f) $(\sqrt{81} : 3) \cdot 2^3 - (4^2 + 3)$

110. ●● Efectúa estas operaciones.

- a) $2^4 - 2^3 + 2^2 - 2$ e) $7^2 : (\sqrt{36} + 1) - 2^2$
b) $\sqrt{100} : 5 + 3^3 : 3$ f) $(3^2 - \sqrt{25}) : (4^2 - 12)$
c) $7 \cdot (5 + 3) - 5^2 \cdot \sqrt{4}$ g) $2^5 : [(\sqrt{81} - 3^2) + 4^2]$
d) $12 - 18 : 2 + 4 \cdot \sqrt{121}$ h) $5 \cdot 4^3 - (10^2 : 5^2) + \sqrt{100}$

APROXIMACIONES

111. ● Aproxima, mediante truncamiento, estos números a las centenas y decenas de millar.

- a) 18935 c) 761012
b) 35781 d) 1999999

112. ● Aproxima, mediante redondeo, estos números a las unidades de millar y a las decenas.

- a) 1204 c) 98621
b) 3999999 d) 777777

113. ● Copia esta tabla en tu cuaderno.

	A las decenas	A las centenas
345		
8999		
62000		
125589		
2326001		

- a) Complétala con truncamientos.
b) Complétala con redondeos.

114. ● Realiza las operaciones y aproxima su resultado a las unidades de millar, por truncamiento y redondeo.

- a) $6070 - 1234$ d) $101145 + 14402$
b) $365079 + 89301$ e) $12763 - 10841$
c) $37213 - 15842$ f) $24073 - 391$

115. ●● Escribe tres números cuyo redondeo y truncamiento a las centenas sean el mismo número.

PROBLEMAS CON NÚMEROS NATURALES

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVE UN PROBLEMA EN EL QUE LOS DATOS ESTÁN RELACIONADOS?

116. La factura telefónica del mes pasado fue de 34 €, la de este mes ha sido 5 € más cara y la de hace dos meses fue 4 € menos.
¿A cuánto ha ascendido el gasto en teléfono en los últimos tres meses?

PRIMERO. Se toma el dato conocido del problema.

«El mes pasado» → 34 €

SEGUNDO. Se calculan los demás datos del problema.

«Este mes 5 € más» → $34 + 5 = 39$ €

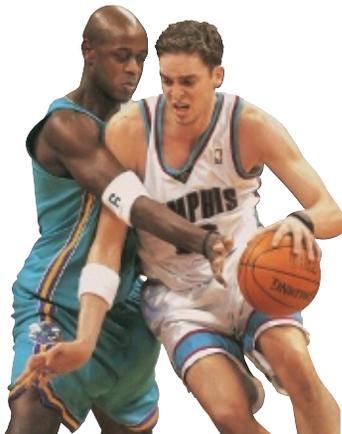
«Hace dos meses 4 € menos» → $34 - 4 = 30$ €

TERCERO. Se resuelve el problema.

$34 + 39 + 30 = 103$ €

El gasto en teléfono ha sido de 103 €.

117. En un partido de baloncesto, los máximos anotadores han sido Juan, Jorge y Mario. Juan ha logrado 19 puntos, Jorge 5 puntos más que Juan y Mario 7 puntos menos que Jorge.
¿Cuántos puntos han obtenido entre los tres?



118. Si ganase 56 € más al mes podría gastar: 420 € en el alquiler de la casa, 102 € en gasolina para el coche, 60 € en la manutención y 96 € en gastos generales, y ahorraría 32 €. ¿Cuánto gana al mes?

119. Mario tiene 11 años y es 4 años menor que su hermana. Entre los dos tienen 19 años menos que su madre. ¿Cuántos años tiene la madre?

120. Se ha enseñado a un grupo de jóvenes a sembrar trigo. El primer día sembraron 125 kilos y el segundo día sembraron el doble de kilos que el primero.
a) ¿Cuántos kilos sembraron el segundo día?
b) ¿Y entre los dos días?

121. Observa estos precios.



- ¿Se pueden adquirir los tres artículos con 900 €?
- ¿Cuál es la cantidad mínima necesaria para comprar los tres artículos?
- ¿Cuánto sobra, con seguridad, si se dispone de 2000 € para comprar los tres artículos?

122. Un generador eléctrico consume 9 litros de gasolina a la hora y una bomba de agua 7 veces más. ¿Cuántos litros consumen entre los dos al cabo de 4 horas?

123. Cada fin de semana Luis recibe 6 € y se gasta 4 €. ¿Cuántas semanas han de pasar hasta que ahorre 18 €?

124. Pedro tiene 79 € para comprar sillas. Sabiendo que cada una cuesta 7 €, ¿cuántas sillas puede comprar? ¿Cuánto le sobra?

125. Una botella de 1 litro de aceite cuesta 3 €. Si la garrafa de 6 litros cuesta 12 €, ¿cuánto dinero nos ahorramos comprando garrafas?

126. Un coche va a 110 km/h y otro a 97 km/h. ¿Cuántos kilómetros le llevará de ventaja el primer coche al segundo al cabo de 9 horas?

127. Vamos a repartir 720 € entre tres personas y se sabe que la primera recibirá 280 €. ¿Cuánto recibirán las otras dos si el resto se reparte en partes iguales?

128. Nacho y Ana están preparando una fiesta y compran 12 botellas de 2 litros de naranja, 12 de limón y 12 de cola.

- ¿Cuántos litros han comprado?
- Si cada botella de 2 litros cuesta 2 €, ¿cuánto dinero se han gastado?

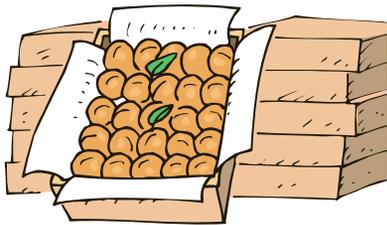
129. En un vivero tienen plantados 1752 pinos.

- Si los venden en grupos de 12 pinos a 4 € cada grupo, ¿cuánto dinero obtienen?
- ¿Cuántos pinos más necesitarían para vender pinos por un valor de 600 €?

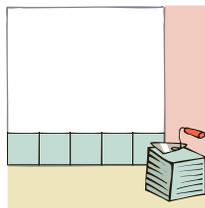
130. ●●● En España cada persona recicla, por término medio, 14 kg de vidrio cada año.
- Si en España hay 40 millones de personas, ¿cuántos kilos de vidrio se reciclan al año?
 - Para reciclar 680 000 000 000 kg, ¿cuántos kilos más debería reciclar cada persona?



131. ●● El tablero del ajedrez es un cuadrado formado por 8 filas, con 8 cuadraditos en cada fila. ¿Cuántos cuadraditos hay en total?
132. ●●  Marta quiere saber cuántos melocotones hay en el almacén. Para ello hace 5 montones con 5 cajas en cada montón, y en cada caja, 5 filas con 5 melocotones en cada fila. ¿Cuántos melocotones hay?



133. ●● Luis acaba de recibir cuatro cajas cuadradas llenas de vasos que debe colocar. La caja tiene cuatro filas y hay cuatro vasos en cada fila. ¿Cuántos vasos tiene que colocar?
134. ●● ¿Cuántos azulejos necesita Jorge para cubrir una pared cuadrada, si en la primera fila ha colocado 5 azulejos?



135. ●●● Una fotografía cuadrada de 16 cm^2 la queremos ampliar en cuatro veces su tamaño. ¿Cuál será la longitud de un lado de la foto?
136. ●●● Para repartir 27 caramelos en bolsas de 4, 5 o 6 caramelos sin que sobre ninguno, ¿cuántas bolsas necesitamos como mínimo?

137. ●●● Tenemos 320 kg de naranjas que se quieren empaquetar en bolsas de 12 kg, 5 kg y 3 kg. ¿Cuántas bolsas se necesitan como mínimo?
138. ●●● Se quieren repartir 31 alumnos en grupos. Cada grupo debe tener al menos 3 alumnos y como máximo 5. ¿Cuántos grupos se pueden formar como mínimo? ¿Y como máximo?

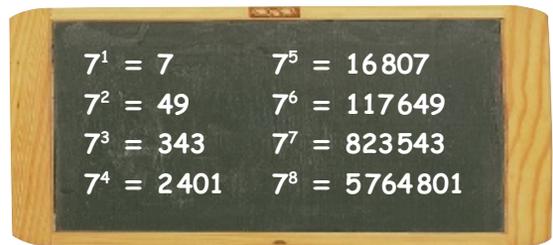
INVESTIGA

139. ●●● Las siguientes operaciones representan una división.
- $19 = 3 \cdot 5 + 4$
 - $19 = 3 \cdot 6 + 1$
- Identifica el dividendo, el divisor, el cociente y el resto.

140. ●●● Creamos un número escribiendo en fila todos los números desde el 1 hasta el 2006. ¿Qué cifra ocupará la posición 2006?



141. ●●● Escribiendo un 3 al comienzo y un 2 al final de cierto número, este aumenta en 37328. ¿De qué número estamos hablando?
142. ●●● Un número capicúa es un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda: por ejemplo, 15951. ¿Cuántos números naturales comprendidos entre 100 y 1000 son capicúas?
143. ●●● Mira estas potencias. ¿En qué cifra acaba 7^{2006} ?



144. ●●● Observa la suma:
 $1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{2006} + 10^{2007}$
 ¿Sabrías decir cuánto suman las cifras de este número?

Pon a prueba tus capacidades

145. ●●● A Sofía le ha llegado este mensaje telefónico.

Sofía no se lo ha creído, pero le ha dado una idea...

En su grupo ecologista quieren hacer una campaña para concienciar a la gente del deterioro de los fondos marinos.



Sofía va a mandar este mensaje a tres amigos. Cada uno de ellos, al día siguiente, mandará el mensaje a otros tres amigos. Así, la cadena no se rompe.



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- ¿Cuántos mensajes enviará Sofía? ¿Y cada uno de sus amigos?
- Si Sofía envía hoy los mensajes, ¿cuándo se enviarán el resto de mensajes?
- ¿Cuántos mensajes se enviarán el tercer día?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- Si falta una semana para el acto y todas las personas mandan sus mensajes, ¿a cuántas personas, como máximo, llegará el mensaje?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- ¿Qué ocurriría si Sofía hubiera mandado solo 2 mensajes? ¿Y si hubieran sido 4? ¿Y 5?

146. ●●● El consejo directivo del Polideportivo NUEVO CENTRO ha decidido incluir publicidad en su campo de hockey.

La pista de hockey tiene una superficie de 800 m^2 , y los bordes de la pista están rodeados por vallas publicitarias. Se propone cobrar una cuota anual de 400 €/m .

Los miembros del consejo directivo quieren calcular el dinero anual que recibirían por la publicidad, pero desconocen las dimensiones exactas de los lados del campo.



A un miembro del consejo se le ha ocurrido una forma de calcularlo, pues el campo de hockey está formado por dos cuadrados iguales.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- ¿Dónde se va a colocar la publicidad?
Haz un gráfico en tu cuaderno y señala la parte del campo de hockey que ocupará la publicidad.
- ¿Cuál es la superficie del campo?
¿Cuáles serán los ingresos del polideportivo anualmente por cada metro de publicidad?
- Dibuja en tu cuaderno un campo de hockey con las características que indica el enunciado.

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- Si alquilan todas las vallas publicitarias del campo, ¿cuánto dinero recibirán anualmente?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- Si el presupuesto para unas obras de reforma que necesitan hacer es de 54000 € , ¿a cuánto tienen que cobrar el metro de publicidad para cubrir los gastos?

Matemáticas con ordenador

Calcula el cociente y el resto de estas divisiones.

- a) $173 : 3$ b) $267 : 4$ c) $1329 : 9$ d) $255 : 11$ e) $32156 : 15$ f) $256 : 16$

1. Copiamos los números en las columnas A y B y con **COCIENTE()** definimos el cociente en C2.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
173		=COCIENTE(A2;B2)	
267	4		
1329	9		
255	11		
32156	15		
256	16		

Cociente
=COCIENTE(A2;B2)

2. Utilizamos la función **RESIDUO()** para definir el resto en la celda D2.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
173	3	57	=RESIDUO(A2;B2)
267	4		
1329	9		
255	11		
32156	15		
256	16		

Resto
=RESIDUO(A2;B2)

3. Copiamos el contenido de la celda C2.

Divisor	Cociente	Resto
3	57	2
4		
9		
11		
15		
16		

Copiar Ctrl+C
Pegar Ctrl+V

4. Lo pegamos en el resto de celdas de su columna.

Divisor	Cociente	Resto
3	57	2
4		
9		
11		
15		
16		

Copiar Ctrl+C
Pegar Ctrl+V
Pegado especial... Ctrl+Mayúscula+V

5. Repetimos el proceso con la celda D2 y las celdas de su columna, y obtenemos el resto de todas las divisiones.



Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
173	3	57	2
267	4	66	3
1329	9	147	6
255	11	23	2
32156	15	2143	11
256	16	16	0

ACTIVIDADES

PRACTICA

- Calcula el cociente y el resto.

a) $1233 : 7$	c) $5555 : 22$
b) $4518 : 13$	d) $6542 : 13$
- Halla los términos que faltan en estas divisiones.

a) Divisor = 25	Cociente = 33	Resto = 2
b) Dividendo = 256	Cociente = 25	

INVESTIGA

- Pon un ejemplo de dividendo y divisor, y calcula el cociente y el resto. Después, multiplica por 2, 3, 4 y 5 el dividendo y el divisor anteriores. Calcula de nuevo los correspondientes cociente y resto. ¿Qué le pasa al cociente y al resto de una división si multiplicamos el dividendo y el divisor por el mismo número?