ACADEMIA PROVINCIAL DE BELLAS ARTES

Una conversación sobre La Matemática

Conferencia dada en la Academia de Bellas Artes de La Coruña
El día 25 de Diciembre de 1904

POR

DON JUAN J. DURÁN-LORIGA

LA CORUÑA

Establecimiento tipográfico de «La Voz de Galicia»
Calle de Santiago, núm. 1.—Teléfono, 1
1905

ACADEMIA PROVINCIAL DE BELLAS ARTES

Una conversación sobre La Matemática

Conferencia dada en la Academia de Bellas Artes de La Coruña
El día 25 de Diciembre de 1904

POR

DON JUAN J. DURAN-LORIGA

LA CORUÑA

Establecimiento tipográfico de «La Voz de Galicia»
Calle de Santiago, núm. 1.—Teléfono, 5
1905

Señoras y Señores:

¿Qué hé de contestar al elocuente discurso que acaba de pronunciar mi excelente amigo y dignísimo presidente de la Academia Provincial de Bellas Artes, señor marqués de San Martín?: que me ha dejado confuso con sus elogios. Ha elegido los mejores colores de su paleta para pintar el cuadro. Me ha ofrecido las más hermosas flores del jardín de la amistad, ha sido en suma presentación de amigo. Le doy sinceras gracias. No merezco ciertamente tales alabanzas, no soy más que un enamorado de la Matemática, que solo con unos cuantos granos de arena, muy pocos por desgracia, hé podido contribuir al hermoso edificio de la ciencia, y basta ya de ocuparme de mí, pero deseo antes de entrar en materia exponeros el motivo de tener hoy el honor de dirigiros la palabra.

Al invitarme el ya citado señor marqués de San Martín, en nombre de la Academia para dar esta conferencia, hube de manifestarle. que aparte otras razones, me impedía el hacerlo, la consideración de que el único tema que yo podria desarrollar, con relativa competencia, es poco apropósito para este sitio donde debería descartarse todo lo que trascienda á aridez aún esforzándose en darle un carácter elemental, familiar, por decirlo así, encajando mejor en estas disertaciones, lo relativo al arte en sus manifestaciones diversas, así como los estudios históricos, geográficos etc. Ante instancias repitidísimas, y por cierto muy agradecidas por mí, era forzoso ceder moviéndome además á ello la simpatía que desde luego siento por esta idea de la Academia, digna del mayor encomio, y que inicia una nueva manifestación de la cultura de mi pueblo natal. Por otra parte he pensado, que entre el arte y la ciencia hay un enlace más íntimo de lo que suele suponerse, teniendo presentes las palabras del gran Leibniz, legitimo orgullo de la nación alemana «El arte es la más sublime manifestación de una aritmética interior é inconsciente». Sea como quiera ya estoy en la brecha y no he de desertar de este puesto de honor. No se me ocultan sin embargo, señores, las dificultades con que tengo que tropezar, ya por el pié obligado de hacer una exposición elemental, ya también por tener que hablar cuando os encuentro sugestionados, y con razón, por las tres brillantísimas conferencias que aquí se han dado, me anima no obstante el pensar que toda persona culta es indulgente y por eso sé que cuento de antemano, no diré con vuestro aplauso pero sí con vuestra benevolencia.

¿Queréis que dé título á esta conferencia? Pues bien, sea éste: «*Una conversación sobre la matemática*».

Mathesis llamaron á esta gran ciencia los griegos, es decir, ciencia por excelencia, y en efecto, ninguna reune tan bien delineados los caracteres que definen una ciencia, es la única que ha podido llevar el glorioso nombre de exacta, su esfera de acción es inmensa, pues siendo su objeto, el estudio de las magnitudes y su medida, (si bien con ciertas condiciones) resulta que casi todo cuanto nos rodea cae bajo su potente dominio, ya traduciendo en fórmulas los fenómenos naturales, ya impulsando el adelanto de las ciencias físicas, ya en fin, caminando dentro de lo abstracto para descubrir verdades que constituyen el honor de la ciencia y una de las formas de la belleza.

No lo dudéis señores, es fruto de la matemática el hermoso trasatlántico que marcha hacia lejanas tierras para llevar, como mensagero de paz y bienandanza, los productos de la agricultura y de la industria, ó el poderoso acorazado que va á vengar ultrajes hechos á la bandera de la Patria, el telégrafo que permite contar en un momento dado las pulsaciones de la humanidad entera, el telescopio que deja examinar el mundo de los astros, ó el microscopio que escudriña los secretos de lo infinitamente pequeño. En leyes matemáticas se traducen así los movimientos que se realizan en los espacios celestes, como los vertiginosos que agitan las moléculas de los cuerpos.

Campea el número en las más bellas odas de Pindaro, en las estátuas de Miguel Angel, en los lienzos de Rafael.

¡Matemática en el cerebro del sabio, matemática en el corazón del poeta, matemática en el cielo, en la tierra, en lo grande, en lo pequeño! ¡En todas partes matemática!

Y es señores, que donde quiera que hay proporción, orden, armonía y belleza, allí aparece flotando la matemática «como el espíritu del Señor flotaba sobre las aguas». Platón lo ha dicho: «Los números gobiernan el mundo». Bien podemos exclamar con Joseph de Maistre: «Suprimid el número y suprimiréis las artes, las ciencias, la palabra y por consiguiente la inteligencia. Restablecedlo y con él aparecerán sus dos hijas celestes, la armonía y la belleza, el grito se hace canto, el ruido ritma, el salto danza, la fuerza dinámica, y las líneas figuras».

Pero aún otra gran ventaja tiene la matemática y es la de proporcionar un acabado modelo de lógica, educa nuestra inteligencia enseñándola á marchar con paso firme por el camino de la verdad, sirve para depurar nuestro juicio como el crisol purifica el oro, además esta reconcentración que naturalmente exige, es en ocasiones medicamento precioso para distraer de grandes penas ó graves preocupaciones.

Cuando el matemático engolfado en sus números, en sus simbolos, fórmulas y figuras, persigue una cuestión dificil, ya relacionada con las ciencias naturales, ora con las ciencias fisicas, ó mejor aún en las serenas regiones de la ciencia pura, le parece ver en el simbolismo que le rodea algo celestial, extrahumano, se siente en relación más íntima con la Divinidad, crée que el mismo Dios guía su mano, reniega como aquel filósofo de la escuela de Alejandría de la materia que envuelve su espíritu y desearía decir, como los sacerdotes y oráculos de la antigua Grecia, á todo lo que le rodea. «¡No hagáis ruido, dejadme oir el murmullo de los Dioses!»

Para que forméis señores una idea de este poderoso instrumento de investigación, que á Dios plugo poner en manos del hombre, voy á citaros un hecho bien palmario, como ninguno sugestivo, me refiero al descubrimiento del planeta Neptuno. Parece natural que se haya hecho con el telescopio; claro? ¡Como que es el instrumento apropiado para registrar el cielo! Pues nada de eso señores, se descubrió con... un papel, un lápiz, y el colosal talento de Le Verrier. Era el año 1846. Las observaciones del planeta Urano, traian á mal traer á los astrónomos, pues las perturbaciones que experimentaba en su marcha le hacían desviarse considerablemente de la elipse de Kepler, no bastando á explicar estas anomalias, la sola presencia de los otros planetas conocidos.

Le Verrier planteó el problema de averiguar que dimensiones y que trayectoria debería describir un astro hipotético para producir las perturbaciones que en Urano se observaban y por medio de un análisis admirable señaló la situación que dicho astro hipotético debía ocupar en el cielo el 1.° de Enero de 1847. El astrónomo Gall, de Berlín, dirige el telescopio al punto señalado por el sabio francés y casi en el mismo sitio descubre el planeta que primero se llamó Le Verrier y despues Neptuno para obedecer á nomenclaturas tradicionaes. Este hecho señores causó en el mundo científico extraordinario asombro y fué una de las pruebas más patentes del enorme poder de la ciencia pura.

Pero si este ejemplo, señores, prueba el enlace admirable de la matemática con las ciencias de observación, existen también relaciones verdaderamente sublimes dentro de la ciencia abstracta. Hay una fórmula que no podría demostraros sin recurrir á la ciencia superior que es una de las más bellas y notables de toda la matemática. Es la siguiente: $e^{\pi\sqrt{-1}}=-1$ No os preocupéis los agenos á la matemática de lo que esto quiere decir en su tecnicismo, pero creedme que tiene toda la belleza de aquellos templos que en tiempo de Ictino y Calicrates se elevaban, á las divinidades Elénicas. En ellas entran en admirable enlace los dos números más notables del análisis matemático, el uno de origen puramente analítico (la base de los logaritmos Neperianos) y el otro geométrico (la razón constante que existe entre toda circunferencia y su diámetro) esta fórmula traduce pues con encantador laconismo, un estrecho abrazo que se dan las dos ramas de la ciencia, el análisis y la geometría, y sirvió para demostrar lo que en su tecnicismo se llama, *la trascendencia* del número π (que como ya he dicho, es la razón constante de la circunferencia al diametro) y con esta consecuencia probar la imposibilidad de la resolución por la geometría elemental del famoso problema de la *cuadratura del circulo,* perseguido en vano durante más de *tres mil años.*

Yo señores veo en esta fórmula en que está ligado el análisis, la geometría, lo real y lo imaginario, una especie de lazo misterioso entre el sér inteligente y su Creador. Me estoy imaginando el momento del aniquilamiento de la tierra, azotada por el huracán, conmovida por el terremoto, anegada por el oceáno, taladrada por el rayo, pulverizada por el choque de otro astro, y á la humanidad entera congregada, no para pronunciar el «Ave Cesar» de los antiguos romanos, grito después de todo, de furia y de rencor, sino el alegre Hosanna de veneración y agradecimiento, y presentando como trofeo de su paso por la tierra la fórmula misteriosa que liga en eterno beso el número y la forma y que quedaría flotando en el espacio y sobreviviendo á todo lo creado. Ha llegado ya el momento de concretar señores, que el tiempo va pasando y no quisiera molestaros con una conferencia muy larga.

Desearía poder daros una idea del enorme patrimonio de la ciencia al finalizar el siglo XIX, ó al menos de las conquistas admirables conseguidas en dicho siglo. Exponeros las bellísimas investigaciones en la teoría de las trasformaciones geométricas, en particular las llamadas de contacto, con su natural repercusión al análisis, en la geometría proyectiva, en metageometría, los difíciles estudios sobre superficies aplicables y superficies mínimas, los trabajos en la teoría de conjuntos, lógica matemática, etc., para que conmigo veneréis los nombres (dejando aparte los antiguos) de Cauchy, Gaus, Chasles, Poncelet, Galois, Silvester Cayley, Sophus Lie, Weierstrass, Kronequer, Hermite, Klein Tilly y tantos otros. Pero esta exposición no solo requeriría varias conferencias, sino cierta preparación matemática más que elemental, y así debo limitarme á ofrecer á vuestra atención asuntos de otra índole, y por otra parte notables ya por su historia, ya por su curiosidad propia y que pueden encajar perfectamente en el plan de estas conferencias.

Trasladémonos señores, en el orden del tiempo, á la mitad del siglo XVII, á aquella época gloriosa para la nación francesa, que gobernada por el tan discutido Luis XIV *el Grande*, ligó su historia á la de casi toda Europa ante la condición varonil de un monarca, que débil, poco instruído, y solo galante cuando mozo, demostró ya á la muerte de Mazarino que llegaría á ser un Rey de grandes energías, cumpliéndose lo que el sagaz prelado adivinaba, apesar de aquella aparente frivolidad, al decir, que había en él «tela de muchos grandes reyes». Pero no es el objeto de esta conferencia el ocuparme de asuntos históricos para lo que reconozco desde luego mi incompetencia, así dejemos desfilar ante nuestra imaginación, sin examinarlos brevemente siquiera, aquellos grandes acontecimientos mundiales que tienen por epílogo, el tratado de Aquisgran, de Nimea, de Utrecht, etc. No hablemos por consiguiente de las espadas vencedoras de los Condé, Duquesne, Turene, Crequi, etc., y echemos tupido velo sobre aquella corte corrompida, donde se unian en triste consorcio, glorias inmarcesibles y la podredumbre del vicio; pero hagamos parada ante el recuerdo de una dama de la corte del célebre Monarca; Ana Genoveva de Borbón, duquesa de Longueville, mujer en verdad bien singular, mezcla de santa y revoltosa, rara unión de languidez extraordinaria y acometividad sin límites, tan dispuesta á dirigir una rebelión armada, como á manejar la diplomacia para conseguir de los *jansenistas*, la transación llamada *paz de Clemente IX* y con sentimientos religiosos bastante arraigados para castigar las faltas de su vida con el donativo de cuantiosas limosnas que mermaban su caudal, y penitencias duras, que daban al traste con su salud.

La célebre hija del príncipe de Condé, gustaba de instruirse conversando con hombres de ciencia, y en cierta ocasión hablaba con el matemático Nicole, tratando éste de convencerla, de que un sencillo razonamiento matemático, bastaría para probar que forzosamente tenía que haber en París más de una persona con el mismo número de cabellos. El razonamiento de Nicole era perfectamente exacto; decía éste, que una vez concedido que el mayor número posible de cabellos sea de 200,000, 300.000, hasta 400.000, exagerando evidentemente el número, al presentarse 400.001 personas, es indudable que dos por lo menos tendrían que estar en las condiciones dichas, puesto que en el caso más desfavorable, podrían tener, la una un cabello, otra dos y así sucesivamente hasta 400.000 ¿y la siguiente? ¿400.001? no, puesto que hemos admitido que el mayor número es de 400 000. Resulta por consiguiente que al haber en Paris mas de 400.000 personas, tenía que realizarse lo que decía el matemático. Parece que la duquesa no pudo jamás entender este razonamiento.

Pero si bien el razonamiento matemático, empleado conforme á las leyes de la lógica, conduce naturalmente al más intimo convencimiento de la verdad, cuando se olvidan estas leyes se puede hacer un falso empleo, y convertir este admirable instrumento de la inteligencia humana, en peligrosa espada de dos filos. No han estado ciertamente libres de cometer groseros errores los más profundos matemáticos. La historia de la ciencia presenta numerosos casos. En otras ocasiones se falsea intencionadamente la lógica para caer en lo que los franceses llaman *pièges* matemáticos, proponiéndose con ellos que el lector explique donde está el error.

Uno de los célebres sofismas es el de *Zenón*, que voy á tener el gusto de exponer.

Retrocedamos 24 centurias y trasladémonos al *siglo de Pericles* en Grecia, aquella época gloriosa, en que bajo el célebre ateniense, alcanzó el arte un explendor cuya narración nos produce emoción extraordinaria, y entusiasmo sin limites, aquella época en que se construia el Odeon, el Partenon, el templo de Eleusis, el Erecteyon....., en que brillaba el divino Fidias, los arquitectos Ictino y Calicrates, los poetas Sófocles y Euripides, el pintor Polignoto, Damón el músico...., en que aquella brillante raza demostraba su pujanza varonil con sus *Juegos Olimpicos*, en los que aparecian los atletas vencedores orlados con corona de olivo y conducidos en triunfo á sus ciudades, y su heroismo en aquellas guerras con los espartanos y los persas, siendo prenda de aquellas épicas jornadas los *largos muros* que unian á *Atenas* con los puertos del *Pireo*.

Pues bien, en esta época á que me refiero, figuraba entre las escuelas filosóficas la llamada eleática, siendo uno de sus discípulos más conspícuos, el famoso *Zenón de Elea*, que se crée fue maestro del gran Pericles. Esta escuela panteista, se encarnaba en una porción de negaciones; negaban la autoridad de los sentidos y de la razón, y hasta negaban el movimiento, que decían envolvía contradicción. En lo que atañe á esto último, sentó *Zenón* el siguiente sofisma: «Un hombre no puede alcanzar á una tortuga que le lleve algunos pasos de delantera, aunque camine con más rapidez que el citado reptil». Hé aquí el razonamiento del filósofo:

Supongamos por ejemplo que el hombre camine con velocidad diez veces mayor que el reptil, y que la distancia que los separa sea de 10 metros (emplando unidades modernas), cuando el hombre haya llegado al punto de partida de la tortuga, esta se habrá separado un metro de aquel punto, al recorrer el hombre ese metro, la tortuga avanza un decimetro, después un centimetro, luego un milimetro y asi sucesivamente, *luego el hombre no alcanza á la tortuga*..

Facil es ver en que consiste el error de este razonamiento: El tiempo que se tardaria *en enunciar* las diversas etapas del camino, es seguramente infinito, pero no asi el camino, ni el tiempo empleado hasta el encuentro: Supongamos que el hombre anda un metro por segundo. El camino recorrido y el tiempo empleado son la suma de los terminos de una *progresión decreciente al infinito* que se prueba en la matemática elemental que es finita, asi se obtiene

$$10 + 1 + 0{,}1 + 0{,}01 + 0{,}001 + \text{- - - - - -}$$
$$= 11{,}1111 \text{- - - -} = 11\ {}^{1}/_{9}$$

el hombre encontraria por consiguiente á la tortuga, á los $11\ {}^{1}/_{9}$ metros del punto de partida del primero, empleando $11\ {}^{1}/_{9}$ segundos.

De otro modo ocurririan los hechos si se plantea este otro problema.

Un movil camina desde un punto A hacia otro B recorriendo cada unidad de tiempo la mitad de la distancia que le separa de B. Entonces á pesar de ser la distancia finita, el tiempo necesario para recorrerla sería infinito, es decir, no llegaría nunca á *B*.

Otra paradoja célebre, es el llamado *problema de la rueda ó de Mairan*. Data de 24 siglos por lo menos, pues ya el gran Aristóteles trató de buscar la explicación, sin haber podido conseguirlo el célebre filósofo griego. Igual dificultad encontró el astrónomo *Galileo* en el siglo XVI, hasta que al fin el célebre literato, físico y matemático *Juan Jacobo Dortons de Mairan* (siglo XVII) pudo encontrar la respuesta á la célebre paradoja. Consiste esta en lo siguiente: Cuando una rueda se mueve sobre un camino recto, al dar una vuelta completa, el recorrido es igual á su desarrollo, si á la vez se considera otra interior concéntrica, también esta dá una vuelta y puede suponerse que se desarrolla sobre un camino igual y paralelo al anterior, *luego la rueda grande tiene el mismo contorno que la pequeña.*

La explicación que dió Mairan es completamente satisfactoria al decir que la rueda pequeña, además del movimiento de rotación, lleva otro de traslación que se une al primero, *per intimá*, en cada instante del trayecto, así es que el recorrido debe ser mayor que su desarrollo

El razonamiento matemático conduce con frecuencia á resultados muy distintos de los que se ven *á priori*, por el inesperto en esta clase de cuestiones. Citaré como ejemplo un problemita clásico: Un cazador encuentra dos pastores y les propone le vendan unos quesos que llevan, el uno tres, y el otro cinco, los comen los tres juntos por igual, al marcharse el hijo de Diana, les entrega á los pastores ocho pesetas. ¿Como deben repartirse estas? *La primera impresión* induce á contestar: Al que dió tres quesos, tres pesetas, y cinco al otro. Nada mas erróneo, la matemática contesta; al primero una peseta y al otro siete, ¿por qué?, pues sencillamente, porque suponiendo los quesos divididos en tres trozos cada uno, el primer pastor dio nueve trozos, y el segundo quince al acervo común, en total 24 trozos, pero habiendo comido ellos ocho cada uno, cedieron al cazador, el primer pastor un trozo, y el segundo siete. La repartición justa del dinero, es pues la que se ha dicho.

Voy ahora señores á hablar algo de una rama de la matemática aplicada, de la mayor importancia, de uso constante en las ciencias de observación, y que entra perfectamente en mi plan, si me límito á su parte elemental. No necesita mi exposición para ser entendida, más que los elementos de la ciencia. No he de utilizar ciertamente las célebres fórmulas de Wallis, de Stirling, de Fourrier, etc., bagaje que sería indispensable, si me remontase á regiones más elevadas y algunas ciertamente de difícil acceso. Me estoy refiriendo al *Cálculo de Probabilidades.*

Constantemente se dice y se repite aún por las personas menos versadas en la ciencia, esto *es muy probable,* esto *no es probable,* esto *es seguro,* etc. etc. Este sentimiento de nuestra conciencia que nos permite emitir juicios sobre hechos que nos son desconocidos, se ha sometido al estudio de la matemática. Las dudas que el *Caballero de Meré,* hombre de gran talento y moralista muy notable, pero no matemático, exponía al gran Pascal hacia la mitad del siglo XVII, sobre hechos que observaba en el juego de los dados, han colocado los primeros jalones de la teoría de que voy á hablar.

Consideremos que en una urna hay tres bolas blancas y tres negras, si extraemos una al azar ¿qué es más probable? ¿qué salga blanca ó negra? sin pedir para nada auxilio á la ciencia un sentimiento intimo de nuestra conciencia nos dice: Puesto que las bolas blancas y negras están en igual número, *la misma razón* hay para que salga blanca que negra. Supongamos ahora que hay cinco blancas y una negra ¿qué es ahora *lo probable* al hacer la extracción? *lo lógico, lo natural* es que salga blanca. Pero aún esto que llamamos *natural* y *lógico* puede imponerse *con más fuerza,* es decir, considerarlo aún más probable. Supongamos que en lugar de seis bolas, hay en la urna un millón, cien millones, un billón, y que todas menos una son blancas; llegamos á ver tan segura la salida de bola blanca, que cualquiera persona de buen juicio, no tendría inconveniente en arriesgar toda su fortuna en aras de su afirmación.

Cuando se trata de hechos del orden moral, ya nuestras afirmaciones son más vagas, unas veces por no poder apreciar claramente las diversas causas, otras, por el estado de nuestro ánimo; lo que creíamos muy probable por la mañana, lo juzgamos difícil por la tarde, sin que nada se haya modificado en los datos de que partimos.

Un suceso que veíamos con optimismo al meternos en cama, se presenta con las negras sombras del pesimismo al despertar del siguiente día, y ¿por qué este cambio? quizás todo obedezca á una digestión difícil ó á una noche de insomnio.

Ahora bien, ¿cómo traduce la matemática en su lenguaje este *más ó menos probable* que se presenta á nuestro juicio? Pues sencillamente, diciendo: «*Se llama probabilidad de un acontecimiento la relación del número de casos favorables al número total de casos, suponiendo todos ellos igualmente posibles,* (esto último es esencial). Así en el primer ejemplo de la urna, los casos favorables á la salida de bola blanca son tres, el total de casos es seis, *todos igualmente posibles,* la probabilidad es pues $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$». En el segundo, la probabilidad es $\frac{5}{6}$ es decir, mayor. Si la urna tuviera las seis bolas negras, sería *imposible* saliese blanca y la probabilidad según la difinición sería $\frac{0}{6}=0$. En cambio si todas las bolas fueran blancas, sería *segura* la salida de bola de esta clase y la probabilidad estaría expresada por $\frac{6}{6}=1$.

Resulta, pues; que las palabras imposible, dudoso, seguro, se traducen por los números 0, $^1/_2$, 1, respectivamente, que *lo improbable* se expresa por números comprendidos entre 0 y $^1/_2$ y lo probable entre $^1/_2$ y 1, y en fin que un suceso va adquiriendo mayor probabilidad, á medida que la relación de casos favorables al total de casos se acerca á la unidad. Resulta por consiguiente que la determinación de la probabilidad, se reduce en último término, á averiguar el total de casos posibles y de éstos los que son favorables al suceso, pero esta investigación sería unas veces muy larga, otras difícil y hasta imposible, sin salirse de lo elemental, y de aqui la necesidad del conocimiento de las diversas teorias, que forman esta parte de la ciencia.

Me limitaré pues, como antes he dicho, á tratar algunos sencillos problemas que son clásicos, y alguno de ellos mostrará los groseros errores en que han caido matemáticos de primer orden. ¡Siempre el hombre, aún el que llamamos *genio*, recibiendo lecciones de humildad!

Consideremos la siguiente cuestión. Se tira dos veces una moneda al aire: ¿Cual es la probabilidad de que salga cara una vez al menos? Representemos la cara por la letra a, y la cruz por b. Las combinaciones posibles en las dos tiradas son evidentemente $a\,a$, $a\,b$, $b\,a$, $b\,b$, las tres primeras son favorables al suceso, luego la probabilidad es $^3/_4$. A pesar de lo evidente que es esto, D'Alembert decía ser la probabilidad $^2/_3$; hé aquí el razonamiento de este hombre eminente: Si sale a á la primera tirada el juego termina, pero si sale b debe tirarse una segunda vez que solo puede dar los dos casos a ó b, luego el número de casos es a, $b\,a$, $b\,b$, de los cuales, dos son favorables al suceso, *luego la probabilidad* es $^2/_3$; el error del gran geómetra consiste en suponer en los dos últimos sucesos la misma probabilidad que en el primero. La probabilidad de obtener a en la primera tirada es indudablemente $^1/_2$, pero la del doble acontecimiento $b\,a$, $b\,b$ es *antes de la tirada* $^1/_2 \times {}^1/_2 = {}^1/_4$, y por consiguiente la que se busca es $^1/_2 + {}^1/_4 = {}^3/_4$ como antes hemos obtenido.

En verdad no se concibe como un hombre de esta talla pudo caer en tal error. Seguramente sabeis quien ha sido

D'Alembert, un colosal geómetra del siglo XVIII, que parece haber nacido para crear en todo.

A este eminente Secretario de la Academia francesa se le deben portentosos descubrimientos. Su tratado de dinámica le colocó entre los primeros geómetras de Europa, dando un método general y directo, al reducir los problemas de movimiento, á cuestiones de equilibrio, es decir convirtiendo la *dinámica* en *estática*.

Como físico, ataca el problema de las cuerdas vibrantes y crea con este motivo un nuevo método de análisis; la teoría tan fecunda de las *ecuaciones á las derivadas parciales*. Como astrónomo, resuelve el problema de *la precesión de los equinocios*, confirmación admirable de la teoría de la gravitación universal, y se muestra *digno sucesor de Newton*, según frases de Condorcet.

Hé aquí una segunda cuestión: Se tira una moneda n veces ¿cual es la probabilidad de que la cara y la cruz se sucedan en un orden determinado? Evidentemente el número de casos posibles es $2 \times 2 \times 2 \times 2$ - - - - - - - - - - (n veces), es decir 2^n y como uno solo es favorable la probabilidad será $\frac{1}{2^n}$. Así por ejemplo; la probabilidad para que tirando una moneda *diez veces*, salga siempre cara, es $\frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024}$.

Consideremos ahora esta otra cuestión. ¿Cuantas veces hay que tirar un dado de seis caras para *que sea probable* salga el punto *6*? Combinándose en las distintas tiradas las seis caras del dado, con las correspondientes á la nueva tirada, resulta que el número total de casos es $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times$ - - - - - - (n veces) esto es 6^n. Si en la combinación no entra el *6* será desfavorable el suceso, luego hay 5^n contrarios, y por consiguiente favorables $6^n - 5^n$. La probabilidad es pues $\frac{6^n - 5^n}{6^n} = 1 - \frac{5^n}{6^n}$. Para $n = 3$ resulta menos que $1/2$, es decir *improbable* salga el punto *6*. Para $n = 4$ se obtiene un resultado mayor que $^1/_2$, es decir, *probable.* Algunas veces se llega al aplicar la teoría á resultados completamente distintos de lo que pudiera verse á *priori.*

Sea, por ejemplo, encontrar la probabilidad para que extrayendo al azar de una urna donde hay m objetos, un cierto número de ellos, este número sea par ó impar. *La primera impresión,* es creer, que esto dependerá del número de números pares ó impares que hay de 1 á m. Así si $m = 3$ parece natural decir; desde 1 á 3 hay dos números impares y uno par (el 2), *la probabilidad para los impares es pues* $^2/_3$, *y* $^1/_3$ *para los pares.* Este razonamiento es inexacto, pues llamando a. b y c los objetos, los casos posibles son $a, b, c, a\,b, a\,c, b\,c, a\,b\,c$, hay pues cuatro grupos impares y tres pares. La probabilidad para los primeros es pues $^1/_7$ y para los segundos $^3/_7$.

Si $m = 4$, entonces parece que hay la misma probabilidad $^1/_2$ para los pares que para los impares, pues desde 1 á 4 hay dos números pares y dos impares. Sin embargo, razonando como antes, se ve que las combinaciones impares son $a, b, c, d, a\,b\,c, a\,b\,d, a\,c\,d, b\,c\,d$, y las pares $a\,b, a\,c, a\,d, b\,c, b\,d, c\,d, a\,b\,c\,d$. Siendo por consiguiente las probabilidades respectivas $\frac{8}{15}$ y $\frac{7}{15}$ es pues más probable que salga un número impar de objetos, que un número par.

Examinemos por último el ejercicio siguiente, que fué el que verdaderamente dió origen á los primeros trabajos sobre la teoría que nos ocupa. ¿Cuantas veces hay que tirar *dos dados* de seis caras para que sea probable salga el doble *6?* Es evidente que las combinaciones en grupos *binarios* de las caras de dos dados son 36, y por tanto, razonando exactamente como en el ejercicio anterior, se obtiene para la probabilidad en n tiradas: $\frac{36^n - 35^n}{36^n} = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$. Para que la probabilidad sea $^1/_2$ resulta $n = 24.605$, luego con 24 tiradas *no es probable* y *si con* 25.

Este resultado le parecía *un verdadero escándalo al Caballero de Meré*, de quien ya hemos hablado, haciendo el siguiente razonamiento:

Si se trata de obtener *6* con un solo dado, hay ventaja en cuatro tiradas; en cambio si se desea alcanzar al *doble 6* con dos dados, hay desventaja en 24 ensayos, *á pesar* de que la relación de 24 á 36 (número de combinaciones con las caras de dos dados) es la misma que la de 4 á 6 (número de caras de un dado). El resultado no tiene nada de extraño, pues el número de combinaciones, ya posibles, ya favorables, no varía proporcionalmente ni al número de caras ni al de tiradas.

Una noción muy importante en la aplicación del cálculo de probabilidades á la *teoría del juego*, es la de la *esperanza matemática*, que viene á ser el producto de la probabilidad de ganar una cierta suma por el importe de esta.

Si un juego es equitativo, la puesta del jugador debe ser igual á la esperanza matemática.

Supongamos como ejemplo, que diez personas tienen iguales derechos sobre una suma de 1.000 pesetas, pueden repartírselas por igual recibiendo cada una 100 pesetas ó *jugarlas* á la suerte dándole á cada uno la probabilidad $\frac{1}{10}$ de obtenerla.

El saber lo que una persona debe poner en un juego equitativo, se reduce, pues, á determinar la esperanza matemática ó *la suma de esperanzas matemáticas*. Consideremos el siguiente juego. Una persona A se compromete, tirando un dado marcado con los números de 1 á 6, á dar á otra B tantas pesetas como indica el número del dado. ¿Cuanto debe poner B en cada tirada? Hay que sumar las esperanzas matemáticas de todos los casos posibles, que se obtienen multiplicando la probabilidad constante $^1/_6$ por los diversos números del dado, que marcan las cantidades que pueden obtenerse. Así el jugador B debe hacer, al ser el juego equitativo puestas de $\frac{1}{6}\left(1+2+3+4+5+6\right)^{\text{pts.}} = 3{,}50$ pesetas.

En la antigua lotería el *estracto simple* daba derecho á 15 veces la puesta, pero si el juego fuese completamente equitativo debía producir 18 veces lo que se arriesgaba:

En efecto, puesto que se sacaban 5 bolas de las 90, la probabilidad del jugador era de $\frac{5}{90}=\frac{1}{18}$, excediendo por consiguiente en $\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$, la esperanza matemática del *banquero*, á la de los puntos.

Hay un célebre problema referente á la cuestión que tratamos llamado problema de *San Petesburgo*, en el que se llega á un resultado á primera vista paradójico, no obstante que el cálculo responde de modo perfectamente riguroso. Este problema fué ideado y resuelto por Daniel Bernoulli. Hé aquí su enunciado: dos personas A y B juegan con las siguientes condiciones; A tira una moneda al aire las veces que sea necesario para que salga *cara*, si ocurre á la primera vez dá una peseta á B y se empieza nueva partida, si la cara hubiese salido á la 2.ª, 3.ª, 4.ª, etc. tirada, daría 2, 4, 8, - - - pesetas á B, y se empieza siempre nueva partida cada vez que sale cara. ¿Cual es la esperanza matemática de B? Dicho de otro modo ¿cuanto debe entregar B á A en cada partida en pago de las ofertas convenidas? El cálculo dice que cualquiera que sea la cantidad que B entregue, aunque esta sea colosal, el juego es para él favorable.

Veamos por qué: B debe recibir, según el número de tiradas que se necesitan en cada partida para que salga *cara*, uno de los términos de la progresión

$$1, 2, 4, 8 \text{ - - - - - - - - - - } 2^n \text{ - - - - -}$$

y las probabilidades correspondientes á cada una de estas sumas son

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \text{ - - - - - } \frac{1}{2^{n+1}} \text{ - - - - -}$$

la esperanza matemática de B es por consiguiente

$$1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}+4\times\frac{1}{8}+\text{ - - - -}$$

es decir infinitas veces un medio, ó sea infinito. Resulta por consiguiente, que cualquiera cantidad que entregue B, aunque sea enorme, el juego llegará á serle favorable, ¿cuando? no puede saberse, será después de cien, mil, un millón, un billon..... de partidas, pero al fin su ganancia es segura. Esto que á primera vista parece absurdo, es rigurosamente exacto, y lo que le hace parecer paradójico, son consideraciones de orden moral. Un juego puede ser equitativo y sin embargo disparatado, bajo el punto de vista moral.

Dos personas poseen cada una cien millones de pesetas, y acuerdan reunir los doscientos millones y jugarlos á *cara* ó *crus.* El uno quedará enormemente rico, el otro pobre; sin embargo la partida fué equitativa aunque deban los dos ser encerrados en una *casa de orates.*

El cálculo de probabilidades predice la ruina de los jugadores.

En efecto: si dos jugadores A y B ponen a y b pesetas respectivamente, y juegan con equidad, el más rico de los dos arruina *probablemente* al otro puesto que estas probabilidades son respectivamente;

$$\frac{a}{a+b} \text{ y } \frac{b}{a+b}$$

Si el jugador B representa al público, b tiende á infinito, y entonces la probabilidad de que gane A tiende á cero, en forma que *teóricamente* su ruina es segura.

Me voy ahora á ocupar señores de otra rama de la matemática que tiene un atractivo especial y que se conoce con el nombre de *Aritmología* ó *Aritmética superior* y también *Teoría de los números.* Se propone, como su nombre indica, estudiar las propiedades del número.

Se encuentran á cada paso dificultades enormes que parecen retos lanzados á la inteligencia humana, y constituye uno de sus grandes encantos el ver que ciertas proposiciones que pueden entenderse y hasta descubrirse (por vía experimental) con poquísimo bagaje científico, se presentan dificílísimas en sus demostraciones, teniendo á veces, que recurrir á las más elevadas doctrinas de la ciencia.

Existe por ejemplo el llamado *Ultimo Teorema de Fermat* que dice: la igualdad $a^n + b^n = c^n$ es imposible para $n > 2$ (para $n = 2$ se tiene por ejemplo $3^2 + 4^2 = 5^2$).

Nadie ha podido demostrar este teorema de un modo general. (Hay quien cree que Fermat poseia la demostración) aunque sí en muchos casos particulares venciendo en algunos dificultades enormes. Asi el teorema se demostró primero para los siguientes valores de n: 3, 5, 7, 10, y á su demostración van unidos los nombres ilustres de Euler, Lejeune-Dirichlet Lamé y Legendre. Después Kummer lo demostró para todos los exponentes pares y varios exponentes primos, pero aún quedan muchos exponentes para los cuales falta la demostración, que se persigue desde el siglo XVII.

Otro teorema que se ha resistido á los esfuerzos de los aritmólogos, es el llamado de Golbach que dice: *Todo número par es siempre suma de dos números primos.*

Tampoco se conoce la demostración de este teorema empírico enunciado por Catalan: *Los números 8 y 9 son los únicos consecutivos potencias perfectas.*

Por este tenor hay una porción de teoremas en la Aritmética Superior que han sido hasta ahora inabordables, y cuestiones de otra índole como por ejemplo, *encontrar la forma generadora de los números primos*. Averiguar si pueden existir *números perfectos impares* etc. etc.

Las teorias de la Aritmética superior permiten estudiar propiedades de números que seria imposible escribir según las leyes de la numeración por su enorme número de cifras. Parece que el hombre mira cara á cara al infinito (perdonadme esta hipérbole) y le obliga á rendir pleitesia. Así por ejemplo el número que escrito con la notación potencial se representa así $2^{2^{36}} + 1$ se demuestra *con facilidad* que es divisible por 2748779069441 y sépase que el tal número tiene *veinte mil millones de cifras*, es decir, que si se cogiera una cinta análoga á la del telégrafo *Morse* y de una longitud igual *á la del ecuador terrestre*, aún escribiendo con la letra más menuda que se emplea en los manuscritos ¡sería insuficiente para escribir dicho número!

Aún puedo daros idea de lo colosal que es ese número en forma más sugestiva. Supongamos que se construye una esfera de radio tan grande que la luz emplease en recorrerlo, *un millón, un billón, un trillón de años* si quereis, á pesar de su gran velocidad de *300.000* kilómetros por segundo, y esta esfera se llenase de glóbulos sanguíneos. ¿No os parece que el número de estos sería asombroso por lo grande? Pues creedme, desaparecería por su pequeñez, *sería sin duda alguna despreciable* al lado de $2^{2^{36}}+1$. ¿No encontrais esto grandioso?

Los antiguos geómetras y filósofos estaban verdaderamente enamorados del número. Platon pedía que *su villa ideal* se compusiera de *5.040* ciudadanos libres, porque este número *feliz* (son sus palabras) es divisible por los diez primeros números.

Como consecuencia de los distintos puntos de vista de considerar el número, fué éste recibiendo nombres diversos, alguno de los cuales traduce la manera misteriosa de considerarlos, así había el número *misterioso* de Pitagoras, el *nupcial* de Platón, *mágico* (Persans). En la aritmética de Diofanto aparecen los números *triangular, cuadrangular, pentagonal, poligonal* y *piramidal*. Más tarde, el número *sordo* y *ciego*, y ya en tiempo de Fermat (siglo XVII) aparece el número *perfecto, abundante, deficiente, amigable, alicuotario*.

Por último con Gauss y otros aritmólogos posteriores aparecen los números *congruente, real, imaginario, anastróptico, trascendente* é *hipertrascendente*, etc.

Hay quien encuentra extraño que el estudio del número en abstracto encierre verdaderos deleites, ¡pero si en el número, señores, se sintetiza toda la creación! la luz, el sonido, la forma..... Pitagoras decía hace 25 siglos: «Los elementos del número son los elementos de todas las cosas». ¿Quien duda que esos encantos que presenta la naturaleza en sus hermosos cambiantes de luz, qué esos sonidos á veces celestiales se reducen en suma á un número mayor ó menor de vibraciones que recoge el prisma, ó una sinuosidad, una forma geométrica al fin, que almacena el cilindro del fonógrafo? ¿Qué esos bellísimos arabescos que trazaba la imaginación fogosa de los artistas de Oriente son en resúmen cuestión de números? Gozemos artísticamente en la contemplación de lo bello, pero sepamos, *que en números se sintetiza* el colorido de las selvas y de los prados, los variados matices de los jardines, el suspiro luminoso de los astros, el azul violado del espacio, el simpático murmurio del arroyo, el magestuoso retumbar del trueno, el rayo de luz que choca en la frente del héroe ó el que destellan las pupilas del sabio.....!

Al llegar aquí, señores, me encuentro verdaderamente *aterrado*, veo que llevo hablando más de una hora y no he dicho la mitad de lo que pensaba decir. *Tengo que confesar* que soy *pésimo calculista* ¡vengo á hablar de números y no he sabido medir el tiempo!

Pasaré pues rapidamente sobre varias cuestiones de geometría de que pensaba ocuparme, y aún haré caso omiso de otras, pero si me lo permitis no dejaré de exponer la última parte de mi conferencia, aunque abreviando cuanto pueda. Se trata de un tema altamente simpático, que versa sobre la aptitud de la mujer para la ciencia.

Yo hubiera querido hablaros del hiper-espacio, doctrina matemática y filosófica de gran interés, decir algo de los tres famosos problemas geométricos. *Trisección del ángulo, cuadratura del circulo* y *duplicación del cubo*, cuya resolución por la geometría elemental, es decir por la geometria canónica de la regla y el compás, se ha demostrado que es imposible. En cuanto al último problema que ya en tiempo de

Platón, es decir 400 años antes de N. S. J. C. se intentó resolver, hay una leyenda curiosa.

Allá en la isla de *Délos*, una de las *Cicladas*, que según reza la mitología salió del seno del mar, á un golpe del tridente de *Neptuno*, y que fué venerada como patria de Apolo y de Diana, era donde el *oráculo* del Dios de la música y la poesía, pronunciaba los vaticinios, á que se daba más importancia en Grecia. Se hacían los sacrificios sobre un altar cúbico de oro. Con motivo de una horrorosa epidemia se le preguntó *al más hermoso y amable de los Dioses*, qué deseaba se hiciese para aplacar su ira, y el oráculo respondió: *Duplicad el cubo;* los sacerdotes creyendo erróneamente que para esto debía duplicarse la arista, así lo hicieron, pero la peste no cesó. Por el motivo expuesto se le llama también á esta cuestión: *Problema de Délos.*

Siento mucho no poder haceros una rápida historia de la matemática aunque esta me llevase á la triste verdad de que en estas regiones, no brilló ningún astro de *primera magnitud.* Pero sí haré constar, que hay actualmente una juventud trabajadora é inteligente que permite esperar que en plazo no lejano alboreen dias más gratos bajo este punto de vista.

También entraba en mi plan hablar con alguna extensión de las tres geometrías, *euclidea, labatchefskianna* y *riemanniana,* cuyo conjunto forma la *metageometría* ó *geometría general.* Sabido es que toda ciencia parte de ciertos principios, axiomas ó postulados, cuya admisión es necesaria y por un desenvolvimiento lógico de estas primeras nociones se levanta el edificio científico.

La geometría elemental se constituyó como verdadera ciencia por los griegos del siglo VI, al tercero, antes de J. C., y en esta última época Euclide reunió en sus inmortales *Elementos* los trabajos de sus antecesores, pero con un rigor lógico tal, que ha causado el asombro de sus sucesores por el genio que palpita en su trabajo, que ha sido el exclusivo para la exposición de la geometría durante 20 siglos

Entre los postulados que ha creido Euclide necesario sentar en su geometría figuran dos famosos, el 5.° y 6.° á saber; *el de la paralela única por un punto exterior á una recta* y el que admite *que dos rectas no pueden cerrar espacio.* No siendo consecuencia indispensable de la difinición de línea recta, pueden ó no ser aceptados. En vista de esto se le ocurrió, allá por el año 1826, á un geómetra ruso Lobatchfsky (algunos geómetras anteriores tuvieron ya esta idea), profesor en la Universidad de Kazan, examinar las consecuencias que se deducirían de no admitir dicho postulado 5.° y creó una ciencia perfectamente exacta *dentro del orden lógico*, así como la no admisión del 6.° postulado dió lugar á otra nueva geometría, estudiada por el matemático alemán Riemann en 1854.

Hay proposiciones comunes á las tres geometrías, pero también hay otras que se contradicen, así por ejemplo en la geometría no euclidea no existe la noción de semejanza; en la de Lobatchfsky, la suma de los ángulos de un triángulo es menor que dos rectas, y en la Riemann, mayor, etc., etc.

Ahora bien ¿cual de las geometrías es la verdadera? *En el orden lógico las tres*, pues son consecuencias rigurosas de las premisas sentadas, y en el orden de la naturaleza las tres tienen que ser aproximadas, puesto que en el Universo no se pueden ver realizadas las nociones teóricas; no obstante la geometría euclidea satisface *con suficiente aproximación* las necesidades prácticas.

Siento no poder exponeros los trabajos realizados por el teniente general belga Mr. J. de Tilly sobre metageometría, él es quien partiendo de la noción de distancia ha profundizado, modernamente, más estas cuestiones; pero no debo extenderme mucho y renuncio á hablar de los admirables estudios de mi eminente amigo. También al hablar de metageometría un deber de amistad y de justicia me impele á citaros los hermosos trabajos del profesor Mr. George Bruce Halsted que fué el verdadero propagador de esta rama de la ciencia en los Estados Unidos del Norte de América, y los trabajos, llenos de erudición y talento del profesor belga Mr. Paul Mansion.

Ahora señoras que me habeis hecho el gran honor de asistir á mi conferencia, y por cuyo acto os doy gracias muy sinceras, quiero dirigirme exclusivamente á vosotras.

Todos sabemos, y vosotras no ignoráis que teneis un corazón grande como un mundo, dispuesto á albergar el amor, el cariño desinteresado, el sacrificio heroico, lo mismo cuando al ser madres sois depositarias del afecto más puro de la tierra, que cuando en vuestra asistencia á los pobres, á los enfermos, y hasta á los heridos en los campos de batalla, os convertís en ángeles para prodigar necesarios consuelos, aún con el riesgo de vuestra propia vida, que consideráis despreciable cuando practicais el sublime mandamiento de amar al prójimo, pero lo que no sabéis, y muchos hombres niegan, es que tenéis un cerebro perfectamente organizado para el trabajo intelectual aún cuando este se dirija por los escabrosos senderos de la ciencia. Protestad conmigo del dicho no ya poco galante, sino altamente injusto, del filósofo alemán Schopenhauer, quien afirmaba que «las mujeres tienen los cabellos largos y las ideas cortas».

¿Cómo no he de considerar en la mujer gran aptitud para la ciencia si me estoy representando á Carolina Herschel, la hermana del gran astrónomo ayudar á éste en sus observaciones, descubrir siete cometas, publicar trabajos científicos y obtener para premiar sus méritos una pensión del Rey Jorge III, y la medalla de oro de la sociedad astronómica de Londres, y á la esposa del gran Lavoisier trabajar con éste en el laboratorio, publicar obras de su ciencia predilecta y hasta gravar las láminas del tratado de química del eminente sabio? Viene también á mi memoria Hortensia Lapaute, eminente calculatriz y con profundos conocimientos en astronomía. Pienso también en la sin par María Somerville (hija del almiranre escocés Fairfax). Miembro de una porción de centros científicos, eminente matemática, física, química, con profundos conocimientos en *mecánica celeste*, esa difícil rama del saber humano, autora de obras notabilísimas, como son, entre otras, *Estudio químico y magnético del sol*, *De la connexión de las fuerzas físicas* y *Ciencia molecular y microscópica*, pensionada por la entonces Reina de Inglaterra y premiada por el Rey Víctor Manuel de Italia con *la gran medalla de oro*.

Veo en Clemencia Royer una enciclopedia viviente. Filosofía, física, historia natural, todo lo domina su portentoso cerebro. Hasta en economía política demostró sus conocimientos. En un concurso sobre una cuestión de impuestos, se repartió el premio entre ella y el tan conocido Proudhon. Su actividad unida á un carácter independiente no tenía límites. De ella es esta frase: «No me dejaré jamás embotellar, haré saltar el tapón».

Sí, señoras, no lo dudéis, tenéis gran aptitud para la ciencia, constantemente estoy viendo en revistas matemáticas firmas femeninas.

Voy á citaros aún algunas damas consagradas al trabajo intelectual y puedo aseguraros que me sería facil señalaros no unas cuantas docenas sino algunos cientos. Las que voy á nombrar son contemporáneas.

W. I. Schiff. Profesora en una escuela superior de San Petersburgo. Publicó varios trabajos matemáticos.

Garlota Angas Scot. Doctora en ciencias de la Universidad de Londres. Profesora en un centro científico de los Estados Unidos y figura al lado de los grandes matemáticos de la época actual.

Gertrudis Wythoff. Colaboradora de varias revistas matemáticas.

Miss Gladstone. Hija del famoso estadista inglés; sufrió exámenes científicos en la Universidad de Cambridge.

Miss Wood. Se la deben varios inventos industriales.

Berta Lamme. Obtuvo en una Universidad de los Estados Unidos el título de *ingeniero electricista*.

Dorotea Klumpke. Doctora en ciencias en la Universidad de París después de sostener brillantemente esta tésis: «Contribución al estudio de los anillos de Saturno». Se la deben numerosas observaciones sobre planetas y cometas nuevos. Dá conferencias públicas sobre astronomía. Actualmente está al frente de la Oficina de medidas de *clichés* para el catálogo fotográfico de las estrellas. La ayudan en este trabajo *varias señoras*.

Actualmente están siguiendo muchas señoritas estudios científicos en diversos centros. Los informes de los profesores son altamente favorables. Así por ejemplo el eminente matemático Klein, profesor en Goettingue, dice: Durante este trimestre, seis damas han seguido el curso de matemáticas superiores, manifestándose bajo todos los puntos de vista de igual valer que los concurrentes masculinos. En igual forma se expresan en Alemania los profesores de otras Universidades.

El Gobierno de los Estados Unidos abrió una información respecto á las capacidades comparadas de ambos sexos, y el dictámen de la mayoría de los centros científicos fué altamente favorable para la mujer.

Voy ahora, para terminar, á hacer una rápida reseña biográfica de cuatro mujeres que verdaderamente fueron glorias de la ciencia.

Marquesa de Châtelet

Gabriela Emilia Le Tonelier de Breteuil, casada con el Marqués de Châtelet Jammont, fué uno de esos privilegiados cerebros, que solo de cuando en cuando aparecen en la historia de la ciencia.

Aún niña, siente una especie de intuición que la inclina hacia los estudios científicos, que luego cultiva con un ardor verdaderamente pasmoso. En correspondencia y amistad con grandes matemáticos adquiere vasta instrucción, que la pone en condiciones de *aclarar* y *comentar* la inmortal obra de Newton «Principios de filosofía natural», en la que aparecieron los dos grandes descubrimientos del colosal sabio inglés, el principio de la *atracción universal* y el *cálculo de las flusiones*, inventado este último casi al mismo tiempo, aunque independientemente, por el también inmortal Leibniz, aunque bajo el nombre de cálculo infinitesimal, que fué el que al fin prevaleció, invento que á la par que honró á la humanidad, fué poderosísima palanca para el adelanto de las ciencias físicas y astronómicas.

Decía Voltaire apropósito de la traducción del *libro de los principios*, aludiendo á la Marquesa: «Fué mujer que tradujo y aclaró á Newton, en una palabra, fué un grande hombre». A la par que la Châtelet se dedicaba á la matemática pura con aptitud extraordinaria que obligó al gran Ampere á decir de ella «es un genio en geometría», cultivaba también con ardor la física. Una memoria presentada en la Academia de Ciencias de París apropósito del tema «El fuego», que fué el elegido para el concurso anual, mereció los mayores elogios y su publicación en las *colecciones de la Academia*. En esta memoria opinaba la marquesa (conforme con lo que hoy se admite) que el calor y la luz obedecen á la misma causa.

Otro trabajo en que la Marquesa de Châtelet demostró su gran ingenio, ha sido la *Institutions de phisique*, obra en que se estudian profundamente las nociones de espacio, fuerza y tiempo. Dicho trabajo que estuvo muy en voga, fué traducido al alemán y al italiano. En esta obra la autora acepta la doctrina de Leibniz acerca de las nociones de *cantidad de movimiento* y *fuerza viva* en contra del concepto de Descartes y Newton. También publicó trabajos literarios.

Nada decimos de la personalidad moral de la Châtelet pues nos dolería tocar este punto, basta rendir tributo de admiración á la sabia.

La Marquesa de Châtelet murió á los 43 años, en 1749.

Sofia Germain

Hé aquí señores en esta célebre mujer un ejemplo de como en ocasiones marca el destino de las personas un incidente imprevisto. La circunstancia de haber caido en manos de la niña Sofia (pues esto que voy á referir sucedió cuando tenia 13 años) la *Historia de la matemática* de Montucla, fué el acicate que decidió su profesión científica. Sintió al leer el relato de la trágica muerte del gran Arquímedes, profunda admiración por una ciencia que de tal modo absorve y subyuga, y vivísimos deseos de conocerla. Las circunstancias eran propicias, pues los relatos que oía de los sucesos que se desarrollaban en París en la época del *Terror*, la decidieron á no salir de casa, pudiendo engolfarse á su antojo en la lectura de las obras de Bezout; aún á trueque de desagradar á su familia, que no podía ver indiferente el castigo que imponía á su cuerpo con largas veladas dedicadas al estudio. Pero su decidida vocación era superior á todo, y se hacía necesario que aún á costa de su salud escalase el templo de la ciencia, para llegar á ser una gloria francesa y uno de los fenómenos más raros de su sexo. Sofia Germain en sus primeros trabajos y en su correspondencia con los más eminentes matemáticos de la época, solía firmar con el pseudónimo *Un élève de l'Ecole polytechnique* y también con el de *Le Blanc*. Temia, decía ella, el ridiculo que á veces va unido al título de *mujer sabia*.

Era el año 1812, y por aquella época constituia una de las direcciones de la ciencia las aplicaciones del análisis á ciertos fenómenos físicos para formar lo que hoy se llama *Física matemática*. Las dificultades que frecuentemente había que vencer eran enormes, en este período de formación de la nueva ciencia. La Academia de Ciencias de París sometió á concurso para otorgar el *gran premio* este tema:

Exponer la teoria de la vibración de las placas elásticas y comparar los resultados con la experiencia.

El problema se consideraba dificilísimo. Lagrange lo consideraba irresoluble con los recursos analíticos hasta entonces conocidos. Pues bien: ¿Sabéis quien obtuvo el gran premio?... la admirable Sofía Germain.

También en aritmética superior, esa rama dificilísima de la matemática de que os hablé anteriormente, demostró Sofía extraordinaria sagacidad. Sostuvo profunda correspondencia con el gran aritmólogo alemán Gauss y publicó varias memorias, una de las cuales figura en el gran tratado de Legendre sobre la *Teoría de los números.*

El genio de Sofía Germain no se saciaba con el estudio de la matemática y su gran actividad necesitaba seguir diversos derroteros, así es que hizo objeto de sus meditaciones profundas, los estudios filosóficos. Hay de ella una obra póstuma, *Consideraciones sobre el estado de las letras y de las ciencias en las diferentes épocas de su cultura,* que la crítica consideró de gran importancia. Sus tendencias filosóficas caminan al *positivismo* y establecen la unidad de las manifestaciones del entendimiento, decía: «Hay en nosotros un sentimiento profundo de unidad, orden y proporción, que sirve de guía á nuestro juicio y que nos conduce, en las cosas morales, á la regla del bien; en las intelectuales, al conocimiento de la verdad; y en las de puro agrado, al concepto de lo bello.

Hé aquí varios juicios de eminentes sabios respecto á esta mujer extraordinaria: «La señorita Germain, es quizás la persona de su sexo, que con más profundidad ha penetrado en la matemática» (Briot). «Fué matemática más profunda que la Marquesa de Châtelet y la señorita Agnesi; tenía el talento filosófico de esta última» (Chasles). «Yo aprecio todo lo que merece un trabajo, que pocos hombres pueden leer, y que una sola mujer pudo escribir» (Navier). «Sofía Germain fué la Hypatie del siglo XIX» (De Prony).

Nuestra biografiada murió relativamente joven (á los 55 años) á causa de una afección cancerosa, pero continuó trabajando hasta el último de su vida. Para honrar su memoria existe una calle que lleva su nombre.

María Agnesi

Fué esta célebre dama italiana el tipo acabado de la mujer ideal; grande en la ciencia, admirable en la virtud. Nació en Milán en 1718 y murió á los 87 años. Su erudición era verdaderamente extraordinaria: lenguas, filosofía, ciencias físicas, naturales, matemáticas, todo lo penetraba su potente cerebro. Sabía el alemán, el español, el latín, el hebreo y el griego. En este último idioma rezaba siempre el oficio de la Virgen.

Acostumbraba á recibir en su casa á personas de gran valía para disertar sobre temas filosóficos, tomando ella parte en todas las discusiones; se asegura que á *los 19 años* había discutido *181 tesis* en las que se trataban los puntos más variados ya relativos á las ciencias físicas y naturales ya á cuestiones de filosofía abstracta.

Siendo aún muy joven y por satisfacer los deseos de su padre, hombre muy amante de las ciencias, emprendió el estudio de la matemática, demostrando una aptitud extraordinaria. A los 30 años publicó en su idioma patrio, la famosa obra *Instituciones Analíticas* que sustituyó por completo á las que entonces estaban en voga. En dicha obra que costó diez años de trabajo y fué traducida al francés y al inglés, estudiaba el álgebra con sus aplicaciones geométricas y el cálculo infinitesimal, con gran claridad y precisión, mereciendo de la Academia de Ciencias de París brillante informe, considerándola como la mejor que se había publicado hasta entonces en esta rama de la ciencia.

El Papa Benedicto XIV recompensó á la autora con una corona de piedras preciosas y una medalla de oro, nombrándola además para una cátedra, que no llegó á ejercer, en la Universidad de Bolonia.

Pero la preocupación constante de María Agnesi, más aún que la ciencia, era la religión, que estudió profundamente, y un vivísimo deseo de ejercer la caridad. Cuando solo tenía 20 años quiso hacerse religiosa, pero la obediencia paterna la obligó á aplazar el cumplimiento de sus deseos, si bien recavando la concesión de no asistir á bailes ni otros espectáculos mundanos, y permitirle la asistencia á mujeres enfermas. Pero su vocación siguió manifestándose, y á la muerte de su padre entró en la orden de *Religiosas Turquinas*, llegando á ser superiora del hospital *Tribulsi*, en donde murió el año 1799. Sobre su tumba se lée este hermoso epitafio: «Hija admirable por su piedad, ciencia y caridad».

Sofia Kowalevski

El año 1888 la Academia de Ciencias de París propuso como tema para alcanzar el *premio Bordin* el siguiente asunto: «Perfeccionar en un punto importante la teoría del movimiento de un cuerpo sólido». Entre las *Memorias* presentadas fué elegida *por unanimidad* para el premio la que llevaba el siguiente lema: «Di ce que sais, fais ce que dois, advienne que pourra». En este trabajo se señalaba un caso nuevo, en que se podia dar solución al dificilísimo problema del movimiento de un cuerpo pesado al rededor de un punto fijo.

¿Sabéis quien alcanzó el premio en este gran concurso al que acudieron eminentes sabios? pues sencillamente, *una dama rusa*, Sofia Kowalevski (neé Korwin-Krukowski). Como veis contemporánea, y todos vosotros pudisteis haberla conocido, pues falleció hace 14 años, no teniendo más que 41 de edad.

El talento matemático de esta dama ha sido asombroso, quizá ninguna otra la haya sobrepujado en este punto. Sus actitudes se revelaron desde muy niña, se cita el caso notable de haber aprendido sola á leer.

Empezó á estudiar la matemática elemental á los 14 años y á los 18, casada ya con Kowalevski, fué á la Universidad de Heidelberg para continuar sus estudios matemáticos, por los que sentía una pasión irresistible, poco después se trasladó á Berlin en donde le enseñó particularmente, durante tres años, el eminente geómetra, glorioso profesor que fué de aquella Universidad, Weierstrass. Terminados estos estudios recibió el título de *Doctor* en la Universidad de Goettingue, presentando tres tesis originales muy notables, dos sobre Cálculo infinitesimal y la tercera sobre Mecánica celeste.

Cita Sofía Kowalevski en sus *Memorias* un hecho que es verdaderamente curioso. Cuando á los 16 años empezó el estudio del Cálculo infinitesimal, su profesor se admiraba de la rapidez de sus adelantos, como si aquello le fuera ya conocido, y evocando recuerdos resultó que en el castillo de *Palibino*, en donde vivió sus quince primeros años, su padre, general de Artillería, había mandado empapelar una habitación (la destinada á jugar los niños) con hojas de cuadernos de análisis infinitesimal, los que él había estudiado en su juventud. La niña Sofía, sin duda más afanosa en descifrar *aquellos jeroglíficos*, que en dedicarse á los juegos de la infancia, se había asimilado sin darse cuenta, lo que después le había de conducir á ser una verdadera gloria de su sexo. ¡Que misterios en el cerebro del genio!

Sofía Kowalevski fué también notable literata. *Le Messager d'Europe* (revista rusa) publicó un trabajo suyo, *Recuerdos de la infancia*, que según la crítica, el análisis psicológico que en él se hace, podría suscribirlo un Bourget ó un Tolstoi. Suyos son también los trabajos *Vae Victis* que simboliza la lucha de la vida, y otro dedicado á la novelista inglesa que figura en el siguiente título *Souvenirs sur George Eliot.* No sabía nuestra eminente sabia, si dar la preferencia á las ciencias ó á las letras. Interrogada sobre este punto por su amiga la novelista rusa señora Choubleski contestó: Me sería imposible decir si amo más la matemática ó la literatura. Cuando mi cerebro se encuentra fatigado con especulaciones abstractas, me atrae la observación de la vida y me dispongo á tomar la pluma. En otras ocasiones, todo me parece mezquino en la vida, insignificante, y entonces me entrego á la contemplación de las leyes inmutables y eternas de la ciencia.

No pudo ciertamente nuestra biografiada considerarse feliz á pesar de la aureola de gloria que la envolvía y divinizaba, pues cuando solo tenía 33 años, pasó por el amargo trance de ver suicidarse á su marido, completamente arruinado al acometer empresas industriales.

El profesor Mittag-Leffler, el gran analista sueco, trató de atender á su desamparo, consiguiendo se la diese una cátedra en la Universidad de Stokolmo, pero solo esplicó la primera conferencia, pues atacada de una pleuresía aguda dejó de latir aquel corazón de artista y de funcionar su potente cerebro. ¡Que misterios hay para el hombre en la existencia! Dejó una hija llamada también Sofia, que ignoro si ha heredado el genio de su madre.

Creo señoras y señores que habreis quedado perfectamente convencidos de la aptitud de la mujer para la ciencia, así es que al no instruirla se deja perder una gran parte de la humanidad intelectual. ¿Quiero decir con esto que deseo que todas las mujeres sean *doctoras?* De ningún modo, bien conozco la sagrada misión que la mujer tiene que desempeñar en la familia, pero sí entiéndo, que se la debe dar una instrucción científica suficiente para que conozca los elementos de las ciencias y que si entre ellas hay un cerebro, como el de un Newton, un Leibnitz, un Descartes, un Lavoisier, un Faraday ó un Ampere, se la ponga en condiciones de elevarse á las serenas regiones donde fulgura el genio.

Por otra parte creo que la madre debe dirigir por sí misma la primera educación moral é intelectual de sus hijos, y que ella es la que tiene la sagrada misión de enseñarles, en esos primeros años en que las impresiones dejan eternas huellas, á amar mucho, pero mucho, á su Dios, á la Patria y á la Ciencia.

Enseñemos pues á la mujer, no dejemos estériles sus aptitudes ¡si hasta la tradición parece quiere convencernos de que no debe ser excluida de la ciencia! En iconología se representa la geometría por una mujer de mediana edad cubierta con blanco velo, un globo á sus pies y trazando un círculo con un compás. La mitología ha hecho salir del cerebro de *Júpiter* á *Minerva*, la Diosa de la sabiduría y de la ciencia. En fin, la astronomía es presidida por *Urania*, una de las nueve musas.

Voy á terminar, pero no sin daros antes gracias muy sinceras por la benevolencia con que habeis escuchado esta larga conferencia.

He tratado de demostraros la importancia de la matemática y de haceros comprender, cuan acreedora es esta gloriosa ciencia, á nuestra mayor simpatía.

¡Lástima que el pintor sea tan pobre para cuadro tan grande! Creo no obstante haber conseguido algo, y me siento con el convencimiento de que si alguien os pregunta *con ironía* como le sucedió al gran Galileo; ¿para qué sirve la matemática?, responderéis como aquel ilustre sabio «para medir, para pesar y para contar: para medir los ignorantes, para pesar los necios y para contar unos y otros».

He terminado.