Asociación Española para el Progreso de las Ciencias

Congreso de Zaragoza

La enseñanza de la Matemática

por D. Juan J. Durán y Loriga

Imprenta de Eduardo Arias
San Lorenzo, 5, Madrid

LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

POR

D. JUAN J. DURÁN LORIGA

COMANDANTE DE ARTILLERÍA RETIRADO

(Memoria leída en la sesión del 28 de Octubre de 1908.)

Al recorrer la Historia de la Matemática, llama penosamente la atención la casi completa ausencia de nombres españoles y ocurre, naturalmente, preguntarse: ¿será nuestro pueblo refractario en absoluto á los estudios matemáticos? ¿Le sería terminantemente negada, si viviese en los tiempos de *Platón*, la entrada en aquella célebre *Escuela* por él fundada, en cuyo frontispicio estaban escritas aquellas famosas palabras: *Que nadie éntre aquí si no es Geómetra?* Y nótese que al lamentar la falta de nombres españoles, en este *cuadro de honor de la Ciencia*, no nos referimos á esos *genios creadores* que parecen verdaderos milagros de la Naturaleza; creemos que éstos aparecen por una especie de *ley de herencia*, como consecuencia de muchos años, siglos á veces, de gestación en un *ambiente matemático*. No invocamos los egregios nombres de los *Newton*, *Leibnitz*, *Fermat*, *Descartes*, *Pascal*, *Euler*, *Jacobi*, *Abel*, *Gauss*, *Cauchy*, *Hermite*, *Weierstrass*, *Poincaré*....., etc., nos referimos á esos *grandes trabajadores* que han dejado en el campo matemático huellas, si no geniales, de bastante importancia para hacer su nombre venerando y señalar una marcha progresiva en beneficio y honor de la Humanidad.

Nosotros contestamos á la pregunta hecha al principio, emitiendo nuestra opinión, de que si desde muy antiguo no hay *verdaderos matemáticos* en España es porque no se ha procurado que los haya; porque los planes de enseñanza han sido siempre fatales, no se ha estimulado á los que se dedican á esta clase de estudios, no se ha comprendido, en fin, la importancia que tiene esta Ciencia, verdadero *aparato registrador* del adelanto y bienestar general de una sociedad. Recordemos á este propósito las frases de Napoleón el Grande: *El adelanto de la Matemática está intimamente ligado á la prosperidad de un Estado*, y nótese que la incultura matemática tiene su natural repercusión sobre otras ramas del saber humano, confirmando aquel dicho de *Leibnitz*: *Sin la Matemática no se penetra en el fondo de la Filosofía, sin la Filosofía no se penetra en el fondo de la Matemática,* SIN LAS DOS *no se penetra en el fondo de nada.*

Tendríamos especial placer en exponer detalladamente nuestras ideas, acertadas ó erróneas, respecto á la forma de desarrollar en nuestra nación la cultura y el ambiente matemáticos, que, como anteriormente hemos dicho, creemos en *estado potencial;* pero esto nos obligaría á hacer extensas consideraciones y nos falta el primer factor de toda obra humana, que es el tiempo; pues el poco de que hemos podido disponer lo hemos utilizado en la ejecución de otros dos trabajos (uno de ellos bastante extenso) que presentamos á este mismo Congreso.

La razón apuntada nos constriñe, pues, á encerrarnos en límites mas modestos en el actual momento, dejando para otra ocasión lo que hoy tenemos que omitir. Hablaremos, pues, en las líneas que siguen, de la enseñanza elemental de la matemática en los estudios que constituyen el *Bachillerato*.

Seamos sinceros y digamos claramente lo que está en la conciencia de todos, y es que *la casi totalidad* de nuestros bachilleres no saben absolutamente nada de la Matemática; preguntadles (repetimos que no hablamos de *todos*, sino de una gran mayoría) cómo se encuentra el interés de un capital (sobre todo si hay elementos fraccionarios), un problema sencillo de fondos públicos, ó decidles que inscriban un círculo en un triángulo, si queréis, y recordarán que *estas cosas* las dieron en clase; pero como las llevaron *presas con alfileres* á exámenes, *se les han borrado* por completo. Ahora bien, ¿se dirigen estas palabras á censurar al Profesorado español?; de ningún modo. Hemos tenido ocasión de sostener estrecha amistad con muchos Catedráticos y podido juzgar que, en general, sus conocimientos, su interés por la enseñanza, lo que pudiéramos llamar su conciencia profesional, están por completo á la altura de su sagrada misión. Descartemos, pues, en absoluto, en lo que, vamos á apuntar, todo cuanto pueda parecer crítica al Profesorado. Que quede esto bien sentado; seamos ante todo justos.

Si, pues, no tiene culpa el que enseña, debemos achacar en absoluto todas las deficiencias á la forma en que *se vé obligado* á desarrollar su enseñanza. Ocupémonos en este punto. Entendemos que lo primero que hay que procurar es que el alumno éntre en el Instituto con una preparación conveniente; no basta que sufra el ligero examen de ingreso á que se le somete, y que generalmente sólo acusa que se aprendió de *memoria* unas cuantas cosas (muy pocas); es preciso que ya *sepa discurrir*, dentro de lo que puede permitir su corta edad. Claro es que tal como está hoy montada la enseñanza de los niños esto no se puede exigir, pero precisamente es lo que hay que procurar *á toda costa;* y en ello tienen que jugar papel importante los padres y hasta las madres, auxiliadas por el maestro, si es preciso. Un ilustre amigo nuestro, el matemático francés Laisant, que se preocupa mucho de estas cuestiones de enseñanza, ha escrito una excelente obrita, que titula *Iniciación Matemática*, que ha tenido extraordinaria acogida, no sólo en Francia, sino en otras naciones, y de la que nos hemos ocupado extensamente en tres artículos bibliográficos, dos de ellos publicados en la *Gaceta de Matemáticas* (el tercero no salió á luz por haber cesado esta excelente Revista).

Demuestra el Sr. Laisant en su pequeña obra que por los procedimientos que allí expone, y que tienen por fundamento que el estudio sea para el niño *un entretenimiento* y que nada *aprenda de memoria* (ya comprenderá el lector el sentido que hay que dar á esta palabra), *demuestra*, repetimos, que se puede conseguir que á los *once años* comprenda mejor la Matemática que las nueve décimas partes de los bachilleres (el autor se refiere á Francia). En esta forma, el Catedrático del Instituto se encontrará al empezar su enseñanza con alumnos *que en su mayoría discurren*, y podrá así suplir, *hasta cierto punto*, la dificultad de tener que enseñar á la vez á *unas cuantas docenas* de individuos, que éste es precisamente otro de los grandes inconvenientes de la enseñanza oficial (lo mismo decimos naturalmente de muchos Centros particulares). Claro es que *el ideal* consistiría en que cada alumno tuviese un Profesor; pero como esto no sería factible, hay que tomar, naturalmente, el número máximo que aconseja la práctica, que nosotros fijamos en una *veintena* de alumnos. Nótese que nosotros nos referimos á la Matemática, pues en otros estudios podría ser mayor el número de individuos, sin caer en graves inconvenientes. Ahora bien, ¿cómo podría salvarse la deficiencia apuntada? Pues *sencillamente*, aumentando el número de Catedráticos, si es preciso, ó haciendo que éstos tengan más horas de clase. Pero, por Dios, que se remunere de un modo decoroso á aquellos de quienes se exija un trabajo penoso y condiciones excepcionales, si han de cumplir bien su cometido; que si es cierto «que no sólo de pan vive el hombre», también lo es que sin pan no se puede vivir. Se dirá que esto aumentaría el presupuesto de Instrucción pública, ¡qué le vamos á hacer!, á ello obliga el decoro nacional; y téngase, además, presente, que lo que se invierte en enseñanza, *sabiamente dirigida*, es gran fuente de prosperidad de una nación: es sembrar para recoger.

Otro punto capital es la extensión de los programas. Si el bachillerato es solamente la *cultura general*, ¿á qué pedir ciertas cosas que para nada ha de necesitar quien haya de seguir más tarde una profesión ó carrera que no esté directamente basada en la Matemática? ¿Le servirá acaso á un abogado, á un literato, á un médico, la teoría de las cantidades imaginarias, una *discusión detallada* de los sistemas de ecuaciones de primer grado, ó conocer los *procedimientos elementales* para encontrar la razón de una circunferencia á uno de sus diámetros? Y nótese que, dadas nuestras aficiones, todo nos parecería poco en lo que afecta á nuestro estudio predilecto; pero deben ponerse las cosas en su verdadero punto.

En cambio, *en lo que toca á la profesión*, la cosa es bien distinta: dejad que el abogado conozca perfectamente todas las fuentes del Derecho, su *Filosofía*, su *Historia*, las Leyes de Enjuiciamiento, cuantas materias se relacionen con su cometido; que el médico, además de estar en situación de apreciar los síntomas mórbidos, que le permitan diagnosticar con acierto, se entregue á las modernas lucubraciones sobre las *teorías microbianas;* que sepa, que según *Metschnikoff*, la *inmunidad natural* ó la *adquirida* tiene su explicación en la *fagocitosis;* que conozca los descubrimientos de *Bordet* relativos á la acción de unos sueros sobre otros, la formación de la *antidiastasa* por la inyección de una *diastasa*..... Todo esto encajará perfectamente en su profesión; mas le sería completamente inútil el conocimiento, por ejemplo, de las *Analogías de Neper ó Delambre.* Pero excusado es consignemos cuánto pediríamos á un *Doctor en Ciencias Matemáticas*, que debe ser en cada Nación el *porta-estandarte* de esta Ciencia, y que debe ostentar este elevado título después de justificar en una *tesis doctoral* que ha hecho algún estudio propio que signifique adelanto ó novedad. Claro está, que el *ideal sería* que el *abogado* conociese la *Mecánica celeste*, el *militar* la *Medicina*, etc.; pero ya que esto *en general* es imposible (decimos naturalmente *en general*, pues acude á nuestra memoria el recuerdo de que, cuando hace años, nos dedicábamos con entusiasmo grande á la *Balística*, las experiencias más importantes sobre *resistencia del aire*, eran debidas á un *Pastor protestante*); ya que esto generalmente sea imposible, repetimos, hay que procurar que *la cantidad* no perjudique á *la calidad*, y lo importante es que el programa, con la extensión que se juzgue necesaria, *se sepa perfectamente en sus fundamentos*, para que á los pocos meses, quizá días, de haber sufrido un examen, *no se borre* lo que se ha aprendido.

En estas condiciones, el que haya de seguir una *carrera especial*, ó la Licenciatura, ó el Doctorado en Ciencias, llevará un bagaje, si no muy numeroso, por lo menos suficientemente selecto para qne pueda continuar con aprovechamiento sus estudios ulteriores.

Otro punto que conviene dilucidar es el concerniente al estudio del latín: Hoy no se exige al militar, al arquitecto ni en alguna de las ramas de la Ingeniería civil; es decir, que *oficialmente* se ha reconocido que el latín *no forma parte de la cultura general*; luego, la consecuencia natural es esta: suprímase el latín en los Institutos y sea obligatorio su estudio, en la forma y ocasión que se juzgue conveniente, para los que sigan ciertas carreras, por ejemplo, los que hayan de licenciarse en Filosofía y Letras. De este modo, los dos cursos que se invierten en el latín, podrían dedicarse al perfeccionamiento de una lengua viva y á hacer más amplios los conocimientos relativos á las Ciencias Matemáticas, Físicas y Naturales. No ignoramos que en el Extranjero las corrientes no van por este lado; pero á esto contestaremos que nosotros estamos en condiciones excepcionales en nuestra cultura científica, y que ellas nos obligan á proceder en esta forma. No se alegue *que la Ciencia* (hablamos antonomásticamente) usa términos tomados del latín, y que con su estudio se facilita el conocimiento del vocabulario científico; mas entonces, *por la misma razón*, debiera exigirse *el griego*. Nunca será esta razón de peso, pues muy caro saldría el que, para aprender *unos cuantos términos*, se obligase á hacer un estudio durante dos años. Además, el conocimiento del latín, para estos casos, puede suplirse con la sencilla consulta de muchos diccionarios de nuestra lengua que traen, como apéndice, las frases griegas y latinas más usuales. Cuando los sabios escribían en este idioma, como ocurre con el *Libro de los principios*, del gran *Newton*; *Los nuevos fundamentos*, de *Jacobi*; *Las disquisiciones aritméticas*, de *Gauss*, etc., tenía la lengua latina verdadera importancia para los *hombres de ciencia*; pero hoy nada de esto ocurre.

En cuanto á la *parte material*, la parte práctica de la enseñanza, entendemos que la primera condición es que, en las *Secciones* que se establezcan, haya la mayor homogeneidad posible; de otro modo, si el profesor explica á la altura de los más flojos, se sacrifica el mayor aprovechamiento que pudieran conseguir los buenos; y si lo hace atendiendo á estos últimos, el resultado que obtengan los primeros será escasísimo y el estudio se les hará aborrecible.

Otras ideas generales se ocurren: el secreto de conseguir aprovechamiento en un estudio científico, estriba en ver de un modo claro *las líneas generales;* lo demás resulta como consecuencia, y de este modo no se carga la memoria con hechos particulares que la fatigan estérilmente. El hacer ver esto al alumno, así como el convencerle de que una porción de verdades son, con frecuencia, una sola, *bajo ropajes distintos*, es uno de los principales esfuerzos que debe realizar el profesor. Para esto sería excelente procedimiento, después de haber dado *una teoría*, presentar un resumen concienzudo de la misma, fijando los *puntos capitales* y las *verdades de detalle*. Tiene gran importancia en el estudio de la Matemática la parte de aplicación, es decir, los *problemas* y *ejercicios;* los primeros desarrollan en el alumno la principal condición que debe tener el que estos estudios cultiva: la iniciativa propia, el *talento de invención;* este es el mayor atractivo de la Ciencia. En cuanto á los ejercicios, sabiamente elegidos, además de responder al fin primordial que se persigue, quitan aridez á la parte técnica y la presentan de un modo claro y agradable.

Otro punto debemos también tocar. ¿Debe el profesor ceñirse á un programa y texto determinados ó, por el contrario, puede en este asunto marchar por su propia iniciativa? *Teóricamente*, lo mejor sería que el profesor hiciese una explicación oral, que al siguiente día traerían sabida los alumnos, después de tomar todos los *apuntes* y *notas* que creyesen convenientes; ¿pero estarían todos, especialmente en los primeros años, en condiciones de hacer esto? Así es, que parece lo *más práctico* un término medio: esto dicta la prudencia. Es este un punto harto delicado para marcar una pauta fija, los procedimientos *pedagógicos* tienen que variar mucho, según las condiciones de los alumnos, y ver con claridad cuál debe ser el más adecuado, en cada caso, es uno de los grandes méritos de un buen profesor.

Un asunto á que creemos se debe dar gran importancia es el *cálculo mental;* no se pretende, naturalmente, conseguir que llegue el alumno á donde llegaron la señora *Lautré*, *Enrique Mondeux*, *Ynaudy*, etc., esto requiere aptitudes especiales que, por otra parte, según la experiencia ha enseñado, nada tienen que ver con el *talento matemático;* pero el habituarse á los cálculos mentales, siquiera sea en pequeña escala, acostumbra á esa *abstracción* tan necesaria en esta clase de estudios. Hay una porción de reglas para el cálculo mental; á nuestro juicio, lo mejor es la *práctica progresiva*. Por la misma razón apuntada, juzgamos como un excelente ejercicio el dar *alguna vez* demostraciones geométricas sin dibujar las figuras. Pero estó requiere que el alumno conozca bien el asunto y hacerlo empezando por lo más sencillo.

Llegamos ya á un punto muy importante y *es el relativo á exámenes*. Hay que hacer, ante todo, una distinción capital, según que éstos tengan por objeto el saber si el alumno tiene *la suficiente idoneidad* para ser *aprobado*, ó se trate de los exámenes motivados por *un concurso*. En el primer caso *basta* que el alumno sepa *todo lo necesario;* en el segundo, la cuestión es mucho más delicada: es preciso elegir *los que sean mejores*. He aquí una cuestión difícil de resolver, en vista de los muchos factores que entran en juego.

Respecto á los *exámenes, sin concurso*, creemos que, á pesar de sus inconvenientes, es el procedimiento *menos malo* de juzgar. Es cierto, que el que explica una asignatura, *si el número de alumnos no es grande*, sabe perfectamente el estado en que éstos se encuentran; pero aun así, el examen les obliga á repasar, y, además, los que han llevado el curso *medianamente*, pueden, haciendo un gran esfuerzo, ponerse en condiciones de aprobación. Por otra parte, el examen es una especie de satisfacción que se da á los que hayan de ser juzgados. Entendemos que debe ser, no sólo *oral*, sino también *escrito*, pues este último aleja, en lo posible, la influencia de dos fatales elementos que concurren en algunos individuos: la *nerviosidad* y la natural timidez. A propósito de este punto acude á nuestra memoria una anécdota que refería el matemático francés *Eduardo Lucas* (fallecido hace años). En uno de esos grandes *Congresos matemáticos* á los que acuden naturalmente personas eminentes en la Ciencia, á la par que otras más humildes, se encontraban varios congresistas (algunos muy distinguidos), en el hotel, de sobremesa, después de reparar físicamente el gasto intelectual que habían hecho en la sesión. En esta situación se le ocurre á *Lucas* proponer la cuestión siguiente: está establecida una línea regular de vapores entre el *Havre* y *New-York;* sale *de cada uno* de los puertos un vapor *todos los días* á *las doce de la mañana*, empleando en la travesía *siete días;* el que sale hoy del *Havre* ¿cuántos verá de la misma compañía hasta su llegada á *New-York?*

Muchos de aquellos señores contestaron: *siete*, otros callaron prudentemente, *todos se azoraron* y, sin embargo, la cuestión es harto sencilla; puede resolverla un alumno de *primera enseñanza*. El lector verá *con facilidad* que la respuesta es *quince;* pero no es lo mismo *discurrir* en el *gabinete* ó que *le cojan á uno desprevenido*. Comentando esto el *Sr. Laisant*, deduce la benevolencia que hay que usar con el que se examina, teniendo en cuenta *su estado de ánimo*. Pero cualquiera que sea la forma en que el examen se practique, creemos no debe consistir en tocar *minuciosidades* ó en poner *verdaderos acertijos;* y al hablar así, no aludimos especialmente á los Institutos, nos referimos á los exámenes en general.

El examinador debe tocar los puntos verdaderamente importantes de la Ciencia, no los pequeños detalles, que cuando más podrían acusar una memoria feliz; hay que ver si se ha *digerido*, si *se comprende* la materia objeto del examen. Nunca el que examina debe rechazar una demostración, *con tal que sea rigurosa*, aunque haya otras más sencillas ó *que sean más de su agrado*. Comprendemos que esto es á veces un pequeño sacrificio; pero así lo demanda la justicia, que debe ser el primer factor en el sacerdocio que ejerce el que enseña. No vemos el menor inconveniente en que los programas sean todo lo detallados que se quiera; por el contrario, creemos que esto es acertado: nosotros llegaríamos hasta permitir al examinando *hojear* el libro algunos momentos. Dentro de estas condiciones debe emplearse el mayor rigor; la benevolencia redundará, en último término, en perjuicio del alumno, que pasaría á otros estudios incapacitado para entenderlos, ya que la enseñanza anterior fué para él completamente infructuosa.

En lo que atañe á *los concursos* la cuestión es mucho más delicada, según hemos dicho, y los Tribunales de examen deben reunir condiciones especialísimas, para alejar en lo posible la injusticia inconsciente, fruto de la falibilidad humana.

Se abre un concurso para aceptar *cien candidatos;* se han presentado *mil* á los exámenes; hay que rechazar *novecientos* para elegir *los cien mejores;* ¡qué difícil es averiguar esto! ¡cuántos factores hay que tener en cuenta! Lo primero con que se debe contar es con un tiempo, por decirlo así, ilimitado; hay que detenerse cuanto sea preciso para formar un juicio lo más acertado posible. El marcar un plazo *limitado*, obliga con frecuencia á formar *varios Tribunales;* y esto es *altamente injusto*. Todos debieran ser examinados por un mismo Tribunal, *por lo menos* en cada asignatura. No es posible que dos personas distintas formen juicio idéntico: el uno considera, en *igualdad de condiciones*, que un examinando merece *14 puntos;* el otro, más exigente por su manera de ser, *por su idiosincrasia*, lo considera acreedor á *9;* el alumno jugó, pues, una lotería; lo de ser examinado por uno ú otro Tribunal fué todo cuestión de suerte. Otro caso se presenta con frecuencia en los concursos: dos individuos hacen un examen *próximamente igual;* al uno le dan *12 puntos*, al otro *11;* el primero tiene *20 años*, el segundo *15*, ¿cuál, en justicia, debiera ser preferido? También puede aparecer la cuestión bajo otra forma: de dos aspirantes que se presentan al concurso, el uno acude *por primera vez*, para el otro es *la cuarta*, por haber sido rechazado las tres anteriores; el segundo hace un examen, un poco, *muy poco* mejor que el primero; en justicia ¿á cuál se le debe dar la mejor nota?

Estos casos que dejamos apuntados, se presentan anualmente en los exámenes de ingreso de las *Academias militares* y creemos que, para evitar *en lo posible* los anteriores inconvenientes, debieran tomarse las disposiciones siguientes:

1.ª Constituir un *Tribunal permanente de exámenes* compuesto de personas que reunan condiciones verdaderamente excepcionales; este Tribunal examinará *durante* todo el año á quienes lo soliciten, para darles la clasificación que juzgue merecida, y cuando se publique el concurso en las distintas academias, serán admitidos en cada una los que tengan más puntos entre los examinados.

2.ª Limitar mucho la edad máxima de los aspirantes.

3.ª No permitir que un candidato se examine más de dos veces.

4.ª El desaprobado no podrá repetir el examen, á no mediar un intervalo de seis meses.

Expuestas estas ideas generales sobre la enseñanza y exámenes, procedería ahora entrar en el detalle relativo á cada una de las materias que forman la *Matemática pura*, pues cada una tiene sus procedimientos especiales *dentro de la unidad* que reina en el conjunto; pero faltos de tiempo para hacerlo, nos limitaremos á exponer algo de lo que en otra ocasión hemos dicho sobre la enseñanza de la Geometría *(Gaceta de Matemáticas*, año IV, núm. 1.º), que *mutatis mutandis* podrá aplicarse á las otras asignaturas.

El soberbio edificio *(nos referimos á los Elementos de Euclide)* desafió el paso de veinte siglos, sin que nadie se atreviese á introducir en él modificaciones importantes, constituyendo una especie de *sancta sanctorum* que guardaba el testimonio de la fe de los creyentes.

Al fin, se percataron los modernos geómetras de que en el plan euclídeo se daba excesiva libertad á la intuición, y que muchas demostraciones se apoyaban *implícitamente* en axiomas, á veces menos evidentes que los que *explícitamente* se habían sentado como fundamentales.

El ideal de una buena exposición es señalar todos, absolutamente todos, los axiomas necesarios, para marchar después con paso firme por los senderos de la Ciencia, ya que el establecer ésta sin aquélla es sólo una quimera que algunos soñadores forjaron en su fantasía. El solo hecho de probar este aserto es gran título de gloria para *Bolyai* y *Lowatschewsky*, de acuerdo con los más recientes trabajos de *Riemann* y *Beltrami*.

Ahora bien; ¿cuáles son los axiomas necesarios? ¿Cuál la forma racional de exponer la Geometría? Aquí entran ya las distintas escuelas, y hay que esperar que el choque de ideas, en lo intelectual, análogamente á lo que ocurre en lo físico, produzca calor y luz.

Helmholtz enunciaba cuatro axiomas, por más que el cuarto, ó sea el llamado de *monodromía*, ha sido considerado como innecesario por Sophus Lïe, quien estableció también lo que creyó fundamental por la consideración de *grupos de transformaciones* y la admisión de que dos puntos tienen *un invariante*.

El *Sr. Hilbert* reparte en cinco grupos los axiomas expresivos de las relaciones mútuas que pueden existir entre las entidades geométricas: punto, recta, plano y espacio, á saber: asociación, orden, congruencia, el euclídeo y el de continuidad ó de Arquímedes. Las ideas del *Sr. Hilbert* han sido llevadas muy recientemente á una obra didáctica por el sabio geómetra norteamericano *George Bruce Halsted* en su *Rational Geometry*, que rompe, por consiguiente, los antiguos moldes. Falta ahora saber si, á pesar del gran mérito de este trabajo, esta forma de exposición se apropia convenientemente á la enseñanza. Hay que esperar que hable la experiencia, como decíamos al ilustre autor al acusarle recibo de su obra.

De todos modos, cualquiera que sea la forma de exposición que llegue á dominar, entendemos que la enseñanza de la Geometría debe comprender tres grupos distintos. La *primera enseñanza;* en la que debe dominar la forma objetiva, mostrando el objeto antes de definirlo, haciendo notar sus propiedades más salientes, que se presentan de un modo intuitivo á la inteligencia del niño. La *segunda enseñanza;* que se debe dar *aproximándose* al plan euclídeo, procurando el rigor posible, pero dentro de la sencillez; haciendo ver que una porción de verdades son una sola, aunque con distinto ropaje. Que dé el alumno rienda suelta á la *intuición*, aunque con frecuencia le engañe, pues esta facultad le será indispensable si ha de llegar algún día á ensanchar los horizontes de la Ciencia. No le digáis á un alumno de esta enseñanza que la *igualdad de figuras* encierra un *círculo vicioso* ó un *axioma*, que otro tanto ocurre con la definición de plano, etc., etc.

Dejadle creer lo *que le dice la intuición* respecto á que toda curva continua tiene tangentes. ¿Para qué hacerle saber que hay autores que creen necesario demostrar que un segmento tiene punto medio ó un ángulo bisectriz? Que no sepa que se puede razonar sobre objetos y relaciones sin especificar la naturaleza de unos y otras. Que ignore que el profesor *Padoa* considera que los solos símbolos, *no definidos*, necesarios para el estudio de la Geometría, son los que se designan por las palabras «punto» y «es superponible á». Creería su naciente inteligencia que la Matemática está reducida á una embrollada tautología. Dejad para la *enseñanza superior* el que llegue á conocer las doctrinas que empiezan á dominar en la Ciencia.

Una forma de exposición, á nuestro juicio muy racional, empieza á abrirse paso, y es la de tratar simultáneamente la *planimetría* y la *estereometría*, ó lo que es lo mismo, la Geometría plana y la en el espacio. Tiene la ventaja de dar más unidad al conjunto, facilitar muchas demostraciones y, sobre todo, la de desarrollar desde el principio en el alumno la indispensable facultad de *ver en el espacio*. Ya comprendemos, sin embargo, que este método de exposición no estará exento de objeciones, y que acaso el alumno de segunda enseñanza vea con exceso y antes de tiempo lo que necesite. La experiencia es la que debe decidir.

Hay, desde este punto de vista, en Francia, un verdadero modelo: los *Nouveaux éléments de Geometrie*, del profesor Ch. Mézay, que aunque escritos hace treinta años (ahora se hizo nueva edición), no se notó su importancia hasta época muy reciente, y hoy, adoptados en muchos centros de la nación vecina, están dando excelentes resultados en la enseñanza, según datos que tenemos á la vista y que nos ha comunicado nuestro eminente amigo. En España contamos para este plan con la apreciabilísima Geometría del Sr. Jiménez Rueda, docto Catedrático de la Universidad Central.

Aquí damos fin á estas *ideas generales* sobre la enseñanza de la Matemática elemental, con el propósito, que Dios sabe si llegaremos á cumplir, de trazar en otra ocasión más extensamente un *plan general de enseñanza de la Matemática* en su sentido más lato, en lo que concierne á *metodología, programas*, etc., haciendo una excursión por las bellísimas florestas de esta Ciencia bendita, tarea que sería para nosotros muy agradable.

La Coruña, Septiembre, 1908.