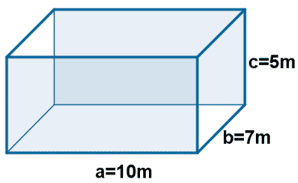
¡¡Hola chic@s!! Un abrazo fuerte a tod@s.

Esta semana continuamos trabajando las unidades didácticas 11 y 12, relacionadas con al área y volumen de un cuerpo. Y también con el repaso de la 2ª evaluación con unas tareas en el thatquiz.

Pero primero cómo siempre, resolveremos los ejercicios que os propuse de la primera parte de la unidad 11-12 :

1.2. Prisma

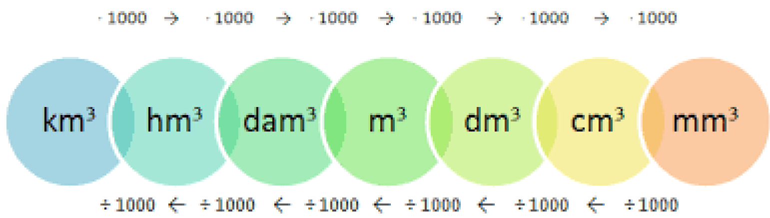
Ejercicio resuelto 11/12.66: Las dimensiones de un depósito de agua son 10 m x 7 m x 5 m. Calcula cuantos litros de agua contendrá el depósito cuando esté completamente lleno.

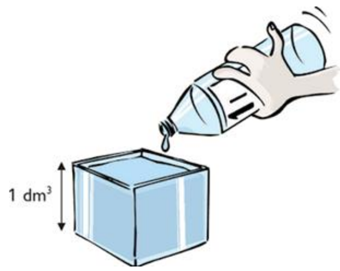


Solución: Área $_{base}$ = Área $_{rectángulo}$ = 10. 7 = 70 m^2

Volumen = Área $_{base}$. Altura = 70. 5 = 350 m^3

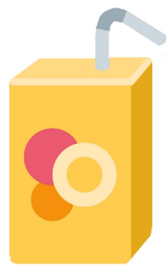
Si lo pasamos a litros cómo indica el enunciado, serían:



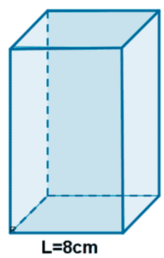


Entonces: 350 m^3 =350000 m^3 = 350000 litros.

Ejercicio resuelto 11/12.67: Queremos hacer un tetra brik de base cuadrada de 8 cm de lado y con capacidad de 2 L. ¿Cuánto cartón necesitaremos?



Solución: Tenemos que trasformar las unidades: 2 L= 2 dm^3 = 2000 cm^3



Área $_{base}$ = Área $_{cuadrado}$ $=L^2= 8^2 = 64$ cm²

2000 = Volumen = Área $_{base}$. Altura = 8^2. H → H = 2000/64= 31,25 cm

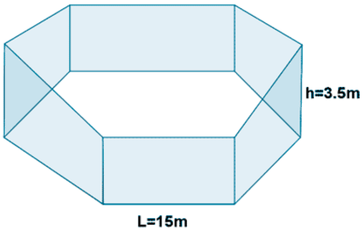
Área $_{Lateral}$ = Perímetro $_{base}$. altura = (4. 8). 31,25 = 1000 cm²

Área $_{total}$= 2 Área $_{base}$+ Área $_{lateral}$= 2. 64+ 1000 = 1128 cm²

Necesitamos entonces 1128 cm² de cartón.

Ejercicio resuelto 11/12.68: Una piscina tiene forma de prisma hexagonal. El lado de su base mide 15 m y la altura 3,5 m. ¿Cuánto costará llenarla si el litro de agua está a 0.02 €?

Solución:



Volumen= Área $_{base}$. Altura

Área $_{base}$ = Área $_{hexágono}$ = (perímetro. apotema)/2

Necesitamos la medida del apotema:

$L^2=a^2 + (L/2)^2$ → $a^2 = 15^2 - 7,5^2 = 168,75$ → a = 12,99 m ~ 13 m apotema de la base

Entonces: Área $_{base}$ = Área $_{hexágono}$ = (perímetro. apotema)/2= (15.6). 13/2 = 585 m²

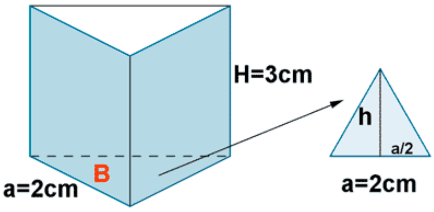
Volumen= Área $_{base}$. Altura = 585. 3,5 = 2047,5 m³= 2047500 dm³ = 2047500 litros

El precio del llenado de la piscina será de: 2047500. 0,02 = 40950 €

Ejercicio resuelto 11/12.69: Calcula el área y el volumen de un prisma recto de altura 3 m y que tiene por base un triángulo equilátero de 2 m de arista.

Solución:

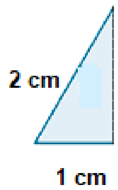
Necesitamos el área de la base, para ello calculamos la altura del triángulo equilátero:



Área $_{Lateral}$ = Perímetro $_{base}$. altura = (3. 2). 3= 18 cm²

Área $_{base}$ = Área $_{triángulo}$ =(base. altura)/2 = (2. 1,73)/2 = 1,73 cm²

necesitamos la altura h del triángulo de la base, aplicamos Pitágoras:



$2^2 = 1^2+h^2 \rightarrow h^2 = 2^2- 1^2= 3 \rightarrow h = \sqrt{3} = 1,73$ cm altura de triángulo

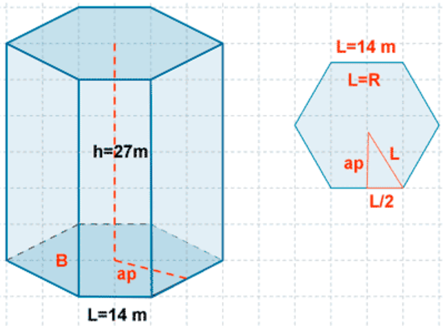
Área $_{base}$ = Área $_{triángulo}$ =(base. altura)/2 = (2. 1,73)/2 = 1,73 cm²

Área $_{total}$= 2. Área $_{base}$+ Áreas $_{lateral}$= 2. 1,73 + 18 = 21,46 cm²

Además: Volumen = Área $_{base}$. Altura= 1,73. 3 = 5,19 cm³

Ejercicio resuelto 11/12.70: Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 14 m y su altura es de 27 m.

Solución:

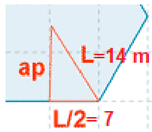


Tenemos:

Área $_{Lateral}$ = Perímetro $_{base}$. altura = (6. 14). 27 = 2268 m²

Área $_{base}$ = Área $_{hexágono}$ = (perímetro. apotema)/2

Necesitamos calcular la apotema del hexágono de la base:



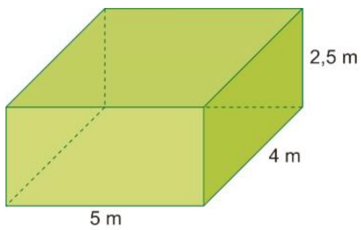
$14^2 = ap^2+7^2 \rightarrow ap^2 = 14^2- 7^2= 147 \rightarrow ap = \sqrt{147} = 12,12$ m

Área $_{base}$ = Área $_{hexágono}$ = (perímetro. apotema)/2= (6. 14. 12,12)/2 = 509,04 m²

Área $_{total}$= 2. Área $_{base}$+ Áreas $_{lateral}$= 2. 509,04 + 2268 = 3286,08 cm²

Además: Volumen = Área $_{base}$. Altura= 509,04 . 27 = 13748,616 m³

Ejercicio resuelto 11/12.71: La habitación de Laura tiene forma un ortoedro como el de la figura:



a) Calcula el volumen de la habitación:

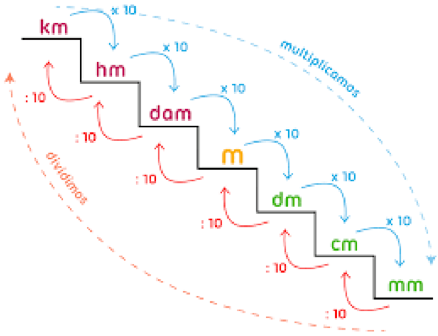
Área $_{base}$ = Área $_{rectángulo}$ = base. Altura = 5. 4 = 20 m²

Volumen = Área $_{base}$. Altura= 20. 2,5 = 50 m³

b) ¿Cuánto costará pintar el techo con una pintura cuyo precio es de 10€ por metro cuadrado?

Como: Área $_{base}$ = 20 m², entonces, le costará: 20 m² .10 €/ m² = 200 €

c) Si se quieren poner baldosas cuadradas de 10 dm de lado en el suelo de esta habitación, ¿cuántas harán falta?



Como: 10 dm = 1 m de lado → 1 m^2 de área cada baldosa

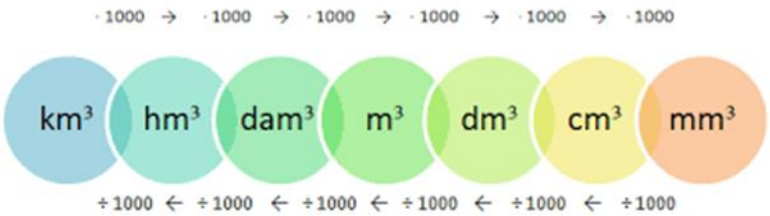
Área $_{base}$ /1 m^2 = 20 m^2 /1 m^2 = 20 baldosas

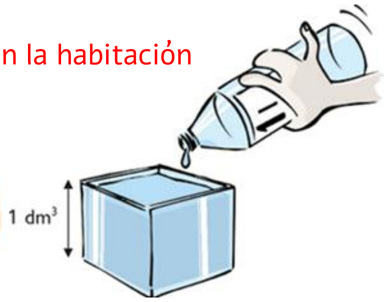
d) Si el aire está compuesto por un 78 % de nitrógeno, un 21 % de oxígeno y un 1 % de otras sustancias, ¿cuántos litros de oxígeno hay en la habitación de Laura? ¿Y cuántos de nitrógeno?

Como hay un 21 % de oxígeno del total del volumen, entonces en la habitación hay:

100 m^3 → 21 m^3
50 m^3 → x m^3 entonces: x=(21. 50)/100 = 10, 5 m^3 de oxígeno en la habitación

entonces: 10, 5 m^3 = 10500 dm^3 = 10500 litros de oxígeno en la habitación





Como hay un 78 % de oxígeno del total del volumen, entonces en la habitación hay:

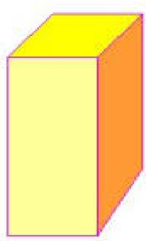
100 m^3 → 78 m^3
50 m^3 → x m^3 entonces: x=(78. 50)/100 = 39 m^3 de nitrógeno en la habitación

entonces: 39 m^3 = 39000 dm^3 = 39000 litros de oxígeno en la habitación

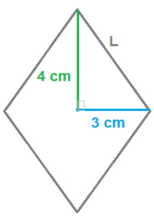
<u>**Ejercicio resuelto 11/12.72**</u>: **Las bases de un prisma recto son rombos cuyas diagonales miden 8 cm y 6 cm. La altura del prisma es de 10 cm. Calcula el área total y su volumen.**

Solución: Área $_{base}$ = Área $_{rombo}$ = (D. d)/2= (8. 6)/2 = 24 cm^2

Área $_{lateral}$ = Perímetro $_{base}$. altura



Tenemos que hallar el perímetro del rombo:



$L^2 = 4^2+3^2 = 25 \rightarrow L = \sqrt{25} = 5$ cm lado del rombo

Área $_{lateral}$ = Perímetro $_{base}$. altura = (4. 5). 10 = 200 cm²

Área $_{total}$ = 2. Área $_{base}$ + Área $_{lateral}$ = 2. 24 + 200 = 248 cm²

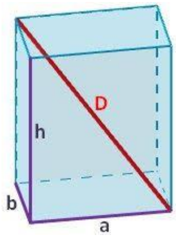
Volumen = Área $_{base}$ · altura = 24. 10 = 240 cm³

Ejercicio resuelto 11/12.73: Hallar el volumen de las torres Kio, sabiendo que su base es un cuadrado de 35 m de lado, y la altura es de 114 m.

Solución: Área $_{base}$ = Área $_{cuadrado}$ = L^2 = 35^2 = 1225 m²

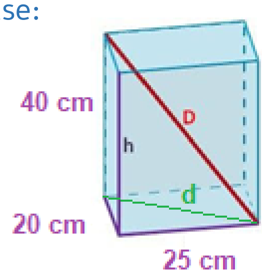
Volumen = Área $_{base}$ · altura = 1225. 114 = 139650 cm³

Ejercicio resuelto 11/12.74: Las dimensiones de una caja de cartón son 40 cm, 25 cm y 20 cm. ¿Se puede guardar en su interior una varilla de medio metro de larga?



Nota: La longitud máxima de un segmento en un ortoedro nos lo da la longitud de su diagonal

Solución: Para calcular la diagonal D del ortoedro, primero hallamos la diagonal d de la base:



$d^2 = 25^2+20^2 = 1025 \rightarrow d = \sqrt{1025} = 32{,}01$ cm ~ 32 cm

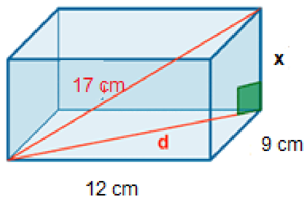
$D^2 = 40^2+32^2= 2624 \rightarrow D = \sqrt{2624} = 51{,}22$ cm

Por tanto, la varilla de 50 cm cabe en el interior de la caja si la situamos sobre la diagonal de la misma.

Ejercicio resuelto 11/12.75: La base de un ortoedro es un rectángulo de dimensiones 9 cm y 12 cm. La diagonal del ortoedro mide 17 cm. Calcula la medida del lado desconocido y el área total de la figura.

Área $_{base}$ = Área $_{rectángulo}$ = base. altura del rectángulo= 12. 9 = 108 m²

Área $_{lateral}$ = Perímetro $_{base}$. Altura del prisma



Calculemos la altura del prisma, sabiendo que su diagonal D=17 cm:

1. Hallamos la longitud de d, que es la diagonal de la base:

$d^2=12^2 + 9^2 =225 \rightarrow d = 15$ cm

2. Ahora, usando Pitágoras, obtenemos la medida del lado desconocido:

$D^2= d^2 + x^2 \rightarrow 17^2= 15^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 17^2- 15^2 = 64 \rightarrow$ x = 8 cm altura del prisma

Ahora:

$\text{Área}_{\text{lateral}} = \text{Perímetro}_{\text{base}}.\ \text{Altura del prisma} = (2.\ 12+ 2.\ 9).\ 8 = 336\ \text{cm}^2$

$\text{Área}_{\text{total}} = 2.\ \text{Área}_{\text{base}} + \text{Área}_{\text{lateral}} = 2.\ 108 + 336 = 552\ \text{cm}^2$

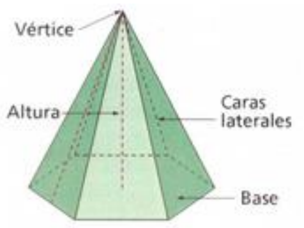
Continuamos con las unidades didácticas 11 y 12, relacionadas con al área y volumen de un cuerpo:

1. 3. Pirámide

Definición: Una **pirámide** es un poliedro, cuya **base** es un polígono cualquiera y las **caras laterales** son triángulos con un vértice común, que se denomina **vértice** de la pirámide.

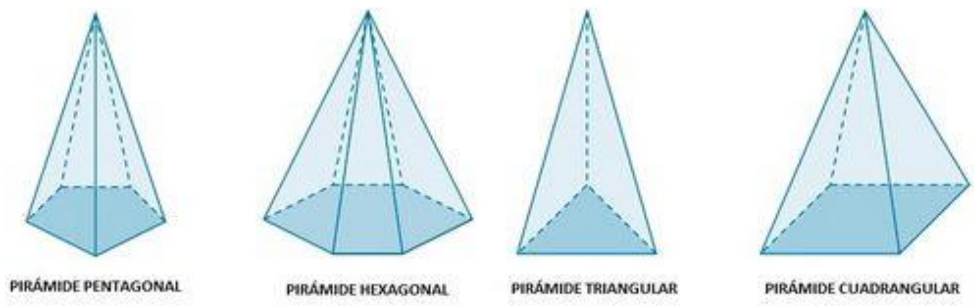
Los **elementos de la pirámide** además de la base y las caras laterales, son:

- La **altura** de la pirámide es el segmento perpendicular tazado desde el vértice a la base.
- Las **aristas básicas** son los lados del polígono base.
- Las **aristas laterales** son las aristas que unen el vértice con la base.

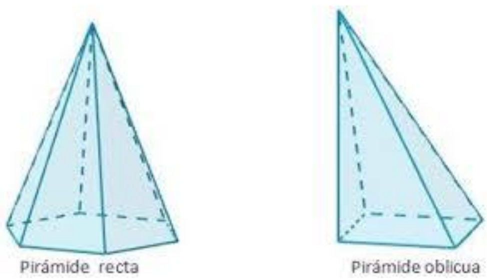


Clasificación de las pirámides

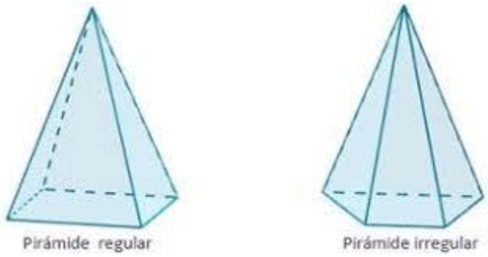
- **Atendiendo a sus bases:** En función del polígono base, las pirámides pueden ser de base triangular, cuadrangular, pentagonal, hexagonal, etc.



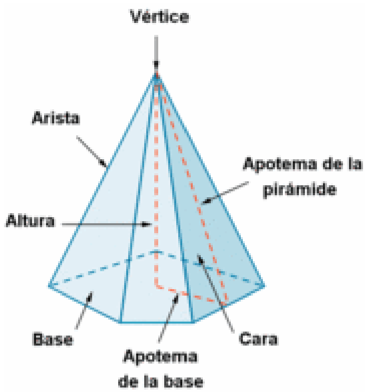
- **Atendiendo a su inclinación:** Si todas las caras laterales son triángulos isósceles, la pirámide es **recta**, si no, es **oblicua**.



- **Atendiendo a su regularidad:** Una pirámide es **regular** si es recta y su base es un polígono regular. En caso contrario es **irregular**. En una pirámide regular, todas las aristas laterales son iguales y las caras laterales son triángulos isósceles iguales. La altura de cada uno de ellos se llama **apotema de la pirámide**.



Nota: Nosotros trabajaremos sobre todo las pirámides rectas regulares:

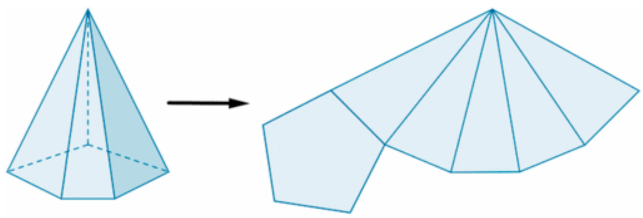


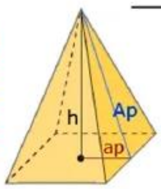
Elementos de una pirámide regular

Desarrollo plano de una pirámide

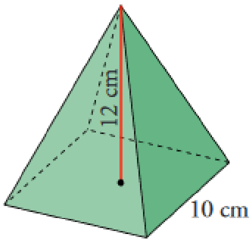
Si representamos en un plano todas las caras de una pirámide, de forma contigua, obtenemos lo que se denomina **desarrollo plano** de la pirámide.

Ejemplo: Fíjate en la siguiente pirámide pentagonal. Si la cortásemos adecuadamente, siguiendo ciertas aristas, podríamos desplegarla como se muestra en la siguiente figura.



PIRÁMIDE*	ÁREA LATERAL	ÁREA TOTAL	VOLUMEN
	$A_L = \dfrac{P_{base} \cdot Ap}{2}$ $Ap^2 = h^2 + ap^2$	$A_T = A_L + A_{base}$	$V = \dfrac{A_{base} \cdot h}{3}$ (*) *Pirámide recta regular*

Ejemplo: Halla el área total de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 10 cm de lado y cuya altura es de 12 cm.

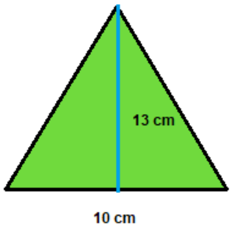


1º) Área:

Para calcular el área de cada triángulo isósceles que define las caras laterales, necesitamos la altura de estos triángulos **(no de la pirámide, ojo con esta confusión)**. Cómo sabemos que son triángulos idénticos, trabajamos sólo uno de ellos:

$Ap^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \rightarrow Ap = 13$ cm altura del triángulo

así, el área de cada triángulo es:



Área $_{\text{triángulo}}$ = (base. Altura del triángulo)/2=(10. 13)/2= 65 cm²

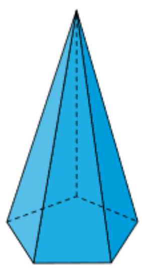
Así: Área $_{\text{lateral}}$ =4. Área $_{\text{triángulo}}$= 4. 65 = 260 cm²

Área $_{\text{base}}$ = Área $_{\text{cuadrado}}$= 10^2 = 100 cm²

Área $_{\text{total}}$ = Área $_{\text{lateral}}$ + Área $_{\text{base}}$= 260 + 100 = 360cm²

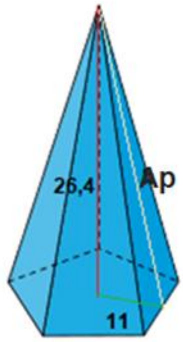
2º) Volumen $_{\text{pirámide}}$ = (Área $_{\text{base}}$. Altura de la pirámide)/3= (100. 12)/3 =1200/3 = 400 cm³

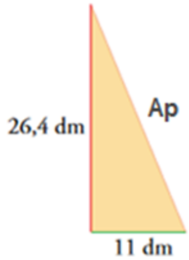
Ejemplo: La base de una pirámide regular es un pentágono de 16 dm de lado y 11 dm de apotema. La altura de la pirámide es de 26,4 dm. Halla el área total y su volumen.



1º) Área total:

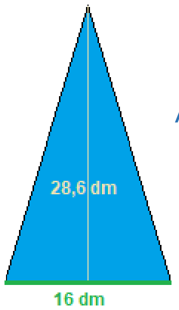
Para calcular el área de cada triángulo isósceles que define las caras laterales, necesitamos la altura de estos triángulos **(no de la pirámide, ojo con esta confusión)**. Cómo sabemos que son triángulos idénticos, trabajamos sólo uno de ellos:





$Ap^2 = 26{,}4^2 + 11^2 = 817{,}96 \rightarrow Ap = 28{,}6$ dm altura del triángulo

por tanto, el área de cada triángulo es:



Área $_{\text{triángulo}}$ = (base del triángulo. Altura del triángulo)/2=(16. 28,6)/2 = 228,8 dm^2

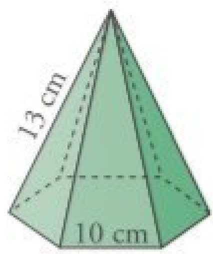
Así: Área $_{\text{lateral}}$ =5. Área $_{\text{triángulo}}$= 5. 228,8 = 1144 dm^2

Área $_{\text{base}}$= Área $_{\text{pentágono}}$= (perímetro. apotema de la base)/2 = (16. 5).11/2= 440 dm^2

Área $_{\text{total}}$ = Área $_{\text{lateral}}$ + Área $_{\text{base}}$= 1144 + 440 = 1584 dm^2

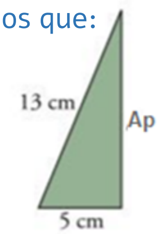
2º) Volumen $_{\text{pirámide}}$ = (Área $_{\text{base}}$. Altura de la pirámide)/3= (440. 26,4)/3 = 3872 dm^3

Ejemplo: Hallar el área total de una pirámide hexagonal regular con aristas laterales de 13 cm y aristas basales de 10 cm.



1º) Área total:

Vanos a calcular la altura de una cara lateral de nuestra pirámide. Como las caras laterales son triángulos isósceles iguales, vamos a trabajar con uno de ellos. Y usando Pitágoras tenemos que:

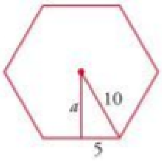


$13^2 = 5^2 + Ap^2 \rightarrow Ap^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \rightarrow Ap = 12$ cm altura del triángulo

Por tanto, cada cara tiene área: Área $_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base. altura del triángulo}}{2} = \frac{10.\ 12}{2}$ = 60 cm

Área $_{\text{lateral}}$ =6. Área $_{\text{triángulo}}$= 6. 60 = 360 cm^2

Ahora vamos a calcular la apotema de la base que es hexagonal, por ello, sabemos que el radio es igual al lado, así usando de nuevo Pitágoras:



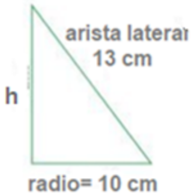
$10^2 = 5^2 + a^2 \rightarrow a^2 = 10^2 - 5^2 = 75 \rightarrow a = 8{,}66$ cm apotema de la base

Por tanto: $\text{Área}_{\text{base}} = \text{Área}_{\text{hexágono}} = \frac{\text{perímetro. apotema}}{2} = \frac{(10.\ 6).\ 8{,}66}{2} = 259{,}8\ \text{cm}^2$

$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + \text{Área}_{\text{base}} = 360 + 259{,}8 = 619{,}8\ \text{cm}^2$

2º) Volumen:

Si queremos hallar su volumen, tenemos que calcular la altura de la pirámide:



$13^2 = 10^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 13^2 - 10^2 = 69 \rightarrow h = 8{,}3$ cm altura de la pirámide

Entonces: $\text{Volumen}_{\text{pirámide}} = \frac{\text{Área de la base. Altura de la pirámide}}{3} = \frac{259{,}8.\ 8{,}3}{3} = 718{,}78\ \text{cm}^3$

Ejercicio propuesto 11/12.75: **Calcula el área y el volumen de una pirámide cuadrangular cuya base tiene 4 cm de arista y una altura de 6 cm.**

Ejercicio propuesto 11/12.76: **Hallar el área y el volumen de una pirámide hexagonal en la que la arista de la base mide 3 cm y la arista lateral 5 cm.**

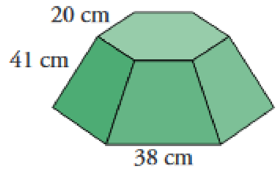
Ejercicio propuesto 11/12.77: **Hallar el volumen de la pirámide de Keops, sabiendo que su altura actual es de 230,35 m y el cuadrilátero que forma su base tiene 136,86 m de lado.**

Ejercicio propuesto 11/12.76 : **La Pirámide del Museo del Louvre es una obra situada en el patio del Museo del Louvre, en París, que da acceso al edificio. Fue diseñada por el arquitecto Leoh Ming Pei. De estilo internacional, esta pirámide de vidrio y aluminio fue inaugurada en el año 1989.**

Si se trata de un pirámide cuadrangular regular de 35 m de lado de la base y 20,1 m de altura, calcular su área y su volumen.

Nota: Los ejercicios de troncos son muy importantes para llegar a los mínimos exigibles del curso, pero tiene una dificultad más alta que un simple uso de fórmulas:

Ejemplo: Hallar el área lateral de un tronco de pirámide hexagonal cuyas dimensiones son las del dibujo:



Vamos a hallar el área de cada trapecio, ya que en esta figura sabemos que el área lateral está definida por 6 trapecios iguales.

Necesitamos hallar **la altura del trapecio, ojo, no del tronco de pirámide**. Para ello recurrimos como siempre al teorema de Pitágoras, cómo hacíamos en la geometría plana:

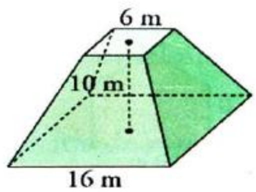
$41^2 = 9^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 41^2 - 9^2 = 1600 \rightarrow h = 40$ cm

Calculamos ahora el área de cada cara:

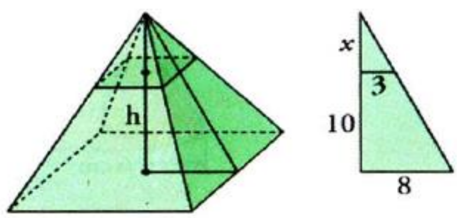
$$\text{Área}_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b)}{2}.h = \frac{(38+20)}{2}.40 = 1160 \text{ cm}$$

Por ello, el área lateral viene dada por: $\text{Área}_{\text{lateral}} = 6.\ \text{Área}_{\text{trapecio}} = 6.\ 1160 = 6960 \text{ cm}^2$

Ejemplo: Hallar el volumen de un tronco de pirámide cuyas dimensiones son las del dibujo:



Vamos a hallar las alturas de las dos pirámides que definen la figura:



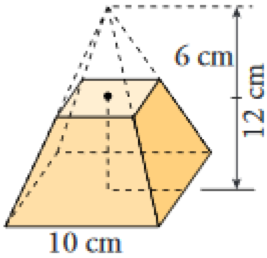
Cómo los **triángulos verdes son semejantes**, entonces:

$$\frac{x}{3}=\frac{10+x}{8} \Rightarrow 8x=30+3x \Rightarrow 5x=30 \Rightarrow x=\frac{30}{5}=6 \text{ cm}$$

entonces, la altura x de la **pirámide pequeña** es 6 cm y la altura H de la **pirámide completa** es: H=x+10= 16 cm. Por tanto:

$$\text{Volumen}_{\text{tronco}} = \text{Volumen}_{\text{pirámide grande}} - \text{Volumen}_{\text{pirámide pequeña}} = \frac{1}{3}.16^2.16 - \frac{1}{3}.6^2.6 = 1293{,}3 \text{ m}^3$$

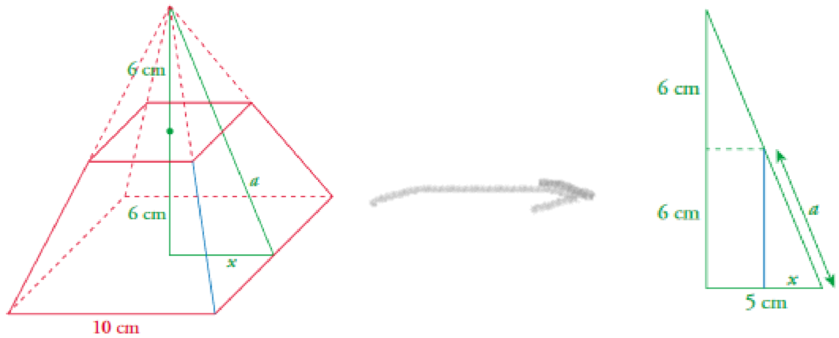
Ejemplo: Una pirámide regular de base cuadrada de 10 cm de lado y altura 12 cm, es cortada por un plano a mitad de su altura. Hallar el área total del tronco de pirámide resultante.



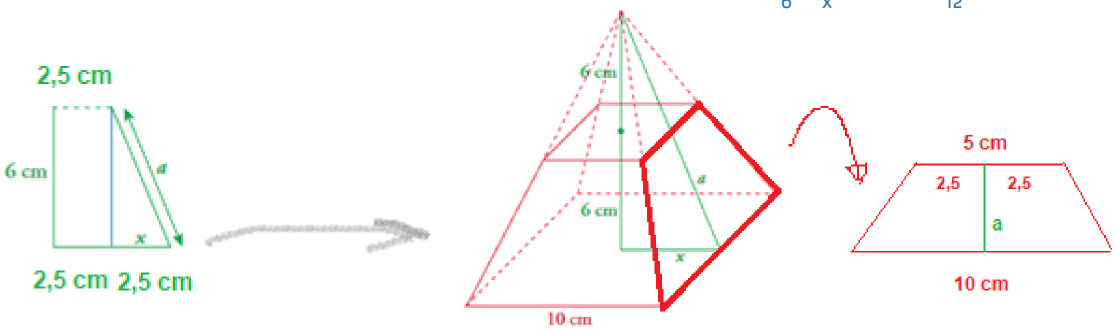
1º) Hallamos el **área lateral**, que viene dado por cuatro trapecios idénticos. Por tanto, trabajamos uno de ellos y luego lo multiplicamos por 4.

Si queremos saber el área de cualquier trapecio necesitamos, base mayor que este caso sí tenemos, base menor que desconocemos y altura del trapecio que tampoco tenemos.

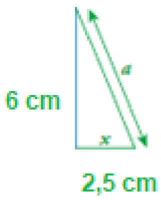
En los troncos se trabaja a la vez con la figura completa sin cortar y con el propio tronco. Para hallar los datos del trapecio que desconocemos, vamos a usar **semejanza de triángulos y teorema de Pitágoras**.



Cómo los **triángulos verdes son semejantes**, entonces: $\frac{12}{6}=\frac{5}{x} \Rightarrow x=\frac{30}{12}=2{,}5$ cm

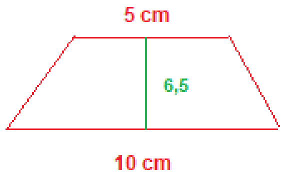


Ahora, usando **Pitágoras** en el triángulo:



$a^2 = 6^2 + 2{,}5^2 = 42{,}25 \Rightarrow a = 6{,}5$ cm altura del trapecio (no del tronco)

Ojo, no confundir la altura del tronco que era de 6 cm, con la altura del trapecio lateral que es de 6,5 cm



Tenemos todos los datos, para calcular el área:

$$\text{Área}_{\text{trapecio}} = \frac{(B+b)}{2}.h = \frac{(10+5)}{2}.6{,}5 = 48{,}75 \text{ cm}^2$$

Por ello, el área lateral viene dada por: **$\text{Área}_{\text{lateral}} = 4.\ \text{Área}_{\text{trapecio}} = 4.\ 48{,}75 = 195 \text{ cm}^2$**

2º) Hallamos las **áreas de las bases** que son cuadrados:

$$\text{Área}_{\text{base menor}} = \text{Área}_{\text{cuadrado lado 10}} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{base mayor}} = \text{Área}_{\text{cuadrado lado 5}} = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + \text{Área}_{\text{base mayor}} + \text{Área}_{\text{base menor}} = 195 + 100 + 25 = 320 \text{ cm}^2$$

Vamos a trabajar ahora a modo de repaso, la unidad didáctica 7. Para que todos los alumnos puedan alcanzar los contenidos mínimos de las matemáticas académicas de 3º de la ESO. Por tanto, será de especial interés para aquellos alumnos que no aprobaron la 2ª evaluación.

Tenéis que repasar nuestro boletín teórico y de ejercicios relativos a esta unidad 7, mostrando especial atención a ejercicios del tipo:

Unidad didáctica 7: Sistemas de ecuaciones

7.1 Sistemas de ecuaciones lineales

Una **ecuación lineal** con dos incógnitas es una igualdad del tipo ax+by=c, donde a, b, y c son números, y «x» e «y» son las incógnitas.

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas en la que **deseamos encontrar una solución común**.

Nosotros trabajaremos sistemas de dos **ecuaciones lineales** con dos incógnitas.

Sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Viene dado por la expresión:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

a, **b**, **p** ,**q** son los coeficientes

c y **r** son los términos independientes

Por ejemplo:

Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

Una **solución** es todo par de números que cumple la ecuación. Es decir, una solución de un sistema de ecuaciones lineales no es más que un par de valores x e y, de tal manera que se verifiquen las ecuaciones planteadas.

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Es una solución del sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

1. Dada la ecuación: $3x + 2y = 17$, razona si los siguientes pares son solución.

a) x=1 , y=3 Sol: No es solución $3(1) + 2(3) = 4 + 6 = 10 \# 17$

b) x=5 , y=1 Sol: Si es solución $3(5) + 2(1) = 15 + 2 = 17$

2. Dada la ecuación $5x - 2y = c$, halla el valor de c sabiendo que una solución es:

a) x=3 , y=6 Sol: $5(3) - 2(6) = 15 - 12 = 3 \to c = 3$

b) x=4 , y=1 Sol: $5(4) - 2(1) = 20 - 2 = 18 \to c = 18$

3. Halla una solución (x,y) de la ecuación $-4x + 5y = 17$ sabiendo que:

a) x=7 Sol: $-4(7) + 5y = 17 \to 5y = 45 \to y = 9 \to sol = (7,9)$

b) y=1 Sol: $-4x + 5(1) = 17 \to -4x = 12 \to x = 3 \to sol = (3,1)$

Los sistemas de ecuaciones lineales los podemos clasificar según su número de soluciones:

- **Compatible determinado:** Tiene una única solución, la representación son dos rectas que se cortan en un punto.
- **Compatible indeterminado:** Tiene infinitas soluciones, la representación son dos rectas que coinciden.
- **Incompatible:** No tiene solución, la representación son dos rectas paralelas.

Existen diferentes métodos de resolución:

- **Sustitución.**
- **Reducción.**
- **Igualación.**

Ejemplo 1: Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2×2, utilizando los tres métodos:**

$$2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1}$$
$$x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}$$

Método de Reducción

El método de eliminación consiste en realizar la suma o resta de ambas ecuaciones con la finalidad de que alguna de las incógnitas desaparezca en el resultado de dicha operación.

Por lo general, es necesario realizar una serie de pasos pertinentes para que ambas ecuaciones lo permitan.

Paso 1. Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Para ello elegimos arbitrariamente cuál incógnita queremos eliminar; en este caso optamos por eliminar a la variable **x**.

Analicemos: en la **Ecuación 1**, la variable **x** viene representada por un **2x**. Esto implica que para eliminarla al sumar dicha ecuación con la **Ecuación 2**, esta última debería tener un **–2x** con el cual cancelarse o eliminarse.

Por lo tanto, es pertinente multiplicar la **Ecuación 2** por un factor de **–2** de la siguiente manera:

$$\boxed{2x} + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1}$$
$$x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}$$

$\downarrow$

Para convertir x en -2x
debo multiplicarlo por -2

Multiplico la Ecuación 2 por -2

$$x - 2y = 3$$
$$(-2) \quad (x - 2y = 3)$$
$$-2x + 4y = -6 \quad \text{Ecuación 2n}$$

Paso 2. Sumamos ambas ecuaciones:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 4y = -6 \\ \hline 0 + 7y = 14 \end{array}$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante:

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 20 \\ -2x + 4y = -6 \\ \hline 0 + 7y = 14 \\ y = \frac{14}{7} \\ \boxed{y = 2} \end{array}$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en cualquiera de las ecuaciones iniciales y se resuelve. En este caso elegimos reemplazar en la **Ecuación 2:**

$$\boxed{y = 2}$$

Reemplazo en Ecuación 2

$$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ x - 2(2) &= 3 \\ x - 4 &= 3 \\ x &= 3 + 4 \\ \boxed{x = 7} \end{aligned}$$

Método de Igualación

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones. En este caso vamos a elegir despejar la variable **x**, aunque también es válido utilizar la otra variable:

Ecuación 1

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 20 \\ 2x &= 20 - 3y \\ \boxed{x = \frac{20 - 3y}{2}} \end{aligned}$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ \boxed{x = 3 + 2y} \end{aligned}$$

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el **paso 1**, obteniendo una ecuación con una incógnita:

$$\frac{20 - 3y}{2} = 3 + 2y$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del **paso 2** despejando la incógnita.

$$\begin{aligned} \frac{20 - 3y}{2} &= 3 + 2y \\ 20 - 3y &= (3 + 2y)(2) \\ 20 - 3y &= 6 + 4y \\ 20 - 6 &= 4y + 3y \\ 14 &= 7y \\ \frac{14}{7} &= y \\ \boxed{y = 2} \end{aligned}$$

Paso 4. El valor obtenido en el **paso 3** se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del **paso 1**. En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 2:

$$\boxed{y = 2}$$

$$x = 3 + 2y$$
$$x = 3 + 2(2)$$
$$x = 3 + 4$$
$$\boxed{x = 7}$$

Método de sustitución

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones. En este caso vamos a despejar la variable **x** de la **Ecuación 2**

$$x - 2y = 3$$
$$\boxed{x = 3 + 2y}$$

Paso 2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación:

Despejar la variable x

Ecuación 2

$$x - 2y = 3$$
$$\boxed{x = 3 + 2y}$$

Sustituir en la otra ecuación

Ecuación 1

$$2x + 3y = 20$$

$$2(3 + 2y) + 3y = 20$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso anterior para encontrar el valor de una de las incógnitas:

$$2(3 + 2y) + 3y = 20$$
$$6 + 4y + 3y = 20$$
$$6 + 7y = 20$$
$$7y = 20 - 6$$
$$7y = 14$$
$$\boxed{y = 2} \quad y = \frac{14}{7}$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso:

Reemplazo el valor de y

$$x = 3 + 2y$$
$$\boxed{y = 2}$$
$$x = 3 + 2(2)$$
$$x = 3 + 4$$
$$\boxed{x = 7}$$

<u>Ojo: Para cualquier método, acabaremos con un paso 5 muy importante:</u>

Paso 5. Verificación de la solución del sistema. Nuestra solución: $\boxed{\begin{array}{l} y = 2 \\ x = 7 \end{array}}$

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

Ecuación 1	Ecuación 2
$2x + 3y = 20$	$x - 2y = 3$
$2(7) + 3(2) = 20$	$7 - 2(2) = 3$
$14 + 6 = 20$	$7 - 4 = 3$
$20 = 20$	$3 = 3$

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

Ejemplo 2: Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2x2, utilizando los tres métodos:**

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$$

Método de sustitución

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones. En este caso vamos a despejar la variable **x** de la **Ecuación 1:**

$$x+y=7 \quad \text{ec. } 1 \rightarrow x = 7-y$$

Paso 2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación. En este caso **sustituimos en la segunda ecuación la expresión obtenida para la x**:

$$5x-2y=-7 \quad \text{ec. } 2 \rightarrow 5.(7-y)-2y=-7$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso anterior para encontrar el valor de una de las incógnitas. En este ejemplo, **despejamos la y**:

$$35-5y-2y=-7 \rightarrow 35-7y=-7 \rightarrow -7y=-7-35 \rightarrow -7y=-42 \rightarrow y=-42/-7=6 \rightarrow y=6$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso. Por tanto, **utilizamos el valor de y para hallar el valor de x**:

$$x= 7-y \rightarrow x=7-6=1 \rightarrow x=1$$

La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6.

Método de Reducción

Paso 1. Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Para ello elegimos arbitrariamente cuál incógnita queremos eliminar; en este caso optamos por eliminar a la variable **y**.

Analicemos: en la **Ecuación 2**, la variable **y** viene representada por un **-2y**. Esto implica que para eliminarla al sumar dicha ecuación con la **Ecuación 1**, esta última debería tener un **2y** con el cual cancelarse o eliminarse.

Por tanto, en este ejemplo multiplicamos la **Ecuación 1** por **2** de la siguiente manera:

Ec. 1: $x+y=7$ → multiplicamos por 2 la Ec.1: $2(x+y=7)$
Ec. 2: $5x-2y=-7$ → no modificamos la Ec. 2: $5x-2y=-7$

Así, el sistema se queda:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$$

Paso 2. Sumamos ambas ecuaciones. Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece:

$$\begin{array}{ll} \text{Ec. 1:} & 2x + 2y = 14 \\ \text{Ec. 2:} & \underline{5x - 2y = -7} \\ & 7x \quad\; = 7 \end{array}$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante. Y nos quedaría:

$7x=7$ → $x=7/7=1$ → $x=1$

Paso 4. Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales.

En este caso reemplazamos el valor de **x** en la **Ecuación 1**

Ec. 1: $x+y=7$ → $1+y=7$ → $y=7-1=6$ → $y=6$

La solución de nuestro sistema es $x=1$ e $y=6$.

Método de Igualación

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

En este caso vamos a elegir despejar la variable **x**, aunque también es válido utilizar la otra variable. La despejamos en ambas ecuaciones:

Ec. 1: $x+y=7$ → $x=7-y$
Ec. 2: $5x-2y=-7$ → $5x=2y-7$ → $x=(2y-7)/5$

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el **paso 1**, obteniendo una ecuación con una incógnita:

$$7-y=(2y-7)/5$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del **paso 2** despejando la incógnita:

$7-y=(2y-7)/5$ → $5(7-y=(2y-7)/5)$ → $35-5y=2y-7$ → $42=7y$ → $y=42/7=6$ → $y=6$

Paso 4. El valor obtenido en el **paso 3** se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del **paso 1.** En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 1:

$$x=7-y \quad \rightarrow \quad x=7-6=1 \quad \rightarrow \quad x=1$$

La solución de nuestro sistema es $x=1$ e $y=6$

Ojo: Para cualquier método, acabaremos con un paso 5 muy importante:

Paso 5. Verificación de la solución del sistema.

Nuestra solución: $x=1$ e $y=6$

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

Ec. 1: $x+y=7 \quad \rightarrow \quad 1+6=7$

Ec. 2: $5x-2y=-7 \quad \rightarrow \quad 5.1-2.6=5-12=-7$

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

Ejemplo 3: Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2×2, utilizando los tres métodos:**

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

Método de sustitución

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones. En este caso vamos a despejar la variable **x** de la **Ecuación 1**

$$x+y=3 \quad \text{ec. } 1 \rightarrow x=3-y$$

Paso 2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación. En este caso **sustituimos en la segunda ecuación la expresión obtenida para la x**:

$$2x-y=0 \quad \text{ec. } 2 \rightarrow 2.(3-y)-y=0$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso anterior para encontrar el valor de una de las incógnitas. En este ejemplo, **despejamos la y**:

$$2.(3-y)-y=0 \rightarrow 6-2y-y=0 \rightarrow 6-3y=0 \rightarrow -3y=-6 \rightarrow y=-6/-3=2 \rightarrow y=2$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso. Por tanto, **utilizamos el valor de y para hallar el valor de x**:

$$x=3-y \quad \rightarrow \quad x=3-2=1 \quad \rightarrow \quad x=1$$

La solución de nuestro sistema es $x=1$ e $y=2$.

Método de Igualación

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

En este caso vamos a elegir despejar la variable **y**, por ejemplo. La despejamos en ambas ecuaciones:

Ec. 1: $x+y=3 \rightarrow y=3-x$
Ec. 2: $2x-y=0 \rightarrow y=2x$

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el **paso 1**, obteniendo una ecuación con una incógnita:

$$3-x = 2x$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del **paso 2** despejando la incógnita:

$$3-x = 2x \rightarrow 3 = 3x \rightarrow x = 1$$

Paso 4. El valor obtenido en el **paso 3** se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del **paso 1**. En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 1:

$$y=3-x \rightarrow y=3-1=2 \rightarrow y=2$$

La solución de nuestro sistema es $x=1$ e $y=2$

Método de Reducción

Paso 1. Para sumar las ecuaciones y que desaparezca una de las dos incógnitas, los coeficientes de dicha incógnita deben ser iguales pero de signo distinto. Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Para ello elegimos arbitrariamente la incógnita queremos eliminar, en este caso optamos por eliminar a la variable **y**. **Ya que si sumamos ambas ecuaciones directamente dicha variable ya se elimina:**

Ec. 1: $x + y=3$
Ec. 2: $2x- y=0$

Paso 2. Sumamos ambas ecuaciones. Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece:

Ec. 1: $x + y = 3$
Ec. 2: $\underline{2x - y = 0}$
$3x \quad = 3$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante. Y nos quedaría:

$$3x =3 \rightarrow x=3/3=1 \rightarrow x=1$$

Paso 4. Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales.

En este caso reemplazamos el valor de **x** en la **Ecuación 2**

$$\text{Ec. 2:} \quad 2x-y=0 \;\rightarrow\; 2-y=0 \;\rightarrow\; y=2$$

La solución de nuestro sistema es x=1 e y =2.

Paso 5. Verificación de la solución del sistema.

Nuestra solución: x=1 e y =2

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

$$\text{Ec. 1:} \quad x+y=3 \quad \rightarrow \quad 1+2=3 \quad \text{se cumple la ecuación 1}$$
$$\text{Ec. 2:} \quad 2x-y=0 \quad \rightarrow \quad 2.1-2=0 \quad \text{se cumple la ecuación 2}$$

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

Ejemplo 4: Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2×2, utilizando los tres métodos:**

$$\begin{cases} 5x-\frac{y}{2}=-1 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$$

Método de sustitución

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones. En este caso vamos a despejar la variable **y** de la **Ecuación 2:**

$$3x-2y=1 \quad \text{ec. 2} \;\rightarrow\; -2y=1-3x \;\rightarrow\; y=\frac{1-3x}{-2} \;\rightarrow\; y=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x$$

Paso 2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación. En este caso **sustituimos en la primera ecuación la expresión obtenida para la y**:

$$5x-\frac{y}{2}=-1 \quad \text{ec. 1} \rightarrow 5x-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x\right)=-1$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso anterior para encontrar el valor de una de las incógnitas. En este ejemplo, **despejamos la y**:

$$5x-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x\right)=0 \;\rightarrow\; 5x+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}x=-1 \;\rightarrow\; \left(5-\frac{3}{4}\right)x=-\frac{1}{4}-1 \rightarrow$$
$$\rightarrow \left(\frac{20-3}{4}\right)x=\frac{-1-4}{4} \;\rightarrow\; \frac{17}{4}x=\frac{-5}{4} \rightarrow 17x=-5 \rightarrow x=\frac{-5}{17}$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso. Por tanto, **utilizamos el valor de y para hallar el valor de x**:

$$y=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x \rightarrow y=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{-5}{17}\right) \rightarrow y=-\frac{1}{2}-\frac{15}{34}=\frac{-16}{17} \rightarrow y=\frac{-16}{17}$$

La solución de nuestro sistema es: $x=-\frac{5}{17}$ e $y=-\frac{16}{17}$.

Método de Igualación

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

En este caso vamos a elegir despejar la variable **y**, por ejemplo. La despejamos en ambas ecuaciones:

Ec. 1: $5x-\frac{y}{2}=-1 \rightarrow -\frac{y}{2}=-1-5x \rightarrow y=-2.(-1-5x) \rightarrow y=2+10x$

Ec. 2: $3x-2y=1 \rightarrow -2y=1-3x \rightarrow y=\frac{1-3x}{-2} \rightarrow y=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x$

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el **paso 1**, obteniendo una ecuación con una incógnita:

$$2+10x=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del **paso 2** despejando la incógnita:

$$2+10x=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x \rightarrow 4+20x=-1+3x \rightarrow 20x-3x=-1-4 \rightarrow 17x=-5 \rightarrow x=\frac{-5}{17}$$

Paso 4. El valor obtenido en el **paso 3** se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del **paso 1**. En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 1:

$$y=2+10x \rightarrow y=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\left(\frac{-5}{17}\right) \rightarrow y=-\frac{1}{2}-\frac{15}{34}=\frac{-16}{17} \rightarrow y=\frac{-16}{17}$$

La solución de nuestro sistema es: $x=-\frac{5}{17}$ e $y=-\frac{16}{17}$.

Método de Reducción

Paso 1. Para sumar las ecuaciones y que desaparezca una de las dos incógnitas, los coeficientes de dicha incógnita deben ser iguales pero de signo distinto. Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Para ello elegimos arbitrariamente la incógnita queremos eliminar, en este caso optamos por eliminar a la variable **x**:

Ec. 1: $5x-\frac{y}{2}=-1$

Ec. 2: $3x-2y=1$

Multiplicamos la primera ecuación por 3 y la segunda por 5 para conseguir que el coeficiente de la incógnita x tenga el mismo coeficiente en ambas ecuaciones:

Ec. 1: $5x-\frac{y}{2}=-1$ la multiplicamos por 3 $\rightarrow$ Ec. 1: $15x-\frac{3y}{2}=-3$

Ec. 2: $3x-2y=1$ la multiplicamos por -5 $\rightarrow$ Ec. 2: $-15x+10y=-5$

Paso 2. Sumamos ambas ecuaciones. Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece:

$$\begin{array}{ll} \text{Ec. 1:} & 15x - \frac{3y}{2} = -3 \\ \text{Ec. 2:} & \underline{-15x + 10y = -5} \\ & -\frac{3y}{2} + 10y = -3 - 5 \end{array}$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante. Y nos quedaría:

$$-\frac{3y}{2} + 10y = -3 - 5 \rightarrow (-\frac{3}{2} + 10)y = -8 \rightarrow \frac{17}{2}y = -8 \rightarrow y = -\frac{8.\ 2}{17} \rightarrow y = \frac{-16}{17}$$

Paso 4. Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales. En este caso reemplazamos el valor de **y** en la **Ecuación 2:**

$$\text{Ec. 2:} \quad 3x - 2y = 1 \rightarrow 3x - 2.(\frac{-16}{17}) = 1 \rightarrow 3x = 2.(\frac{-16}{17}) + 1 = \frac{-32+17}{17} = \frac{-15}{17} \rightarrow x = \frac{-15}{17.\ 3} = \frac{-5}{17}$$

La solución de nuestro sistema es: $x = -\frac{5}{17}$ e $y = -\frac{16}{17}$.

Paso 5. Verificación de la solución del sistema.

Nuestra solución: $x = -\frac{5}{17}$ e $y = -\frac{16}{17}$.

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

$$\begin{array}{lll} \text{Ec. 1:} \quad 5x - \frac{y}{2} = -1 & \rightarrow & 5(-\frac{5}{17}) - \frac{1}{2}.\left(-\frac{16}{17}\right) = -1 \quad \text{se cumple la ecuación 1} \\ \text{Ec. 2:} \quad 3x - 2y = 1 & \rightarrow & 3.\ (-\frac{5}{17}) - 2(-\frac{16}{17}) = -1 \quad \text{se cumple la ecuación 2} \end{array}$$

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

Ejemplo 4: Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2×2, utilizando los tres métodos:**

$$\begin{cases} -10x - 5y = 0 \\ 21x - 7y = 28 \end{cases}$$

Método de sustitución

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones. En este caso vamos a despejar la variable **y** de la **Ecuación 1:**

$$-10x - 5y = 0 \quad \text{ec. 1} \rightarrow -5y = 10x \rightarrow y = \frac{10}{-5}x \rightarrow y = -2x$$

Paso 2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación. En este caso **sustituimos en la segunda ecuación la expresión obtenida para la y**:

$$12x - 7y = 28 \quad \text{ec. 2} \rightarrow 12x - 7.\ (-2x) = 28$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso anterior para encontrar el valor de una de las incógnitas. En este ejemplo, **despejamos la y**:

$$21x-7.\,(-2x)=28 \;\rightarrow\; 21x+14x=28 \;\rightarrow 35x=28 \;\rightarrow\; x=\frac{28}{35}=\frac{4}{5} \;\rightarrow\; x=\frac{4}{5}$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso. Por tanto, **utilizamos el valor de x para hallar el valor de y**:

$$y=-2x \rightarrow \; y=-2.\frac{4}{5}=-\frac{8}{5} \;\rightarrow\; y=\frac{-8}{5}$$

La solución de nuestro sistema es: $x=\frac{4}{5}$ e $y=\frac{-8}{5}$.

Método de Igualación

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

En este caso vamos a elegir despejar la variable **y**, por ejemplo. La despejamos en ambas ecuaciones:

Ec. 1: $-10x-5y=0 \rightarrow \; -5y=10x \rightarrow \; y=-2x$

Ec. 2: $21x-7y=28 \rightarrow \; -7y=28-21x \rightarrow \; y=\frac{28-21x}{-7} \rightarrow \; y=-4+3x$

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el **paso 1**, obteniendo una ecuación con una incógnita:

$$-2x=-4+3x$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del **paso 2** despejando la incógnita:

$$-2x=-4+3x \;\rightarrow\; -2x-3x=-4 \;\rightarrow\; -5x=-4 \;\rightarrow\; x=\frac{4}{5}$$

Paso 4. El valor obtenido en el **paso 3** se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del **paso 1**. En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 1:

$$y=-2x \;\rightarrow\; y=-2.\left(\frac{4}{5}\right)=-\frac{8}{5} \;\rightarrow\; y=\frac{-8}{5}$$

La solución de nuestro sistema es: $x=\frac{4}{5}$ e $y=\frac{-8}{5}$.

Método de Reducción

Paso 1. Para sumar las ecuaciones y que desaparezca una de las dos incógnitas, los coeficientes de dicha incógnita deben ser iguales pero de signo distinto. Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Para ello elegimos arbitrariamente la incógnita queremos eliminar, en este caso optamos por eliminar a la variable **y**:

Ec. 1: $-10x-5y=0$
Ec. 2: $21x-7y=28$

Multiplicamos la primera ecuación por 1/5 y la segunda por -1/7 para conseguir que el coeficiente de la incógnita x tenga el mismo coeficiente en ambas ecuaciones:

Ec. 1: $-10x-5y=0$ la multiplicamos por 1/5 $\rightarrow$ Ec. 1: $-2x-y=0$
Ec. 2: $21x-7y=28$ la multiplicamos por -1/7 $\rightarrow$ Ec. 2: $-3x+y=-4$

Paso 2. Sumamos ambas ecuaciones. Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece:

$$\begin{array}{ll} \text{Ec. 1:} & -2x-y=0 \\ \text{Ec. 2:} & \underline{-3x+y=-4} \\ & -5x \quad = -4 \end{array}$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante. Y nos quedaría: $-5x=-4 \rightarrow x=\frac{4}{5}$

Paso 4. Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales. En este caso reemplazamos el valor de **x** en la **Ecuación 1:**

Ec. 1: $-10x-5y=0 \rightarrow -10.(\frac{4}{5})-5y=0 \rightarrow -5y=8 \rightarrow x=-\frac{8}{5}$

La solución de nuestro sistema es: $x=\frac{4}{5}$ e $y=\frac{-8}{5}$.

Paso 5. Verificación de la solución del sistema.

Nuestra solución: $x=\frac{4}{5}$ e $y=\frac{-8}{5}$.

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

Ec. 1: $-10x-5y=0 \rightarrow -10(\frac{4}{5})-5.\left(-\frac{8}{5}\right)=0$ se cumple la ecuación 1
Ec. 2: $21x-7y=28 \rightarrow 21.(\frac{4}{5})-7(-\frac{8}{5})=28$ se cumple la ecuación 2

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

Ejemplo 6: Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2×2, utilizando los tres métodos:**

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=\frac{2}{7} \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{10}=\frac{3}{7} \end{cases}$$

<u>Ojo</u>: Como tenemos denominadores, podemos eliminarlos si queremos obteniendo un sistema equivalente, más cómodo:

1º) Multiplicamos la primera ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores y, de este modo, evitamos las fracciones.

$$\text{Ec. 1: } \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=\frac{2}{7} \xrightarrow[\text{m.c.m}(3,5,7)=3.5.7=105]{} \frac{105\,x}{3}+\frac{105\,y}{5}=\frac{105.\,2}{7} \rightarrow 35x+21y=30 \text{ Ec. 1}$$

2º) Multiplicamos la segunda ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores y, de este modo, evitamos las fracciones.

$$\text{Ec. 2: } \frac{x}{2}+\frac{y}{10}=\frac{3}{7} \xrightarrow[\text{m.c.m}(2,10,7)=2.5.7=70]{} \frac{70\,x}{2}+\frac{70\,y}{10}=\frac{70.\,3}{7} \rightarrow 35x+7y=30 \text{ Ec. 2}$$

Trabajamos el nuevo sistema equivalente:

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=\frac{2}{7} \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{10}=\frac{3}{7} \end{cases} \approx \begin{cases} 35x+21y=30 \\ 35x+7y=30 \end{cases}$$

Método de sustitución

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones. En este caso vamos a despejar la variable **x** de la **Ecuación 1**

$$35x+21y=30 \quad \text{ec. 1} \rightarrow 35x=30-21y \rightarrow x=\frac{30-21y}{35}$$

Paso 2. Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación. En este caso **sustituimos en la segunda ecuación la expresión obtenida para la x**:

$$35x+7y=30 \quad \text{ec. 2} \rightarrow 35\left(\frac{30-21y}{35}\right)+7y=30 \rightarrow (30-21y)+7y=30$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso anterior para encontrar el valor de una de las incógnitas. En este ejemplo, **despejamos la y**:

$$(30-21y)+7y=30 \rightarrow 30-21y+7y=30 \rightarrow -14y=0 \rightarrow y=0$$

Paso 4. El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso. Por tanto, **utilizamos el valor de y para hallar el valor de x**:

$$x=\frac{30-21y}{35} \rightarrow x=\frac{30}{35}=\frac{6}{7} \rightarrow x=\frac{6}{7}$$

La solución de nuestro sistema es: $x=\frac{6}{7}$ e $y=0$.

Método de Igualación

Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

En este caso vamos a elegir despejar la variable **x**, por ejemplo. La despejamos en ambas ecuaciones:

$$\text{Ec. 1:} \quad 35x+21y=30 \quad \text{ec. 1} \rightarrow 35x=30-21y \rightarrow x=\frac{30-21y}{35}$$

$$\text{Ec. 2:} \quad 35x+7y=30 \quad \text{ec. 1} \rightarrow 35x=30-7y \rightarrow x=\frac{30-7y}{35}$$

Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el **paso 1**, obteniendo una ecuación con una incógnita:

$$\frac{30-21y}{35}=\frac{30-7y}{35}$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del **paso 2** despejando la incógnita:

$$\frac{30-21y}{35}=\frac{30-7y}{35} \rightarrow 30-21y=30-7y \rightarrow -21y+7y=30-30 \rightarrow -14y=0 \rightarrow y=0$$

Paso 4. El valor obtenido en el **paso 3** se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del **paso 1**. En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 1:

$$x=\frac{30-21y}{35} \rightarrow x=\frac{30}{35}=\frac{6}{7} \rightarrow x=\frac{6}{7}$$

La solución de nuestro sistema es: $x=\frac{6}{7}$ e $y=0$.

Método de Reducción

Paso 1. Para sumar las ecuaciones y que desaparezca una de las dos incógnitas, los coeficientes de dicha incógnita deben ser iguales pero de signo distinto. Se preparan las ecuaciones multiplicándolas por los números que convenga.

Para ello elegimos arbitrariamente la incógnita queremos eliminar, en este caso optamos por eliminar a la variable **x, ya que tienen directamente el mismo coeficiente**:

Ec. 1: $35x+21y=30$
Ec. 2: $35x+7y=30$

Sólo nos queda multiplicar por ejemplo la segunda por -1, para tener coeficientes iguales pero de distinto signo:

Ec. 1: $35x+21y=30$ $\rightarrow$ Ec. 1: $35x+21y=30$
Ec. 2: $35x+7y=30$ la multiplicamos por -1 $\rightarrow$ Ec. 2: $-35x-7y=-30$

Paso 2. Sumamos ambas ecuaciones. Si nos fijamos, sumando las ecuaciones la y nos desaparece:

$$\begin{array}{lr} \text{Ec. 1:} & 35x + 21y = 30 \\ \text{Ec. 2:} & \underline{-35x - 7y = -30} \\ & 14y = 0 \end{array}$$

Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante. Y nos quedaría: $14y = 0 \rightarrow y = 0$

Paso 4. Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales. En este caso reemplazamos el valor de **y** en la **Ecuación 1:**

$$\text{Ec. 1:} \quad 35x + 21y = 30 \rightarrow 35x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{35} = \frac{6}{7} \rightarrow x = \frac{6}{7}$$

La solución de nuestro sistema es: $x = \frac{6}{7}$ e $y = 0$.

Paso 5. Verificación de la solución del sistema.

Nuestra solución: $x = \frac{6}{7}$ e $y = 0$.

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

Ec. 1: $35x + 21y = 30 \rightarrow 35\left(\frac{6}{7}\right) + c21.(0) = 30$ se cumple la ecuación 1

Ec. 2: $35x - 7y = 30 \rightarrow 35.\left(\frac{6}{7}\right) - 7(0) = 30$ se cumple la ecuación 2

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

7.2. Sistemas de ecuaciones no lineales

Recordad que, tenemos dos formas para resolver sistemas lineales de dos ecuaciones y dos incógnitas:

1ª Forma: **Sustitución**, seguimos los siguientes pasos:

1. Seleccionar una ecuación y despejar una variable. (Escoger una ecuación y una variable que sea fácil de despejar).
2. Sustituir la expresión resultante por una variable en la otra ecuación, cada vez que esta variable aparezca.
3. Resolver la segunda variable en la segunda ecuación.
4. Sustituir la solución del paso 3 en la expresión del paso 1, para encontrar la otra variable.

Ejemplo: Vamos a resolver el sistema no lineal usando sustitución: $\begin{cases} x^2-y=0 \\ x^2+y=18 \end{cases}$

1. En este caso, ambas ecuaciones tienen la variable y fácil de despejar, lo hacemos por ejemplo en la primera de ellas: $y=x^2$
2. Sustituimos en la segunda: $x^2+y=18 \Rightarrow x^2+x^2=18 \Rightarrow 2x^2=18 \Rightarrow x^2=9$
3. Resolver la segunda variable en la segunda ecuación: $x^2=9 \Rightarrow x=\pm3$
4. Sustituimos las soluciones del paso 3 en la expresión del paso 1, para encontrar la otra variable: $y=x^2 \Rightarrow y=(\pm3)^2=9$

   Por tanto, soluciones: (3,9) y (-3, 9)

2ª Forma: **Reducción**, seguimos los siguientes pasos:

1. Multiplicar ninguna, o una, o las dos ecuaciones por una constante para que los coeficientes de una de las variables sean iguales pero con signo distinto.
2. Restar las ecuaciones para eliminar una de las variables.
3. Resolver la ecuación resultante.
4. Sustituir la solución del paso 3 en una de las ecuaciones originales para encontrar la otra variable.

Ejemplo: Vamos a resolver el sistema no lineal usando reducción: $\begin{cases} x^2+y^2=58 \\ x^2-y^2=40 \end{cases}$

1. Ya tenemos dos coeficientes iguales con signo distinto para la variable y^2.
2. Sumamos las ecuaciones para eliminar la variable y:

   Ec. 1: $x^2+y^2=58$
   Ec. 2: $\underline{x^2-y^2=40}$
   $2x^2=98$
3. Resolvemos la ecuación resultante: $2x^2=98 \Rightarrow x^2=49 \Rightarrow x=\pm7$
4. Sustituimos la solución del paso 3 en una de las ecuaciones originales para encontrar la otra variable, por ejemplo, en la primera ecuación:

   $$x^2+y^2=58 \Rightarrow y^2=58-x^2=58-49=9 \Rightarrow x=\pm3$$

   Por tanto, soluciones: $\{(3,7),(3,-7),(-3,7),(-3,-7)\}$

Veamos otros ejemplos:

Ejemplo: Resuelve el sistema no lineal: $\begin{cases} 2x-y=0 \\ x^2+y^2=52 \end{cases}$

Despejamos y en la 1.ª ecuación y sustituimos en la 2.ª:

$y = 2x - 2 \;\rightarrow\; x^2 + (2x-2)^2 = 52 \;\rightarrow\; 5x^2 - 8x - 48 = 0 \;\rightarrow$

$$\rightarrow\; x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 5 \cdot 48}}{10} = \frac{8 \pm 32}{10} \begin{cases} x = 4 \\ x = -12/5 \end{cases}$$

Si $x = 4$, $y = 2 \cdot 4 - 2 = 6$.

Si $x = -\frac{12}{5}$, $y = 2\left(-\frac{12}{5}\right) - 2 = -\frac{34}{5}$.

$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{cases}$

Ejemplo: Resuelve el sistema no lineal: $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x^2+y=7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2x \\ x^2 + 4 - 2x = 7 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow\; x^2 - 2x - 3 = 0 \;\rightarrow\; x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Si $x = 3$, $y = 4 - 2 \cdot 3 = -2$.

Si $x = -1$, $y = 4 - 2(-1) = 6$.

Ejemplo: Resuelve el sistema no lineal: $\begin{cases} y-x=0 \\ 2x^2+y^2=147 \end{cases}$

$$\begin{cases} y - x = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 147 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x \\ 2x^2 + x^2 = 147 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow\; 3x^2 = 147 \;\rightarrow\; x^2 = 49 \begin{cases} x = 7 \\ x = -7 \end{cases}$$

Si $x = 7$, $y = 7$.

Si $x = -7$, $y = -7$.

Ejemplo: Resuelve el sistema no lineal: $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2-y^2=16 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 - (x-2)^2 = 16 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow\; x^2 - x^2 + 4x - 4 = 16 \;\rightarrow\; 4x = 20 \;\rightarrow\; x = 5 \;\rightarrow\; y = 3$$

Solución: $x = 5$, $y = 3$

Ejemplo: Resuelve el sistema no lineal: $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x^2-y^2=2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 2x^2-y^2=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=1-x \\ 2x^2-(1-x)^2=2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x^2-1+2x-x^2=2 \rightarrow x^2+2x-3=0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2} \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Si $x=1,\ y=0$.

Si $x=-3,\ y=1-(-3)=4$.

Instrucciones de trabajo para esta semana:

1. **Los alumnos de 3º podéis enviarme de forma totalmente voluntaria, hasta del sábado 6 de junio, los "ejercicios propuestos" en este boletín** correspondientes a la parte II de la unidad 11 y 12 "Áreas y volúmenes" al correo:

mercedesiesortigueira@gmail.com

2. Además durante toda la semana, **estarán disponibles tareas relativas a la unidad didáctica 6 de la 2ª evaluación**

Disponible en la plataforma "thatquiz.org", con el enlace:

3º A: **https://www.thatquiz.org/es/classpage?02a5678cdef125a**
3º B: **https://www.thatquiz.org/es/classpage?02a03567abf125c**

Usáis la misma **contraseña personal** que os envié y trabajáis "tareas de repaso unidad 6".

3. Además esta semana, para aquellos que tienen la 2ª evaluación suspensa os propongo que volváis a repasar la unidad 7 que ya os que propuse en Semana Santa. Para hacer tareas de repaso la próxima semana.

Os recuerdo que todo este trabajo es voluntario. En función de esto, ajustaremos notas y recuperaremos o no. Y aquellos alumnos con alguna evaluación suspensa que no trabajen los ejercicios de repaso correspondientes a la evaluación que tengan suspensa, podrán ir directamente al examen de junio.

¡¡Ánimo chicos!!