

¡¡Hola chic@s!! Estamos muy cerca del fin de curso, sólo nos falta un último esfuerzo. ¡¡Mucho ánimo a todos!!

Desde ayer tenéis las notas de la 3ª evaluación. Estas notas en la signatura de Matemáticas reflejan vuestra final en junio de seguir trabajando como lo estáis haciendo ahora.

Algunos ya notáis como el esfuerzo de las últimas semanas sirvió para recuperar la 1ª evaluación o para aumentar las notas que teníais. Los alumnos que tienen aún la 2ª evaluación pendiente de recuperación, tendréis que esperar un par de semanas más para ver resultados.

Pero lo dicho, estoy suponiendo que el ritmo de trabajo se mantendrá hasta el 12 de junio. De no ser así volvería a ajustar las notas finales.

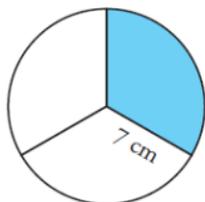
Esta semana empezamos las unidades didácticas 11 y 12, relacionadas con al área y volumen de un cuerpo.

Pero primero como siempre, resolveremos los ejercicios que os propuse de la última parte de la unidad 10:

Sector circular

Ejercicio resuelto 10.58: Halla el perímetro y el área de las figuras coloreadas:

a)

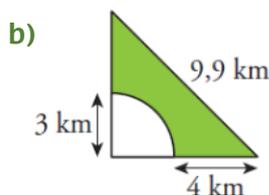


El sector circular tiene radio 7 cm, y ángulo $360^\circ/3=120^\circ$:

$$\text{Área del sector circular} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot 7^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = 51,31 \text{ cm}^2$$

$$\text{Longitud del sector circular} = L = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ} = \pi \cdot 7 \cdot \frac{120^\circ}{180^\circ} = 14,66 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro del sector} = 2r + L = 2 \cdot 7 + 14,66 = 28,66 \text{ cm}$$



Calculemos el área y el perímetro de la figura verde, definida por un sector circular y un triángulo:

a) El sector circular blanco está definido por el círculo pequeño de radio 3 km, y ángulo 90° :

$$\text{Área del sector blanco} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} = 2,25 \pi \text{ km}^2 = 7,06 \text{ km}^2$$

$$\text{Longitud del sector blanco} = L = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ} = \pi \cdot 3 \cdot \frac{90^\circ}{180^\circ} = 1,5 \pi \text{ km} = 4,71 \text{ km}$$

b) El triángulo rectángulo de base 7 km y altura que podemos calcular por Pitágoras:

$$9,9^2 = 7^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{9,9^2 - 7^2} = \sqrt{49,01} = 7 \text{ km de altura}$$

Podemos pensar entonces, que nuestro triángulo es isósceles además de rectángulo (parecía según nuestra figura, pero ahora estamos seguros al 100%), así:

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{7 \cdot 7}{2} = 24,5 \pi \text{ km}^2$$

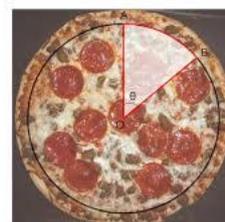
Si restamos las áreas de ambas figuras tenemos el **área de la figura de color verde**:

$$\text{Área del triángulo} - \text{Área del sector circular} = 24,5 - 7,06 = 17,44 \text{ km}^2$$

Si sumamos las longitudes del sector más las longitudes de los segmentos, tenemos el perímetro de la figura de color verde:

$$\begin{aligned} &\text{Longitud del sector} + 4 + 4 + 9,9 = \\ &= 4,71 + 17,9 = 22,61 \text{ km perímetro de la figura verde} \end{aligned}$$

Ejercicio resuelto 10.59: 12 amigos van a comer una pizza y piden el tamaño grande de 45 cm de diámetro. Calcula la cantidad de pizza y la medida del borde que le se comerá cada uno de los 12 amigos.



Los trozos de pizza son sectores circulares de ángulo $360^\circ/12=30^\circ$ y con radio $45/2 = 22,5$ cm. Entonces:

$$\text{Área del sector circular} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot 22,5^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} = 132,53 \text{ cm}^2$$

Es decir, **cada amigo comerá: 132,53 cm² de pizza**. Y como:

$$\text{Longitud del sector circular} = L = \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{180^\circ} = \pi \cdot 22,5 \cdot \frac{30^\circ}{180^\circ} = 11,78 \text{ cm}$$

Es decir, **a cada amigo lo corresponde 11,78 cm de borde**.

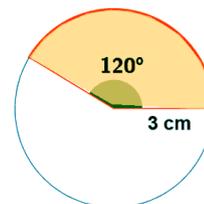
Ejercicio resuelto 10.60: Determina el ángulo de un sector circular de radio 3 cm con $3\pi \text{ cm}^2$ de área.

Trabajamos un sector circular tiene radio 3 cm, y ángulo α° .

Sabemos que:

$$3\pi = \text{Área del sector circular} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\pi = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$



Ejercicio resuelto 10.61: Calcular el ángulo del sector circular con área igual a $6\pi \text{ cm}^2$ de un círculo con perímetro de $4\pi\sqrt{2} \text{ cm}$.

Trabajamos un sector circular tiene radio r , y ángulo α° . Nos dan cómo datos:

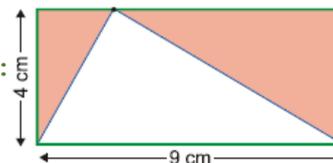
$$6\pi = \text{Área del sector circular} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow 6\pi = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow r^2 \cdot \alpha = 2160^\circ$$

$$4\pi\sqrt{2} = \text{Longitud de la circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow 4\pi\sqrt{2} = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow 2\sqrt{2} = r$$

por tanto:

$$r^2 \cdot \alpha = 2160^\circ \Rightarrow (2 \cdot \sqrt{2})^2 \cdot \alpha = 2160^\circ \Rightarrow 8 \cdot \alpha = 2160^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{2160^\circ}{8} = 270^\circ$$

Ejercicio resuelto 10.62: Halla el área de la zona coloreada:



Tenemos una figura compuesta por un rectángulo al que le quitamos un triángulo:

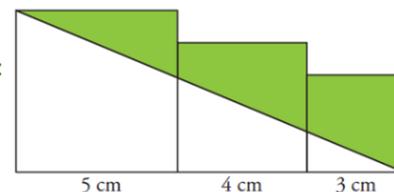
$$\text{Área del rectángulo} = \text{base} \cdot \text{altura} = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{9 \cdot 4}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

Si restamos las áreas de ambas figuras tenemos el **área de la figura de color rosa**:

$$\text{Área del rectángulo} - \text{Área del triángulo} = 36 - 18 = 18 \text{ cm}^2$$

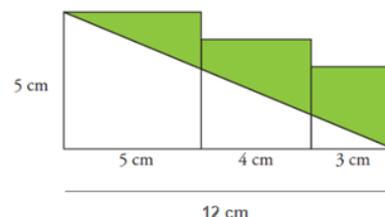
Ejercicio resuelto 10.63: Halla el área de la figura verde:



Tenemos una figura compuesta por la unión de tres cuadrados menos un triángulo rectángulo:

$$\text{Área de los tres cuadrados} = 5^2 + 4^2 + 3^2 = 50 \text{ cm}^2$$

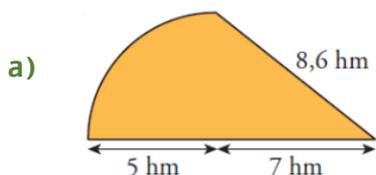
$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ cm}^2$$



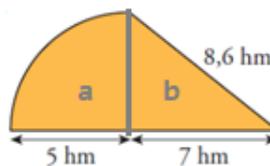
Si restamos las áreas de ambas figuras tenemos el **área de la figura de color verde**:

$$\text{Área de los tres cuadrados} - \text{Área del triángulo} = 50 - 30 = 20 \text{ cm}^2$$

Ejercicio resuelto 10.64: Halla el perímetro y el área de las figuras coloreadas:



Tenemos una figura compuesta por la unión de un cuarto de circunferencia y un triángulo:

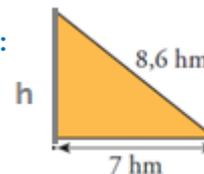


1º) Trabajamos el área de la figura compuesta:

$$\text{Área del cuarto de circunferencia} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{1}{4} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{1}{4} = 19,63 \text{ hm}^2$$

Para hallar el área del triángulo necesitamos calcular la altura:

$$8,6^2 = 7^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{8,6^2 - 7^2} = \sqrt{24,96} = 4,99 \text{ hm de altura}$$



entonces el área del triángulo es:

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{7 \cdot 4,99}{2} = 17,46 \text{ hm}^2$$

Si sumamos las áreas de ambas figuras tenemos el **área de la figura de color naranja**:

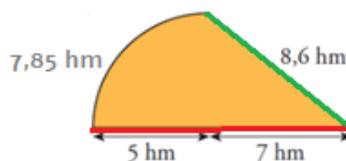
$$\text{Área del triángulo} + \text{Área del cuarto de circunferencia} = 17,46 + 19,63 = 37,09 \text{ hm}^2$$

2º) Trabajamos el perímetro de la figura compuesta:

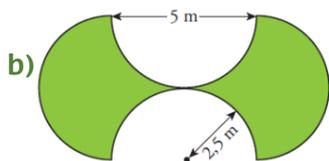
Calculamos el cuarto de la longitud de la circunferencia:

$$\text{Longitud del cuarto de la circunferencia} = L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{1}{4} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot \frac{1}{4} = 7,85 \text{ hm}$$

Por tanto, el perímetro total es:



$$\text{Perímetro total de la figura compuesta} = 7,85 + 8,6 + 5 + 7 = 28,45 \text{ hm}$$



1º) Trabajamos el área de la figura compuesta:

En esta figura si desplazamos las semicircunferencias laterales par cubrir los huecos definidos por las mismas semicircunferencias blancas crearíamos un cuadrado de lado 5 m:



entonces el área del cuadrado que es el **área de la figura de color verde**:

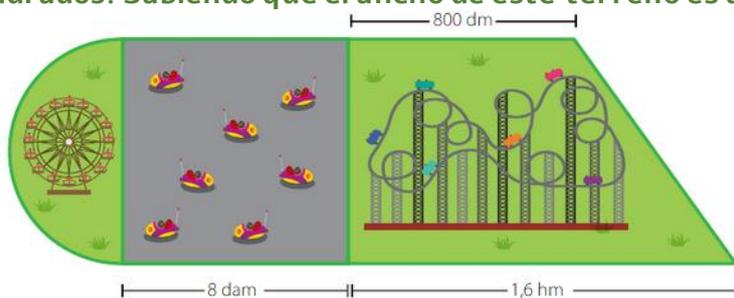
$$\text{Área del cuadrado} = \text{Área de la figura de color verde} = 5^2 = 25 \text{ m}^2$$

2º) Trabajamos el perímetro de la figura compuesta como la suma de cuatro semicircunferencias de radio 2,5 m o bien de dos circunferencias de radio 2,5 m:

$$\text{Longitud de la circunferencia} = L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 = 5 \cdot \pi = 15,7 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro total} = 2 \cdot \text{Longitud de la circunferencia} = 2 \cdot 15,7 = 31,4 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto 10.65: Calcule el área total del siguiente parque de diversiones en metros cuadrados. Sabiendo que el ancho de este terreno es de 8 dam.



Podemos pasar todas las unidades a dam, por ejemplo, así:

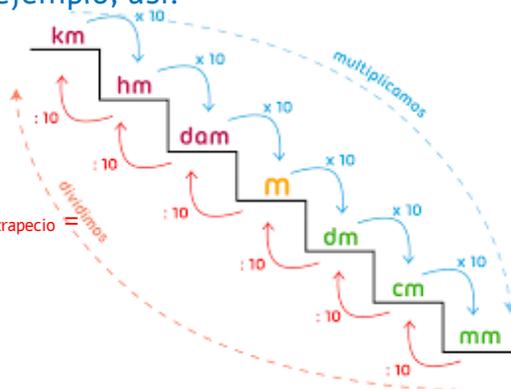
$$800 \text{ dm} = 8 \text{ dam}$$

$$1,6 \text{ hm} = 16 \text{ dam}$$

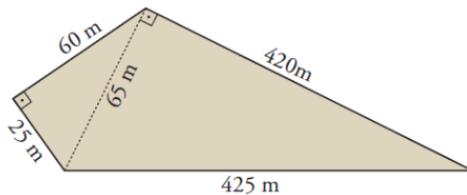
entonces:

$$\begin{aligned} \text{Área total} &= \text{Área}_{\text{media circunferencia}} + \text{Área}_{\text{cuadrado}} + \text{Área}_{\text{trapecio}} = \\ &= \frac{\pi \cdot 4^2}{2} + 8 \cdot 8 + \left(\frac{8+16}{2} \right) 8 = 185,13 \text{ dam}^2 \end{aligned}$$

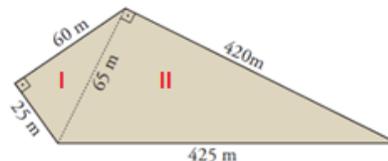
Que, si lo pasamos a m², nos da: 18513 m²



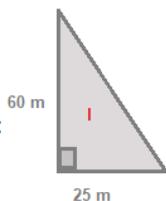
Ejercicio resuelto 10.66: Calcule el área total de la siguiente figura:



Esta figura es la unión de dos triángulos rectángulos, vamos a calcular el área de cada uno de ellos y luego sumamos para tener el área total:

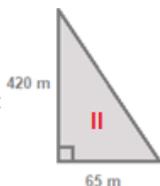


a) Área del triángulo I:



$$\text{Área del triángulo I} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{25 \cdot 60}{2} = 750 \text{ m}^2$$

b) Área del triángulo II:

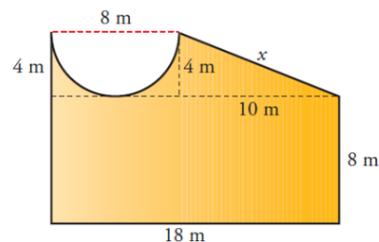
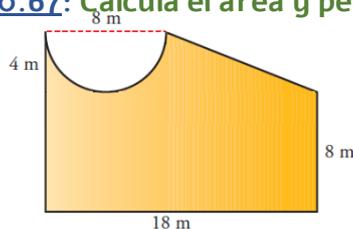


$$\text{Área del triángulo II} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{65 \cdot 420}{2} = 13650 \text{ m}^2$$

por tanto:

$$\text{Área total} = \text{Área del triángulo I} + \text{Área del triángulo II} = 750 + 13650 = 14400 \text{ m}^2$$

Ejercicio resuelto 10.67: Calcula el área y perímetro de la siguiente figura:



Podemos pensar nuestra figura del siguiente modo:

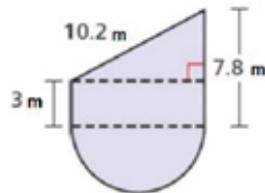
$$\text{Área total} = \text{Área}_{\text{rectángulo}} + \text{Área}_{\text{trapecio}} - \text{Área}_{\text{media circunferencia}} =$$

$$= 18 \cdot 8 + \left(\frac{8+18}{2} \right) 4 + \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 144 + 52 - 25,12 = 170,88 \text{ m}^2$$

Calculamos x para hallar el perímetro: $x^2 = 4^2 + 10^2 \Rightarrow h = \sqrt{116} = 10,77 \text{ m}$

$$\text{Perímetro total} = 18 + 8 + 10,77 + \frac{2\pi \cdot 4}{2} + 12 = 61,33 \text{ m}$$

Ejercicio resuelto 10.68: Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura:



Para trabajar la figura, la pensamos del modo siguiente:

Necesitamos calcular el valor de x:

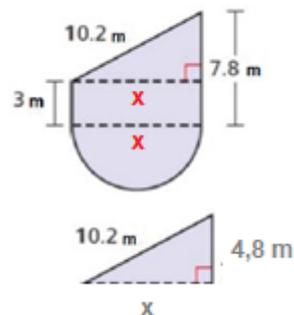
$$10,2^2 = 4,8^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{10,2^2 - 4,8^2} = \sqrt{10,2^2 - 4,8^2} = 9 \text{ m}$$

Entonces:

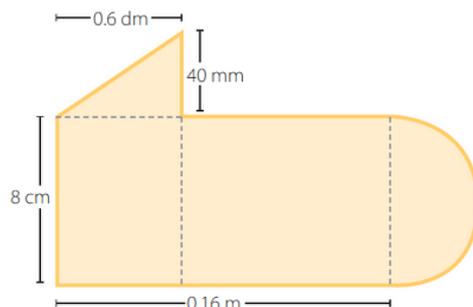
$$\text{Área total} = \text{Área}_{\text{rectángulo}} + \text{Área}_{\text{triángulo}} - \text{Área}_{\text{media circunferencia}} =$$

$$= 3 \cdot 9 + \frac{9 \cdot 4,8}{2} + \frac{\pi \cdot 4,5^2}{2} = 27 + 21,6 + 31,8 = 80,4 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro total} = 3 + 10,2 + 7,8 + \frac{2\pi \cdot 4,5}{2} = 35,13 \text{ m}$$



Ejercicio resuelto 10.69: Encuentre el área de la siguiente figura. Exprese el resultado en cm²



Podemos pasar todas las unidades a dam, por ejemplo, así:

$$40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$$

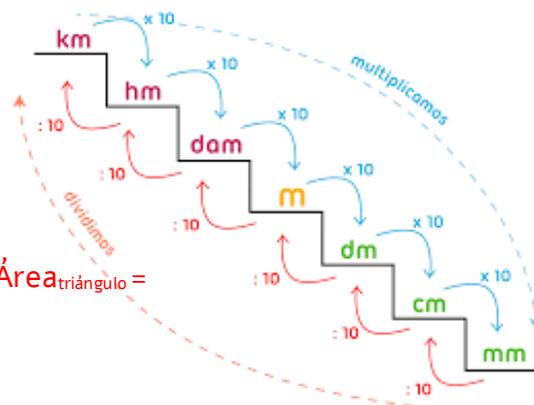
$$0,6 \text{ dm} = 6 \text{ cm}$$

$$0,16 \text{ m} = 16 \text{ cm}$$

Área total =

$$= \text{Área}_{\text{media circunferencia}} + \text{Área}_{\text{rectángulo}_1} + \text{Área}_{\text{rectángulo}_2} + \text{Área}_{\text{triángulo}} =$$

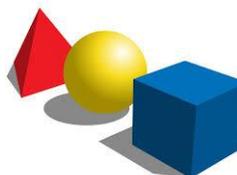
$$= \frac{\pi \cdot 4^2}{2} + 10 \cdot 8 + 8 \cdot 6 + \frac{6 \cdot 4}{2} = 165,13 \text{ cm}^2$$



Comenzamos las unidades didácticas 11 y 12, relacionadas con el área y volumen de un cuerpo. Las vamos a trabajar a la vez:

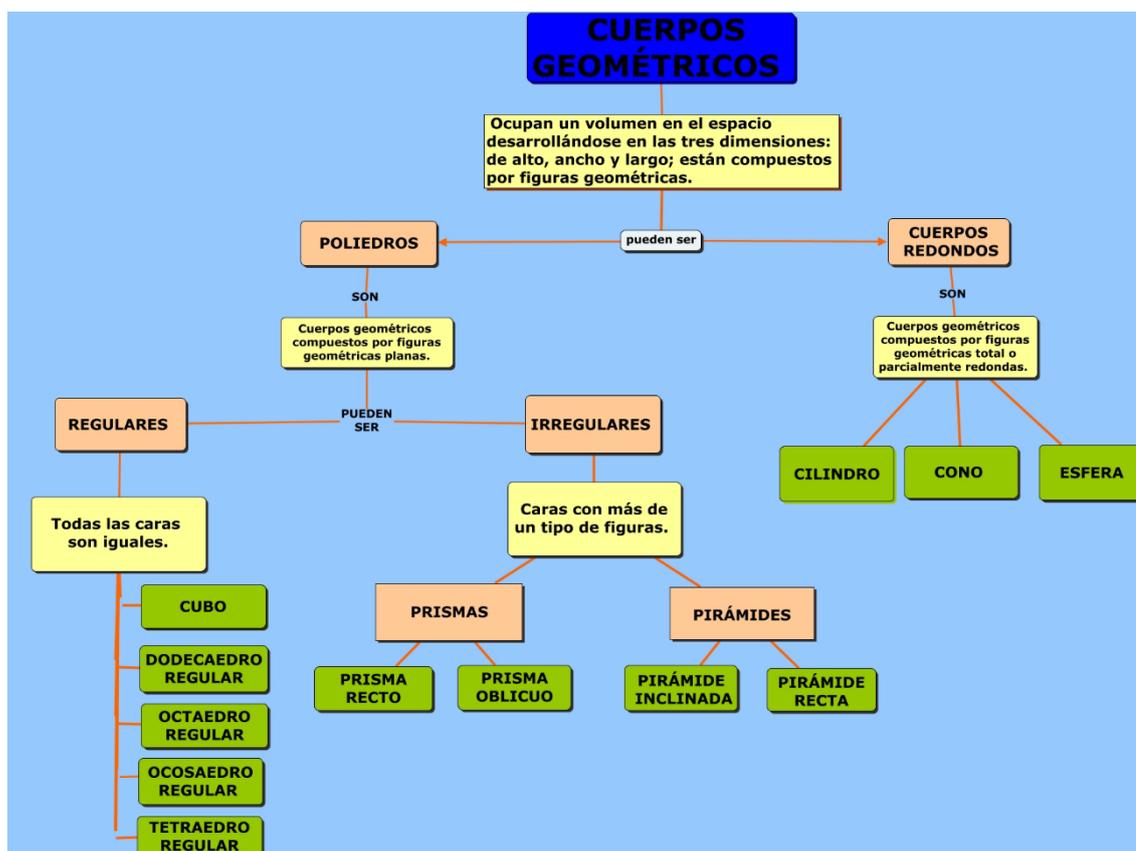
Cuerpos geométricos

Definición: Un **cuerpo geométrico** es una figura geométrica de tres dimensiones. Tiene largo, ancho y alto.



Los cuerpos geométricos se clasifican en:

- **Poliedros:** son cuerpos geométricos cerrados, limitados por caras poligonales.
- **Cuerpos redondos:** son cuerpos geométricos limitados total o parcialmente por superficies curvas. Dentro de éstos están los cuerpos de revolución, que son cuerpos redondos que se obtienen al girar una figura plana alrededor de un eje.



1. Poliedro

Definición: Un **poliedro** es un cuerpo geométrico limitado por caras poligonales.

Las caras de un poliedro, al ser polígonos, no pueden ser curvas. Así, un cono, una esfera o un cilindro, no son poliedros.

Elementos de un poliedro

- **Caras:** Polígonos que limitan al poliedro.
- **Aristas:** Segmentos intersección de las caras.
- **Vértices:** Puntos de intersección de las aristas.

Se llama **orden** de un vértice de un poliedro, al número de caras (o aristas) que concurren en él.

Denominación de los poliedros

Los poliedros son denominados de acuerdo a su número de caras. Su designación se basa en el griego clásico.

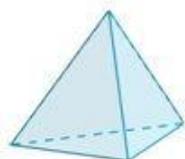
Nombre	Nº caras	Nombre	Nº caras	Nombre	Nº caras
tetraedro	4	tridecaedro	13	tetracontaedro	40
pentaedro	5	tetradecaedro	14	pentacontaedro	50
hexaedro	6	pentadecaedro	15	hexacontaedro	60
heptaedro	7	hexadecaedro	16	heptacontaedro	70
octaedro	8	heptadecaedro	17	octacontaedro	80
eneaedro	9	octadecaedro	18	enecontaedro	90
decaedro	10	eneadecaedro	19	hectaedro	100
endecaedro	11	icosaedro	20	chiliedro	1000
dodecaedro	12	triacontaedro	30	miriedro	10000

1. 1. Poliedros regulares

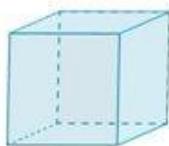
Definición: Un **poliedro regular** es aquel que cumple:

1. Sus **caras** son polígonos regulares iguales.
2. Todos los **vértices** tienen el mismo orden.

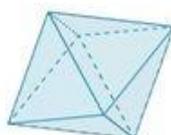
Sólo hay cinco poliedros regulares, los llamados **sólidos platónicos**: **tetraedro**, **cubo**, **octaedro**, **dodecaedro** e **icosaedro**.



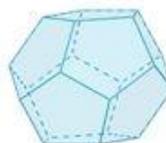
Tetraedro



Cubo



Octaedro



Dodecaedro



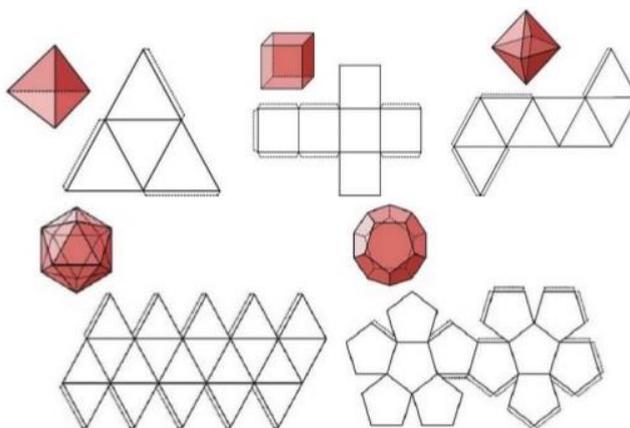
Icosaedro

Existen sólo cinco tipos de poliedros regulares:

- **Tetraedro regular:** poliedro regular cuya superficie está formada por cuatro triángulos equiláteros
- **Cubo:** poliedro regular compuesto por seis cuadrados iguales
- **Octaedro regular:** poliedro regular la superficie del cual está constituida por ocho triángulos equiláteros iguales
- **Dodecaedro regular:** poliedro regular formado por doce pentágonos regulares iguales
- **Icosaedro regular:** poliedro regular las caras del cual son veinte triángulos equiláteros iguales

Desarrollo plano de los poliedros regulares

Si representamos en un plano todas las caras de un poliedro, de forma contigua, obtenemos lo que se denomina **desarrollo plano** del poliedro.



Plantillas de poliedros

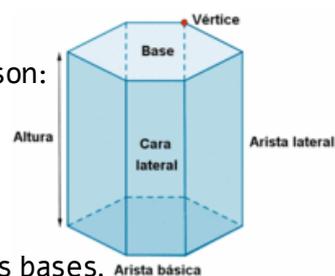
<https://jonhernandez.wordpress.com/2012/01/18/plantillas-para-construir-poliedros/>

1.2. Prisma

Definición: Un **prisma** es un poliedro limitado por dos caras iguales y paralelas entre sí, llamadas **bases**, y por varios paralelogramos, llamados **caras laterales**.

Los elementos del prisma, además de las **bases** y **caras laterales** son:

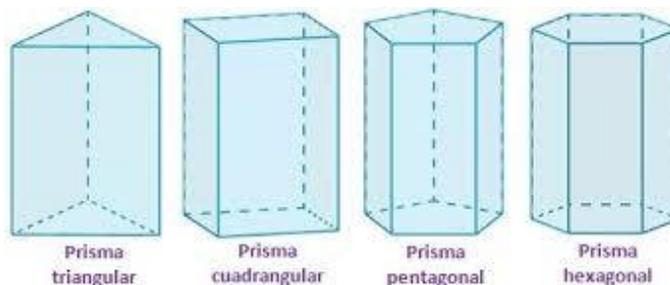
- La **altura** de un prisma es la distancia entre las bases.
- **Vértices**, son los puntos donde se cortan las aristas.
- Las **aristas básicas** son los lados de los polígonos que forman las bases.



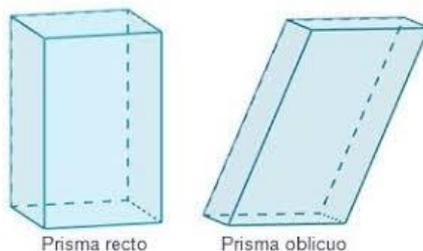
- Las **aristas laterales** son las restantes aristas.

Clasificación de los prismas

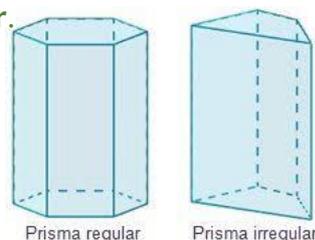
- **Atendiendo a sus bases:** En función del polígono de las bases, los prismas pueden ser de **base triangular**, **cuadrangular**, **pentagonal**, **hexagonal**, etc.



- **Atendiendo a su inclinación:** Si las caras laterales son perpendiculares a las bases (son rectángulos), el prisma es **recto**, si no, es **oblicuo**.



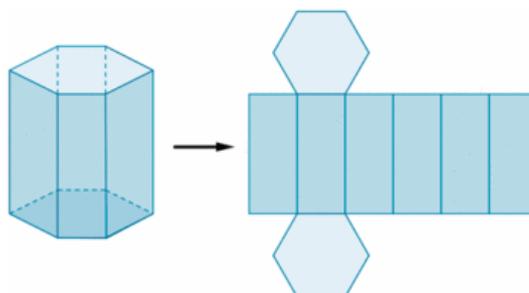
- **Atendiendo a su regularidad:** Un prisma recto se dice **regular** si su base es un polígono regular. En caso contrario es **irregular**.

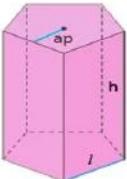


Desarrollo plano de un prisma

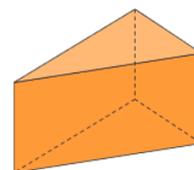
Si representamos en un plano todas las caras de un prisma, de forma contigua, obtenemos lo que se denomina desarrollo plano del prisma.

Ejemplo: Fíjate en el siguiente prisma hexagonal. Si cortásemos adecuadamente el prisma, siguiendo ciertas aristas, podríamos desplegarlo como se muestra en la siguiente figura.



	ÁREA LATERAL	ÁREA TOTAL	VOLUMEN
PRISMA 	$A_L = \underbrace{P_{base}}_{n \cdot l} \cdot h$	$A_T = A_L + 2 \underbrace{A_{base}}_{\frac{P \cdot ap}{2}}$	$V = \underbrace{A_{base}}_{\frac{P \cdot ap}{2}} \cdot h$

Ejemplo: Las bases de un prisma recto son triángulos rectángulos cuyos catetos miden 12 dm y 5 dm. La altura del prisma es 6 dm. Calcula su área total y su volumen.



Nos hace falta la longitud x, pero la calculamos por Pitágoras:

$$x^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \rightarrow x = 13 \text{ dm}$$

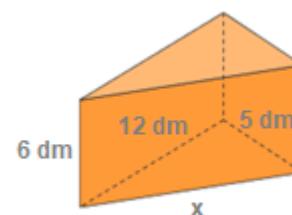
Por tanto, tenemos:

$$\text{Área}_{\text{Lateral}} = \text{Perímetro}_{\text{base}} \cdot \text{altura} = (12+5+13) \cdot 6 = 180 \text{ dm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{base}} = \text{Área}_{\text{triángulo}} = (12 \cdot 5) / 2 = 30 \text{ dm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{total}} = 2 \text{Área}_{\text{base}} + \text{Área}_{\text{lateral}} = 2 \cdot 30 + 180 = 240 \text{ dm}^2$$

Además: $\text{Volumen} = \text{Área}_{\text{base}} \cdot \text{Altura} = 30 \cdot 6 = 180 \text{ dm}^3$

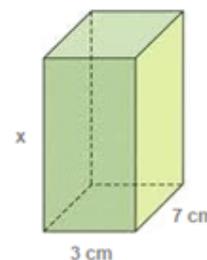


Ejemplo: El área de un ortoedro (prisma recto rectangular) es 242 cm². Dos de sus dimensiones son 3 cm y 7 cm. ¿Cuál es su tercera dimensión?

Llamamos x a la altura desconocida, así:

$$\text{Área}_{\text{Lateral}} = \text{Perímetro}_{\text{base}} \cdot \text{altura} = (2 \cdot 3 + 2 \cdot 7) \cdot x = 20x \text{ cm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{total}} = \text{Área}_{\text{lateral}} + 2 \cdot \text{Área}_{\text{base}} = 20x + 2 \cdot 3 \cdot 7 = 20x + 42 = 242 \rightarrow 20x = 200 \rightarrow x = 10 \text{ cm}$$



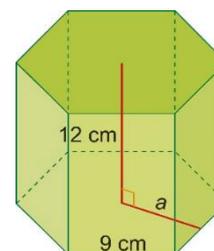
Ejemplo: Calcula el área total y el volumen del prisma de la figura sabiendo que la altura es h = 12 cm, y que el lado de la base mide 9 cm.

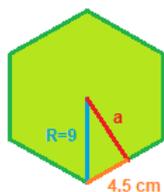
Por tanto, tenemos:

$$\text{Área}_{\text{Lateral}} = \text{Perímetro}_{\text{base}} \cdot \text{altura} = (6 \cdot 9) \cdot 12 = 648 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{base}} = \text{Área}_{\text{hexágono}} = (\text{perímetro} \cdot \text{apotema}) / 2$$

Necesitamos la medida del apotema:





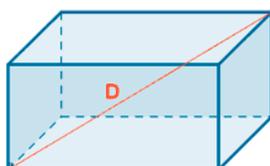
$$9^2 = a^2 + 4,5^2 \rightarrow a^2 = 9^2 - 4,5^2 = 60,75 \rightarrow a = 7,79 \text{ cm}$$

$$\text{Área}_{\text{base}} = \text{Área}_{\text{hexágono}} = (6 \cdot 7,79) / 2 = 210,33 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área}_{\text{total}} = 2 \text{ Área}_{\text{base}} + \text{Área}_{\text{lateral}} = 2 \cdot 210,33 + 648 = 1068,66 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volumen} = \text{Área}_{\text{base}} \cdot \text{Altura} = 210,33 \cdot 12 = 2523,96 \text{ cm}^3$$

Ejemplo: Halla la diagonal de un ortoedro de dimensiones 6 cm, 2 cm y 3 cm.

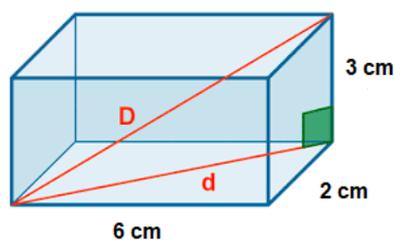


Vamos a calcular la diagonal D, para ello necesitamos obtener primero la longitud d, usando Pitágoras en el rectángulo de la base:

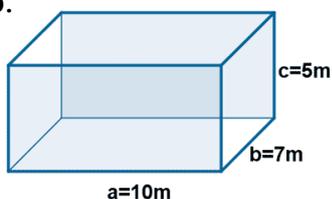
$$d^2 = 6^2 + 2^2 = 40 \rightarrow d = 6,32 \text{ cm}$$

otra vez, usamos Pitágoras en el ortoedro:

$$D^2 = 6,32^2 + 3^2 = 48,94 \rightarrow D = 6,99 \text{ cm}$$



Ejercicio propuesto 11/12. 70: Las dimensiones de un depósito de agua son 10 m x 7 m x 5 m. Calcula cuántos litros de agua contendrá el depósito cuando esté completamente lleno.



Ejercicio propuesto 11/12. 71: Queremos hacer un tetra brik de base cuadrada de 8 cm de lado y con capacidad de 2 L. ¿Cuánto cartón necesitaremos?

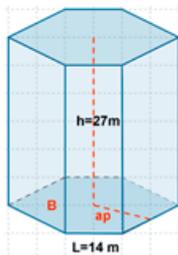


Ejercicio propuesto 11/12. 72: Una piscina tiene forma de prisma hexagonal. El lado de su base mide 15 m y la altura 3,5 m. ¿Cuánto costará llenarla si el litro de agua está a 0.02 €?

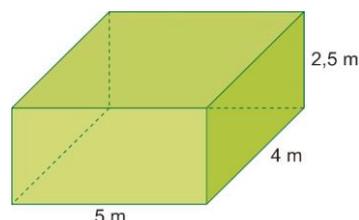


Ejercicio propuesto 11/12. 73: Calcula el área y el volumen de un prisma recto de altura 3 m y que tiene por base un triángulo equilátero de 2 m de arista.

Ejercicio propuesto 11/12. 74: Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 14 m y su altura es de 27 m.

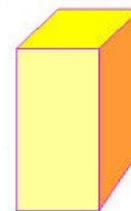


Ejercicio propuesto 11/12. 75: La habitación de Laura tiene forma un ortoedro como el de la figura:



- Calcula el volumen de la habitación.
- ¿Cuánto costará pintar el techo con una pintura cuyo precio es de 10€ por metro cuadrado?
- Si se quieren poner baldosas cuadradas de 10 dm de lado en el suelo de esta habitación, ¿cuántas harán falta?
- Si el aire está compuesto por un 78 % de nitrógeno, un 21 % de oxígeno y un 1 % de otras sustancias, ¿cuántos litros de oxígeno hay en la habitación de Laia? ¿Y cuántos de nitrógeno?

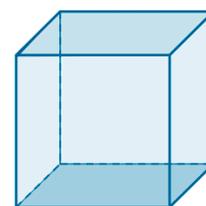
Ejercicio propuesto 11/12. 76: Las bases de un prisma recto son rombos cuyas diagonales miden 8 cm y 6 cm. La altura del prisma es de 10 cm. Calcula el área total y su volumen.



Ejercicio propuesto 11/12. 77: Hallar el volumen de las torres Kio, sabiendo que su base es un cuadrado de 35 m de lado, y la altura es de 114 m.



Ejercicio propuesto 11/12. 78: Calcula la diagonal, el área lateral, el área total y el volumen de un cubo de 5 cm de arista.



Ejercicio propuesto 11/12. 79: La giralda es el nombre que recibe el campanario de la Catedral de Santa María de Sevilla. Los dos tercios inferiores de la torre corresponden al alminar de la antigua mezquita de la ciudad, de finales del siglo XII, en la época almohade, mientras que el tercio superior es una construcción sobrepuesta en época cristiana para albergar las campanas.

Fue durante siglos la torre más alta de España, así como una de las construcciones más elevadas y famosas de toda Europa.

Sus dimensiones son 97'5m de altura y de base cuadrada 13'5m.

Conocidas sus dimensiones y suponiendo que es un prisma cuadrangular, calcular su área lateral y su volumen.



Volvemos a recordar ahora a modo de repaso, la unidad didáctica 6. Para que todos los alumnos puedan alcanzar los contenidos mínimos de las matemáticas de 2º de la ESO. Por tanto, será de especial interés para aquellos alumnos que no aprobaron la 2ª evaluación. Estos ejercicios ya los habíais trabajado en Semana Santa, pero lo vuelvo a proponer el repaso para aquellos alumnos que no lo hicieron.

Los demás alumnos con la 2ª evaluación pendiente tendríais que revisarlo, para realizar próximamente Thatquiz de resolución de ecuaciones y sistemas.

Tenéis que repasar nuestro boletín teórico y de ejercicios relativos a esta unidad 6, mostrando especial atención a ejercicios del tipo:

UNIDAD DIDÁCTICA 6: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

1. ECUACIONES: SIGNIFICADO Y UTILIDAD

Una **ecuación** expresa, mediante una igualdad algebraica, una relación o condición entre cantidades cuyo valor, de momento, no conocemos.

Las cantidades desconocidas se llaman **incógnitas** y se representa con la letra "x" (o cualquier otra letra).

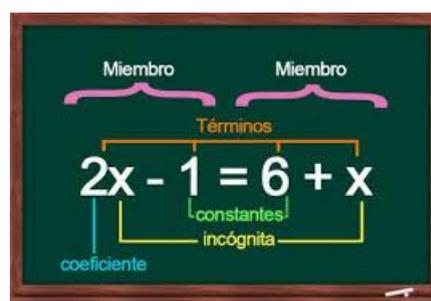
Resolver una ecuación es encontrar el valor, o los valores, que deben tomar las letras (incógnitas) para que la igualdad sea cierta.

2. ECUACIONES: ELEMENTOS Y NOMENCLATURA.

Miembros de una ecuación: Son cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo de igualdad.

Términos: Son los sumandos que forman los miembros.

Incógnitas: Son las letras que aparecen en la ecuación.



Soluciones: Son los valores que deben tomar las letras para que la igualdad sea cierta.

$$2x + 11 = x - 3$$

$$\text{Solución: } x = -14$$

Si reemplazamos el valor obtenido de “x” en la ecuación, tenemos:

$$2(-14) + 11 = (-14) - 3$$

$$-28 + 11 = (-14) - 3$$

$$-17 = -17 \quad \checkmark$$

Luego, podemos ver que la igualdad se cumple.

Grado de una ecuación: Es el mayor de los grados de los monomios que forman los miembros, una vez reducida la ecuación.

Grado de la ecuación	
$2x + 11 = x - 3$	→ Ecuación de primer grado
$3x^2 + 8 = 2x - 3$	→ Ecuación de segundo grado

Ecuaciones equivalentes: Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas incógnitas y las mismas soluciones.

3. TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

La **transposición de términos** es una técnica básica que permite transformar las ecuaciones en otras equivalentes más sencillas, llevando los términos de un miembro a otro de la igualdad.

La transposición de términos se basa en el siguiente principio:

Al sumar, restar, multiplicar o dividir el mismo término en los dos miembros de una ecuación, se obtiene otra ecuación equivalente.

Primer caso: Lo que está sumando en un miembro pasa restando al otro miembro.

$$x + a = b \Rightarrow x = b - a$$

Restamos el valor de “a” a los dos miembros. Ejemplo: $x + 3 = 4 \Rightarrow x = 4 - 3$

Segundo caso. Lo que está restando en un miembro pasa sumando al otro miembro.

$$x - a = b \Rightarrow x = b + a$$

Sumamos el valor de “a” a los dos miembros. Ejemplo: $x - 2 = 5 \Rightarrow x = 5 + 2$

Tercer caso: Lo que está multiplicando en un miembro pasa dividiendo al otro miembro.

$$a \cdot x = b \Rightarrow x = b/a$$

Dividimos el valor de "a" a los dos miembros. Ejemplo: $2x = 6 \Rightarrow x = 6/2 = 3$

Cuarto caso: Lo que está dividiendo en un miembro pasa multiplicando al otro miembro.

$$x/a = b \Rightarrow x = b \cdot a$$

Multiplicamos el valor de "a" a los dos miembros. Ejemplo: $x/3 = 4 \Rightarrow x = 4 \cdot 3 = 12$

4. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES. PROCEDIMIENTO GENERAL PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

El método para resolver una ecuación consiste en ir transformándola, mediante sucesivos pasos, en otras equivalentes más sencillas hasta despejar la incógnita.

Muy importante: Para transformar una ecuación de grado 1 en otra equivalente más sencilla y resolver ecuaciones de primer grado, conviene organizar el trabajo en las siguientes fases:

1º) **Si aparecen denominadores los eliminamos**, transformándola en otra ecuación equivalente que no los tenga. Para ello, multiplicaremos los dos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

2ª) **Operamos los paréntesis** en caso de existir.

3º) Por último, **trasponiendo** términos llevamos las incógnitas al primer miembro de la ecuación y las constantes al segundo.

4º) **Reducimos términos y despejamos la incógnita** trasponiendo nuevamente.

Ejemplos:

a) $3x + 1 = 3 - (2 - 2x)$

1. **Eliminamos paréntesis:** Recordamos que los paréntesis sirven para agrupar elementos, para simplificar o para evitar ambigüedades. El signo negativo de delante del paréntesis indica que los monomios que contiene tienen que cambiar de signo:

$$3x + 1 = 3 - (2 - 2x)$$

$$3x + 1 = 3 - 2 + 2x$$

Sumamos 3 y -2 en el lado derecho:

$$3x + 1 = 3 - 2 + 2x$$

$$3x + 1 = 1 + 2x$$

2. Pasamos los monomios con "x" a la izquierda y los números a la derecha:

$$3x + 1 = 1 + 2x$$

$$3x + 1 - 1 = 2x$$

Sumamos 1 y -1. Como el resultado es 0, no lo escribimos:

$$3x + 1 - 1 = 2x$$

$$3x = 2x$$

Pasamos 2x a la izquierda restando y sumamos los monomios:

$$3x = 2x$$

$$3x - 2x = 0$$

$$x = 0$$

Luego la solución de la ecuación es $x = 0$.

b) $\frac{3x}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{1+3x}{2}$

1. **Eliminamos denominadores.** Multiplicamos, pues, por m.c.m.(2, 3) = 6:

$$6 \cdot \frac{3x}{2} + 6 \cdot \frac{2x}{3} = 6 \cdot \frac{1+3x}{2}$$

Para **simplificar**, calculamos las divisiones: $3 \cdot 3x + 2 \cdot 2x = 3 \cdot (1 + 3x)$

Nótese que hemos escrito un paréntesis al eliminar la fracción de la derecha. Esto se debe a que el 3 debe multiplicar al numerador que está formado por una suma.

Calculamos los productos: $9x + 4x = 3 \cdot (1 + 3x)$

2. Para **eliminar el paréntesis**, multiplicamos por 3 todos los elementos que contiene:

$$9x + 4x = 3 \cdot (1 + 3x)$$

$$9x + 4x = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 3x$$

$$9x + 4x = 3 + 9x$$

3. Pasamos las "x" a la izquierda: $9x + 4x = 3 + 9x$

$$9x + 4x - 9x = 3$$

Y **simplificamos** los monomios: $9x + 4x - 9x = 3$

$$4x = 3$$

4. Finalmente, **despejamos**, el coeficiente de la x pasa dividiendo al otro lado:

La solución de la ecuación es $x = 3/4$.

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

La fracción no se puede simplificar más puesto que ya es irreducible (el máximo común divisor del numerador y del denominador es 1).

c) $2(2 + x) - (6 - 7x) = 13x - (1 + 4x)$

1. **Eliminamos los paréntesis:**

El de la izquierda tiene un 2 delante, por lo que multiplicamos su contenido por 2. Los otros dos paréntesis tienen un signo negativo delante, así que cambiamos los signos de sus monomios:

$$2(2 + x) - (6 - 7x) = 13x - (1 + 4x)$$

$$4 + 2x - 6 + 7x = 13x - 1 - 4x$$

Simplificamos, en cada lado sumamos los monomios con y sin parte literal (los que tienen x y los que no):

$$4 + 2x - 6 + 7x = 13x - 1 - 4x$$

$$2x - 2 + 7x = 9x - 1$$

$$-2 + 9x = 9x - 1$$

2. **Pasamos las “x” al lado izquierdo y simplificamos:** $-2 + 9x = 9x - 1$

$$-2 + 9x - 9x = -1$$

$$-2 = -1$$

Hemos obtenido una igualdad falsa: $-2 = -1$. Esto significa que la ecuación nunca se cumple, sea cual sea el valor de x . Por tanto, la ecuación **no tiene solución**.

d) $5(x - 1) - (1 - x) = 2(x - 1) - 4(1 - x)$

1. **Eliminamos los paréntesis** multiplicando sus sendos contenidos por el número que tienen delante. No hay que olvidar que si el número de delante es negativo, también hay que cambiar los signos:

$$5(x - 1) - (1 - x) = 2(x - 1) - 4(1 - x)$$

$$5x - 5 - 1 + x = 2x - 2 - 4 + 4x$$

En cada lado, sumamos los monomios según su parte literal:

$$\begin{array}{l}
 5x - 5 - 1 + x = 2x - 2 - 4 + 4x \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 6x - 5 - 1 = 6x - 2 - 4 \\
 \\
 6x - 5 - 1 = 6x - 2 - 4 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 6x - 6 = 6x - 6
 \end{array}$$

2. Pasamos las “x” a la izquierda y los números a la derecha:

$$\begin{array}{l}
 6x - 6 = 6x - 6 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 6x - 6x = -6 + 6
 \end{array}$$

Sumamos los monomios: $6x - 6x = -6 + 6$

$$\begin{array}{l}
 6x - 6x = -6 + 6 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 0 = 0
 \end{array}$$

Hemos obtenido una igualdad que siempre se cumple: $0 = 0$. Esto significa que la ecuación se cumple siempre, independientemente del valor de x . Por tanto, la ecuación tiene infinitas soluciones (x puede ser cualquier número y hay infinitos números).

Podemos expresarlo como “ x es cualquier real”: $x \in \mathbb{R}$

f) $3x - 2 - 3(-1 + 2x) = 2 - 2(x - 1)$

Los números que multiplican a los paréntesis son negativos, con lo que al multiplicar su contenido por éstos, todos los elementos cambian de signo.

$$\begin{array}{l}
 3x - 2 + 3 - 6x = 2 - 2x + 2 \\
 \\
 3x - 6x - 2 + 3 = -2x + 2 + 2 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 -3x \quad + 1 = -2x + 4 \\
 \\
 -3x + 2x = 4 - 1 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 -x = 3 \\
 \\
 x = -3
 \end{array}$$

1. Multiplicamos toda la ecuación por el mínimo común múltiplo, que es 6:

$$\begin{array}{l}
 6 \cdot \frac{x-2}{2} + 6 \cdot \frac{x-2(x-4)}{6} = 6 \cdot \frac{x}{3} \\
 3(x-2) + x - 2(x-4) = 2x
 \end{array}$$

De este modo, al efectuar la división, desaparecen los denominadores.

2. Ahora nos deshacemos de los paréntesis: el primero está multiplicado por 3, por lo que multiplicamos por 3 su contenido; el segundo por -2, por lo que multiplicamos por -2 (no olvidar el signo):

$$3x - 6 + x - 2x + 8 = 2x$$

3. Finalmente, agrupamos las x a un lado y los números al otro:

$$3x + x - 2x - 2x = 6 - 8$$

$$4x - 4x = -2$$

$$0 = -2$$

Tenemos $0 = -2$, lo cual es una igualdad falsa. Por tanto, la ecuación no tiene solución porque sea cual sea el valor de x , llegamos a una relación (igualdad) absurda.

g) $\boxed{\frac{2}{5} - \frac{7}{2}x + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{2} + x}$

1. Como tenemos denominadores, multiplicamos toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de estos, que es 30:

$$30 \cdot \frac{2}{5} - 30 \cdot \frac{7}{2}x + 30 \cdot \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{3}\right) = -30 \cdot \frac{5}{2} + 30x$$

$$6 \cdot 2 - 15 \cdot 7x + 15\left(x + \frac{1}{3}\right) = -15 \cdot 5 + 30x$$

$$12 - 105x + 15\left(x + \frac{1}{3}\right) = -75 + 30x$$

2. Sólo tenemos un paréntesis, que está multiplicado por 15. Para quitarlo, multiplicamos su contenido por 15:

$$12 - 105x + 15x + 5 = -75 + 30x$$

$$-105x + 15x - 30x = -75 - 12 - 5$$

$$-120x = -92$$

$$x = \frac{-92}{-120} = \frac{92}{120} = \frac{23}{30}$$

h) $\boxed{x - 3 \cdot \frac{2x + 1}{2} = -3\left(-\frac{3x + 9}{3} - 2 + x\right) - \frac{x}{2}}$

Multiplicaremos la ecuación por 2 para eliminar los denominadores:

$$\begin{aligned}
 x - 3 \cdot \frac{2x + 1}{2} &= 3x + 9 + 6 - 3x - \frac{x}{2} \\
 x - 3 \cdot \frac{2x + 1}{2} &= 15 - \frac{x}{2} \\
 2x - 2 \cdot 3 \cdot \frac{2x + 1}{2} &= 2 \cdot 15 - 2 \cdot \frac{x}{2} \\
 2x - 3(2x + 1) &= 30 - x \\
 2x - 6x - 3 &= 30 - x \\
 2x - 6x + x &= 30 + 3 \\
 -3x &= 33 \\
 x &= -\frac{33}{3} = -11
 \end{aligned}$$

$$\text{i) } 4x - \frac{1}{3}[15x - 3(-1 + 2x)] = \frac{3}{2}(9 - x - 6)$$

1. En la ecuación tenemos paréntesis anidados (unos dentro de otros) y multiplicados por fracciones. Pero antes de ocuparnos de esto, multiplicamos toda la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores, que es 6:

$$\begin{aligned}
 4x - \frac{1}{3}[15x - 3(-1 + 2x)] &= \frac{3}{2}(9 - x - 6) \\
 6 \cdot 4x - 6 \cdot \frac{1}{3}[15x - 3(-1 + 2x)] &= 6 \cdot \frac{3}{2}(9 - x - 6) \\
 24x - 2[15x - 3(-1 + 2x)] &= 9(9 - x - 6)
 \end{aligned}$$

2. Ahora vamos a los paréntesis:

En la izquierda hay dos, pero lo tratamos como si fuera sólo uno. Es decir, multiplicamos todo su contenido por -2 . Al mismo tiempo, en la derecha, multiplicamos el contenido por 9:

$$24x - 30x + 6(-1 + 2x) = 81 - 9x - 54$$

Nos queda un paréntesis, que está multiplicado por 6:

$$\begin{aligned}
 24x - 30x - 6 + 12x &= 81 - 9x - 54 \\
 24x - 30x + 12x + 9x &= 81 - 54 + 6 \\
 15x &= 33 \\
 x &= \frac{33}{15} = \frac{11}{5}
 \end{aligned}$$

Nota: Ahora puedes practicar tú:

a) $x - 3(x - 2) = 6x - 2$

e) $5[2x - 4(3x + 1)] = -10x + 20$

b) $2(3x - 49) = -x + 14$

f) $x + 4[3 - 2(x - 1)] = 5[x - 3(2x - 4)] + 1$

c) $4(x + 2) = \frac{1}{3}(1 - 9x)$

g) $(x - 2)^2 = (x - 5)^2 - 15$

d) $x + \frac{1}{6} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2}$

5. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Toda **ecuación es de segundo grado** con una incógnita si, tras reducirla, se puede expresar de la siguiente forma general: $ax^2 + bx + c = 0$, donde a , b y c son conocidos aunque pueden ser cero.

Ecuación de Segundo Grado

Diagrama de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$. Se muestran flechas que indican: "Grado de la ecuación" apunta a "2" en x^2 ; "coeficiente cuadrático" apunta a "a"; "coeficiente lineal" apunta a "b"; "término independiente" apunta a "c".

Una ecuación de segundo grado **puede tener dos soluciones, una o ninguna**.

Si en la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, tiene $b \neq 0$ y $c \neq 0$ se dice que la ecuación es **completa** y para resolverla se utiliza la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo:

$$5x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow a = 5; b = -7; c = 2$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2}}{2 \cdot 5} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{10} = \begin{cases} \frac{7+3}{10} = 1 \\ \frac{7-3}{10} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Se llama **discriminante** al radicando de la fórmula y se denota por: $\Delta = b^2 - 4ac$

Observa que, si el discriminante es mayor que cero, la ecuación de segundo grado tiene dos soluciones; si es igual a cero, tiene una sola solución y si es menor que cero, no tiene solución.

Ojo: Recordad que tenemos que distinguir tres casos. Sea: $ax^2+bx+c=0$, la ecuación de segundo grado a resolver:

Caso I: Si $c=0$:

1º) Sacamos factor común: $ax^2+bx=0 \Rightarrow x \cdot (ax+b)=0$

2º) Igualamos cada factor del producto a cero y despejamos la incógnita:

$$x \cdot (ax+b)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ ax+b=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{a} \end{cases}$$

Ejemplos

$$a) x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(x-5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \end{cases}$$

$$b) 5x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(5x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Caso II: Si $b=0$:

1º) Despejamos x^2 : $ax^2+c=0 \Rightarrow x^2=-\frac{c}{a}$

2º) Comprobamos el signo de $-\frac{c}{a}$: $\begin{cases} \text{Si } -\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \\ \text{Si } -\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \text{no existe solución real} \end{cases}$

Ejemplos

$$a) 2x^2 - 18 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{18}{2} \rightarrow x = \pm \sqrt{9} \rightarrow x = \begin{cases} +3 \\ -3 \end{cases}$$

$$b) 5x^2 + 20 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{-20}{5} \rightarrow x = \pm \sqrt{-4}. \text{ No hay solución.}$$

Caso III: Caso general:

1º) Aplicamos la fórmula de solución de las ecuaciones de 2º grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2º) Comprobamos el signo del discriminante: $b^2 - 4ac$, de modo que:

- Si $b^2 - 4ac > 0$, tenemos las dos soluciones reales calculadas.
- Si $b^2 - 4ac < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales.
- Si $b^2 - 4ac = 0$, tenemos una única solución real, que denominamos doble.

Ejemplo 1: $9x^2 + 6x + 1 = 0$ $a = 9$; $b = 6$; $c = 1$

Solución: $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{18} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{-6 \pm 0}{18} = -\frac{1}{3}$ para las dos soluciones.

Ejemplo 2: $3x^2 - 6x + 5 = 0$ $a = 3$; $b = -6$; $c = 5$

Solución: $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 60}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{-24}}{6}$

En este caso no tiene soluciones

Ejemplo: Resolver la ecuación de segundo grado: $x^2 + 4x = 0$

Es una ecuación incompleta. Factorizamos para calcular las soluciones:

$$\begin{aligned} x^2 + 4x &= 0 \\ &\downarrow \\ x(x + 4) &= 0 \\ &\downarrow \\ x = 0, \quad x &= -4 \end{aligned}$$

La ecuación tiene dos soluciones reales distintas: 0 y -4.

Ejemplo: Resolver la ecuación de segundo grado: $x^2 + 3x + 2 = 0$

Es una ecuación completa con coeficientes $a = 1$, $b = 3$ y $c = 2$. Aplicamos la fórmula:

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2 &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \\ &= \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{-3 + 1}{2} = -1 \\ \frac{-3 - 1}{2} = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Por tanto, las soluciones son -1 y -2.

Ejemplo: Resolver la ecuación de segundo grado: $5x^2 - 20x + 15 = 0$

Es una ecuación completa con coeficientes $a = 5$, $b = -20$ y $c = 15$. Aplicamos la fórmula:

$$\begin{aligned}
 5x^2 - 20x + 15 &= 0 \\
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\
 &= \frac{20 \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 15}}{2 \cdot 5} = \\
 &= \frac{20 \pm \sqrt{400 - 300}}{2 \cdot 5} = \\
 &= \frac{20 \pm \sqrt{100}}{2 \cdot 5} = \\
 &= \frac{20 \pm 10}{20} = \\
 &= \frac{4 \cdot 5 \pm 2 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \\
 &= \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{4 + 2}{2} = 3 \\ \frac{4 - 2}{2} = 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Las soluciones de la ecuación son 3 y 1.

Ejemplo: Resolver la ecuación de segundo grado: $2x^2 + 5x + 2 = 0$

Es una ecuación completa con coeficientes $a = 2$, $b = 5$ y $c = 2$. Aplicamos la fórmula:

$$\begin{aligned}
 2x^2 + 5x + 2 &= 0 \\
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \\
 &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \\
 &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \\
 &= \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{4} = \\
 &= \frac{-5 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{-5 + 3}{4} = -\frac{1}{2} \\ \frac{-5 - 3}{4} = -2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Las soluciones de la ecuación son $-1/2$ y -2 .

Ejemplo: Resolver la ecuación de segundo grado: $x^2+1=0$

Es una ecuación incompleta. Despejamos x :

$$\begin{aligned}x^2 + 1 &= 0 \\x^2 &= -1 \\x &= \pm\sqrt{-1}\end{aligned}$$

No hay solución real

Ejemplo: Resolver la ecuación de segundo grado: $x^2-2x+2=0$

Es una ecuación completa con coeficientes $a = 1$, $b = -2$ y $c = 2$. Aplicamos la fórmula:

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 2 &= 0 \\x &= \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \\&= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = \\&= \frac{2 \pm \sqrt{-4}}{2}\end{aligned}$$

No hay solución real

Nota: Resuelve practica tú:

- a) $6x^2 - x - 1 = 0$
- b) $2x^2 - 11x + 5 = 0$
- c) $(2x - 4)^2 - 2x(x - 2) = 48$
- d) $2x^2 - 18 = 0$
- e) $-x^2 + 12x = 0$
- f) $-3x^2 + 5x - 9 = 0$
- g) $(x - 1)(x - 2) = 6$
- h) $2(x^2 - 1) + 3x = 4x^2 - x$

Ejercicio: Resuelve estos problemas planteando las **ecuaciones correspondientes**

- a) Si al triple de un número le quitas 12 unidades, obtienes 87. ¿Cuál es ese número?
- b) Si a un número le restas 15 unidades y el resultado lo divides entre 3, obtienes 20. ¿De qué número se trata?
- c) La suma de dos números consecutivos es 175. ¿Cuáles son esos números?
- d) Si a un número le quitas 7 unidades, obtienes el mismo resultado que si a su doble le restas 3. ¿De qué número se trata?
- e) Calcula dos números enteros consecutivos cuyo producto sea 1260.
- f) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 25, ¿cuáles son esos números?
- g) Si al cuadrado de un número se le suman 8 unidades, se convierte en el triple de su cuadrado. ¿De qué número se trata?

Instrucciones de trabajo para esta semana:

1. Como **siempre todos los alumnos de 2º podéis enviarme, antes del domingo 31 de mayo, los “ejercicios propuestos” en este boletín** correspondientes a la parte I de la unidad 11-12 al correo:

mercedesiesortigueira@gmail.com

2. Esta semana, **en lugar de realizar un examen online de geometría, lo que os propongo es realizar unas tareas online relativas al repaso de la unidad 5.** Recordad que la semana pasada os dije que las repasaseis y os puse ejemplos resueltos de los ejercicios tipo más importantes de estas unidades.

ESTAS TAREAS DE REPASO SON MUY IMPORTANTES PARA TODOS LOS ALUMNOS CON LA 1ª EVALUACIÓN SUSPENSA Y “ACONSEJABLE” PARA TODO LOS DEMÁS.

Estas tareas están disponibles desde el martes día 26 de abril al 31 de mayo, sin tiempo límite en la plataforma “thatquiz.org”, con el enlace:

2º A: <https://www.thatquiz.org/es/classpage?02a0123579a121a>

2º B: <https://www.thatquiz.org/es/classpage?02a013abcef121b>

Usáis la misma **contraseña personal** que os envié y trabajáis las tareas de repaso.

Os propuse sencillos ejercicios de geometría para que los alumnos con la 1ª evaluación aprobada os animéis a realizar también algunos ejercicios de repaso.

¡¡Ánimo chicos!!