Física y Química 1º Bachillerato

Semana 8 (04/05/2020 – 10/05/2020)

- Como ya llevamos dos semanas en que os pedí alguna entrega de ejercicios y por lo tanto trabajando con ejercicios, en esta semana vamos a cambiar un poco el chip y sólo os voy a pedir que realiceis una lectura comprensiva de los apuntes que os adjunto (Los escritos a ordenador). Leer con calma las 22 primeras páginas (en las cuales se incluyen algunos ejercicios), muchos conceptos os van a sonar de 4º de ESO, Fuerzas, fuerza normal, fuerza de rozamiento, descomposición de fuerzas, fuerzas en planos inclinados. Por lo que vamos a repasar estos conceptos. También vais a ver algún concepto nuevo, como pueden ser poleas y cuerdas.

- La próxima semana realizaremos ejercicios para trabajar estos conceptos.

- En las páginas 23-30 se trata el momento lineal y su conservación con el cuál ya hemos trabajado (y en general con mayor profundidad), aunque si os resulta de interés le podéis echar un vistazo. El último problema es distinto a lo que hemos visto, pues es un choque con ángulo. Podéis darle un vistazo si os interesa pero no lo vamos a trabajar este año.

- Como siempre os pido que realiceis **Lectura y compresión** de los ejercicios que no os salieron del boletín propuesto la semana anterior (semana 7), los cuales se adjuntan en este documento. No se adjunta vídeo pues son muy similares a ejercicios ya resueltos.

- También podéis preguntar cualquier duda a través del correo electrónico. Andresmanuel.rodriguez@edu.xunta.gal

Boletín Momento Lineal y Colisiones

1. Una pelota de tenis de 457 g de masa lleva una velocidad de 18 m/s. Al ser golpeada por Novak Djokovic con su raqueta, se mueve en sentido contrario con una velocidad de 50 km/h. Calcular:

a) El impulso.

b) Si le pelota permanece en contacto con la raqueta 0,45 segundos, cuál es el módulo de la fuerza media del golpe.

2. Una partícula, A, de 3 kg, se mueve hacia la derecha a 5 m/s. Choca con otra partícula B de 8 kg, que se mueve en sentido contrario a 2 m/s. ¿Qué velocidad tendrán las partículas al finalizar el choque?

3. Una bala de 80 gramos que se mueve a una velocidad de 400 m/s, impacta contra un bloque de masa 10 kg, que se mueve en dirección contraria a una velocidad de 18 km/h. Si la bala se incrusta en el bloque. ¿Cuál será la velocidad final del conjunto bloque-bala? ¿En qué dirección se moverá, en la de bala o en la del bloque?

Pista: Interpreta el signo, si el signo de la velocidad coincide con el que asignamos a la bala, se mueve en su dirección, y si el signo coincide con el asignado al bloque se mueve en la dirección de este último

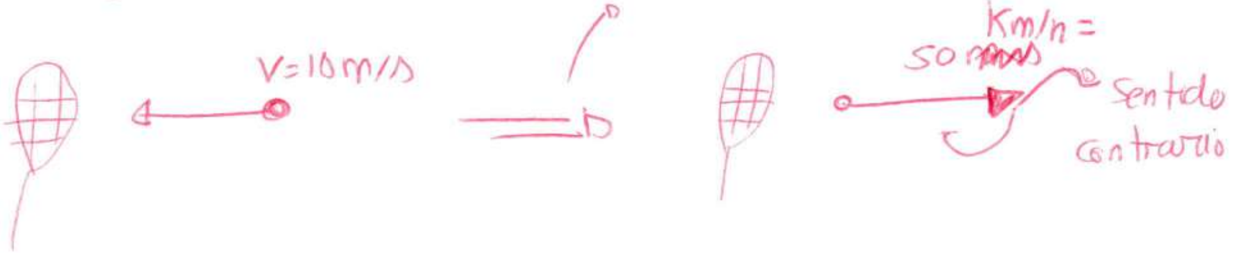
4. Una granada (m=500 g), que se mueve con velocidad $\vec{v_o} = (-70\,\vec{\imath} + 120\vec{\jmath})\frac{m}{s}$, explota en dos fragmentos. Uno de 185 gramos, que sale con una velocidad de $\vec{v_A} = (160\,\vec{\imath} - 40\vec{\jmath})\frac{m}{s}$. ¿Con qué velocidad sale el otro fragmento?

1

m_{pelota}: 457g = 0'457 Kg

V_{pelota} → inicial: 18 m/s

despues golpeo Djokovic



$50 \frac{Km}{h} \overset{\div 3'6}{=} 13'89\ m/s$

a) Impulso

$$\boxed{\text{Impulso}} = \Delta p = \vec{P_f} - \vec{P_0} = \underset{\text{Kg}}{m_p} \cdot \underset{\text{m/s}}{\vec{V_f}} - m_p \cdot \vec{V_0} =$$

+ va hacia la derecha → hacia la izquierda

$$= 0'457 \cdot (13'89) - 0'457\,(-10) =$$

$$= \boxed{14'57\ \text{Kg m/s}}$$

b) Tiempo de contacto es 0'45 s = Δt (tiempo contacto). ¿Cuál es la Fuerza media?

$$\text{Impulso} = \frac{\text{Fuerza}}{\cancel{\Delta t}} \cdot (\Delta t) \to \text{ó } (t_f - t_0)$$

$$14'57 = \frac{F}{\cancel{0'45}} \cdot 0'45 \rightarrow \boxed{F = \frac{14'57}{0'45} = 32'4\ N}$$

2

$m_A = 3\,kg$ $\quad$ $m_B = 8\,kg$

$V_A = 5\,m/s$ $\quad$ $V_B = 2\,m/s$

Despues del choque

↳ Velocidades finales ?

$m_A = 3\,kg$ $\quad$ $m_B = 8\,kg$

Choque elastico | Cons $\vec{p}$ | Cons E_c

↳ Las masas (o cuerpos) siguen iguales al finalizar el choque, y no estan incrustados o suceden

$\vec{p}$ antes = $\vec{p}$ despues

$$m_A \cdot \vec{V_A} + m_B \cdot \vec{V_B} = m_A \cdot \vec{V_{Af}} + m_B \cdot \vec{V_{Bf}}$$

$$3 \cdot 5 + 8 \cdot (\overset{\leftarrow}{-2})^{\text{hacia la izquierda}} = 3\,\vec{V_{Af}} + 8\,\vec{V_{Bf}}$$

$$15 - 16 = 3\,\vec{V_{Af}} + 8\,\vec{V_{Bf}}$$

$$\boxed{-1 = 3\,\vec{V_{Af}} + 8\,\vec{V_{Bf}}}$$

E_c antes = E_c despues

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_A \cdot v_A^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_B \cdot v_B^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_A \cdot \vec{V}_{Af}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_B \cdot \vec{V}_{Bf}^2$$

$$3 \cdot 5^2 + 8 \cdot 2^2 = 3 \cdot \vec{V}_{Af}^2 + 5\,\vec{V}_{Bf}^2$$

$$75 + 32 = 3\,\vec{V}_{Af}^2 + 5\,\vec{V}_{Bf}^2$$

$$\boxed{107 = 3\,\vec{V}_{Af}^2 + 5\,\vec{V}_{Bf}^2}$$

3

$$-1 = 3\vec{V}_{Af} + 8\vec{V}_{Bf} \longrightarrow 3\vec{V}_{Af} = -1 - 8V_{Bf}$$

$$107 = 3\vec{V}_{Af}^{2} + 5\vec{V}_{Bf}^{2} \qquad \vec{V}_{Af} = \frac{-1}{3} - \frac{8}{3}V_{Bf}$$

$$107 = 3\cdot\left(\frac{-1}{3} - \frac{8}{3}\vec{V}_{Bf}\right)^2 + 5\vec{V}_{Bf}^{2}$$

$$107 = 3\cdot\left(\frac{1}{9} + \frac{16}{3\cdot 3}V_{Bf} + \frac{64}{9}\vec{V}_{Bf}^{2}\right) + 5V_{Bf}^{2}$$

multiplico lo del paréntesis x 3

$$107 = \frac{3}{9} + \frac{16}{3}\vec{V}_{Bf} + \frac{64}{3}\vec{V}_{Bf}^{2} + 5V_{Bf}^{2}$$

$$107 = 0'33 + 5'33\vec{V}_{Bf} + 21'33\vec{V}_{Bf}^{2} + 5\vec{V}_{Bf}^{2}$$

$$26'33\vec{V}_{Bf}^{2} + 5'33\vec{V}_{Bf} - 106'67 = 0$$

$$V_{Bf} = \frac{-5'33 \pm \sqrt{5'33^2 - 4\cdot(26'33)\cdot(-106'67)}}{2\cdot 26'33} =$$

$$= \frac{-5'33 \pm 106'12}{52'66} \begin{cases} -2'11\ m/s \\ \boxed{+1'9\ m/s} \end{cases}$$

Este valor como V_B, no es igual por los cálculos intermedios

$$V_{Bf} = \boxed{1'9\ m/s}$$

$$V_{Af} = -\frac{1}{3} - \frac{8}{3}\cdot V_{Bf}^{=1'9} = \boxed{-5'4\ m/s}$$

$\boxed{3}$ 9

$m_{Bala} = 80g = 0'08 Kg$

$\xrightarrow{\quad}$ 400 m/s

$m_{Bloque} = 10 Kg$

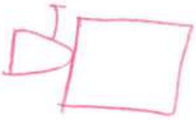
$\longleftarrow$

$V = 18 \frac{Km}{h} \overset{\div 3'6}{=} 5 m/s$

sentido contrario

$\Longrightarrow$

Bala incrustada bloque



V_f?

dirección que se mueve

Choque inelastico

masa total

$$m_{Bala} \cdot \vec{V}_{Bala} + m_{Bloque} \cdot \vec{V}_{Bloque} = \underline{(m_{Bala} + m_{Bloque})} \cdot \vec{V_F}$$

hacia la izquierda en nuestro dibujo

$$0'08 \cdot 400 + 10 \cdot (-5) = (0'04 + 10) \cdot \vec{V_F}$$

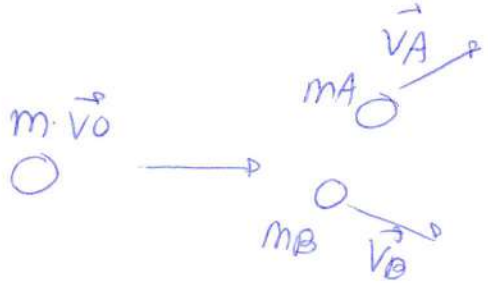
$$32 - 50 = 10'04 \vec{V_F}$$

$$-18 = 10'04 \vec{V_F}$$

$$\boxed{V_F = \frac{-18}{10'04} = -1'79 \ m/s}$$

Como tiene vá en el mismo sentido que iba el bloque pues hemos supuesto que iba hacia la izquierda y que por lo tanto al principio tenia signo negativo. Como el signo de la V_F del conjunta es negativo va en la dirección del bloque.

$\boxed{4}$



$m = 500g = 0'5 \, Kg$

$\vec{v_0} = (-70\vec{i} + 120\vec{j}) \, m/s$

$m_A = 0'185 \, Kg \; (185g) \rightarrow \vec{v_A} = (160\vec{i} - 40\vec{j})$

$v_B?$

$m = m_A + m_B$

$0'5 = 0'185 + m_B \rightarrow \boxed{m_B = 0'315 \, Kg}$

Cons $\vec{p}$

$m \cdot \vec{v_0} = m_A \cdot \vec{v_A} + m_B \cdot \vec{v_B}$

$0'5 \cdot (-70\vec{i} + 120\vec{j}) = 0'185 \cdot (160\vec{i} - 40\vec{j}) + 0'315 \, \vec{v_B}$

$-35\vec{i} + 60\vec{j} = 29'6\,\vec{i} - 7'4\vec{j} + 0'315 \, \vec{v_B}$

$-64'6\,\vec{i} + 67'4\vec{j} = 0'315 \, \vec{v_B}$

$\vec{v_B} = \dfrac{-64'6\vec{i} + 67'4\vec{j}}{0'315} =$

$= -205\vec{i} + 214\vec{j}$

DINÁMICA. LEYES DE NEWTON Y MOMENTO LINEAL

Contenidos:

1.- Concepto de fuerza. Interacción entre los cuerpos. Unidades

Fuerza.

Es toda causa capaz de deformar un cuerpo o de modificar su estado de reposo o movimiento. El primer efecto se llama elástico, el segundo dinámico.

Un cuerpo de por sí no tiene fuerza pues la fuerza es la causa de la interacción entre dos cuerpos. Los conceptos de "la fuerza está contigo" o "la fuerza está muy presente en ti" o "se ha pasado al lado oscuro de la fuerza" hay que circunscribirlos exclusivamente al universo de Star Wars.

Tipos de fuerzas.

Hay varios criterios para clasificar las fuerzas. Así, podemos distinguir:

- *Fuerzas internas*: se producen entre dos partes de un mismo cuerpo, por ejemplo, las fuerzas que mantienen una roca en su estado.

- *Fuerzas externas*: se producen entre dos cuerpos distintos, por ejemplo, cuando empujamos algo.

Esta clasificación no es del todo satisfactoria ya que la materia está constituida por partículas que a su vez están contenidas por partículas más pequeñas y, siempre podemos hablar de fuerzas entre cuerpos diferentes desde un punto de vista individual.

El modelo actual de la física supone que en la naturaleza hay 4 tipos de interacciones (fuerzas) y que cualquier efecto elástico o dinámico se debe a una de ellas. Son concretamente:

- *Interacción gravitatoria:* es la fuerza de atracción que hay entre dos cuerpos debido a su masa.

-Es la más débil de todas las interacciones, 10^{39} veces menor que la interacción nuclear fuerte.

-Es atractiva, de alcance infinito.

-Sus efectos son acumulativos, es decir, si se unen dos cuerpos la masa resultante es mayor y sus efector gravitatorios también son mayores.

-Es la interacción responsable de la estructura del universo que conocemos, desde la formación de planetas, galaxias, etc.

- *Interacción electromagnética:* es la fuerza de atracción o de repulsión que se establece entre dos cuerpos debido a la naturaleza eléctrica de la materia.

-Es unas 100 veces más débil que la interacción nuclear fuerte.

-Sólo actúa sobre cuerpos cargados pudiendo ser atractiva o repulsiva dependiendo del signo de las cargas eléctricas que intervengan.

-Su alcance es infinito.

-Sus efectos no son acumulativos pues al neutralizarse las cargas eléctricas de distinto signo, un cuerpo neutro deja de experimentar esta interacción.

-Es la interacción responsable de la estructura de la materia, de la estructura atómica y molecular.

- *Interacción nuclear fuerte:* es una fuerza atractiva de corto alcance responsable de la estabilidad del núcleo atómico.

-Es la más intensa de todas las interacciones.

-Su alcance máximo es pequeño, unos 10^{-15} m, que corresponde al tamaño del núcleo de los átomos.

-Actúa tanto entre protones, entre neutrones y entre protones y neutrones. Como es muy superior a la fuerza electromagnética de repulsión entre protones, mantiene el núcleo estable.

-Sin embargo, cuando el número de protones del núcleo aumenta mucho, núcleos muy pesados, las repulsiones eléctricas pueden llegar a superar la interacción nuclear fuerte, los núcleos son más inestables.

- *Interacción nuclear débil:* es la responsable de algunos fenómenos nucleares como la desintegración radiactiva.

-Es una interacción que se da entre partículas fundamentales, pudiendo ser atractiva o repulsiva y conllevar un cambio de identidad de las partículas involucradas (reacción de partículas subatómicas).

-Es unas 10^{13} veces más débil que la interacción nuclear fuerte.

-Su alcance es de unos 10^{-17} m.

Todas las fuerzas se establecen entre dos cuerpos y actúan a distancia, es decir, los cuerpos implicados están separados por una cierta distancia (un libro sobre una mesa en realidad "no se tocan" aunque así lo parezca). Este concepto nos permite, de nuevo, clasificar las fuerzas según la distancia a la que tienen su efecto. Así:

- La fuerza gravitatoria es una fuerza que actúa a grandes distancias.

- La fuerza electromagnética actúa a distancias más cortas, aunque su campo de influencia es, como en el caso de la gravitatoria, hasta el infinito. Sin embargo su influencia cobra mucha importancia a las distancias que van desde unos pocos centímetros hasta el tamaño atómico.

- La fuerza nuclear fuerte sólo actúa en el interior del núcleo de los átomos, es decir, es muy efectiva a distancias extremadamente cortas, lo mismo que la interacción nuclear débil.

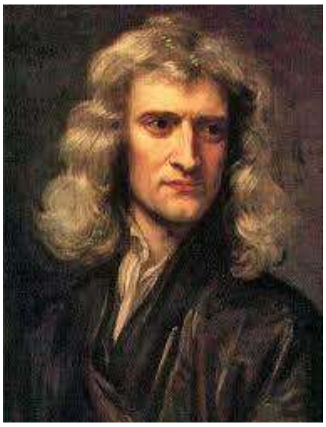
En la "vida cotidiana" las fuerzas que podemos apreciar son de dos tipos, gravitatorias y electromagnéticas y, aunque los cuerpos no se tocan, podemos clasificar las fuerzas desde un punto de vista macroscópico en:

- *Fuerzas a distancia*, cuando los cuerpos que interaccionan no se están "tocando", como la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre una piedra que cae libremente o sobre la Luna, o la fuerza electrostática que se establece entre el pelo de una persona y un globo de goma que previamente se ha frotado con lana, o la fuerza de atracción de un imán sobre una aguja de acero.

- *Fuerzas de contacto*, cuando los cuerpos que interaccionan se están "tocando", como la fuerza electromagnética que se ejerce entre una mano que está empujando una caja, o una cuerda que está sujetando una pesa.

La Dinámica y sus principios

La Dinámica es la parte de la física que estudia las fuerzas como productoras de movimientos, es decir, estudia el movimiento atendiendo a la causa que lo produce.



Isaac Newton

La Dinámica clásica se fundamenta en tres principios establecidos por Isaac Newton en 1687 en su libro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principios Matemáticos de Filosofía Natural).

Antes de analizar los tres principios de la Dinámica debemos establecer cuáles son los límites de la Dinámica clásica (también denominada a veces Dinámica de Newton) y hacer hincapié en el carácter vectorial de la magnitud fuerza.

Respecto de los límites de aplicación, la Dinámica clásica se puede aplicar cuando las velocidades desarrolladas no sean cercanas a la de la luz y cuando las masas, las longitudes y los tiempos no se aproximen a cero.

El ámbito de aplicación de la Dinámica clásica es, por tanto, el mundo que nos rodea, pero no se puede aplicar esta dinámica al estudio del átomo (electrodinámica cuántica) ni a parte del estudio de la evolución del universo (teoría de la relatividad).

Unidad de fuerza.

La fuerza es una magnitud y, por tanto, se puede medir. La unidad de fuerza en el S.I. es el *Newton (N)*. Esta unidad se define, como veremos en su momento, a partir del segundo principio de la dinámica.

Para hacernos una idea del valor de la fuerza equivalente a 1 N podemos imaginarnos que para poder elevar y sostener en la superficie de la Tierra una pesa de 1 kg debemos ejercer una fuerza de 10 N (9,8 N para ser más exactos).

Otras unidades de fuerza son la *dina* y el kilopondio (kp). Sus equivalencias son:

$$1\ dina = 10^{-5}\ N \quad \rightarrow \quad Sistema\ cegesimal\ (CGS)$$

$$1\ kp = 9{,}8\ N\ \ (\sim 10\ N) \quad \rightarrow \quad Sistema\ técnico$$

2.- Representación de las fuerzas

Carácter vectorial de las fuerzas

Hay magnitudes que quedan definidas simplemente con un número y una unidad. Son *magnitudes escalares*, como la masa.

La fuerza, al igual que la posición, velocidad o aceleración, es una magnitud vectorial. Las *magnitudes vectoriales*, además de su valor, tienen una dirección y un sentido y esto se debe indicar de alguna forma: vectores.

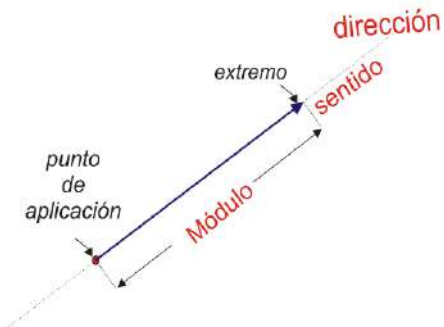
Representación del vector fuerza: mediante una flecha teniendo en cuenta que para representar una fuerza debemos tener en cuenta su punto de aplicación, su módulo, su dirección y su sentido.

- Punto de aplicación: es el lugar donde se aplica la fuerza.

- Módulo: es el valor de la fuerza, en Newton en el S.I.

- Dirección: es la línea de acción que viene dada por la recta imaginaria que contiene al vector.

- Sentido: una dirección tiene dos sentidos y el sentido de la fuerza se indica mediante una punta de flecha que muestra hacia dónde se dirige la fuerza.



En las ecuaciones (fórmulas) físicas las magnitudes vectoriales se representan escribiendo una pequeña flecha encima de la letra de la magnitud. En el caso de la fuerza,

$\vec{F} \quad \rightarrow$ *Representación de la fuerza como vector en las ecuaciones físicas.*

Fuerzas presentes en diversas situaciones

Vamos a analizar y definir las fuerzas presentes en diversas situaciones comunes. Para ello debemos tener en cuenta una serie de cuestiones:

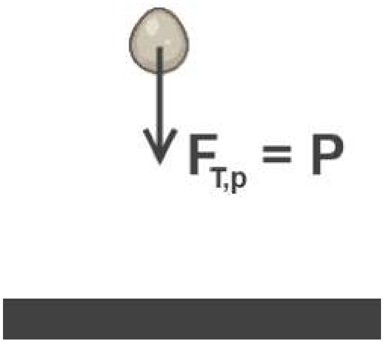
1ª) La longitud del vector es proporcional al módulo de la fuerza. Si dos fuerzas tienen la misma intensidad sus vectores se dibujan de la misma longitud; si una fuerza es el doble de intensa que otra, su vector se dibuja con una longitud doble.

2º) Punto de aplicación de la fuerza: se dibuja en el cuerpo sobre el que actúa la fuerza. Normalmente se suele dibujar sobre el centro de gravedad del cuerpo.

3º) La dirección y sentido de la fuerza será siempre el lugar hacia donde actúa la fuerza.

4º) Como se ha dicho, las fuerzas son el resultado de la interacción entre dos cuerpos (en contacto o a distancia). Esto se indica en forma de subíndice doble, el primero indica el cuerpo que ejerce la fuerza y el segundo es el cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza.

Situación 1: fuerza sobre un cuerpo cae libremente. Definición del peso como fuerza.



Ejemplo: supongamos una piedra de 20 kg en caída libre (ausencia de rozamiento con el aire).

① La piedra no está en contacto con otro cuerpo por lo que no existen fuerzas de este tipo

② Sobre la piedra se está ejerciendo una fuerza a distancia, es la fuerza de la gravedad que ejerce la Tierra (T) sobre la piedra (p).

③ Esta fuerza de la gravedad se llama *peso* y se suele representar como una P.

④ La dirección de la fuerza peso es la línea que une el centro de gravedad del cuerpo y el centro del planeta. El sentido es hacia el centro de la Tierra.

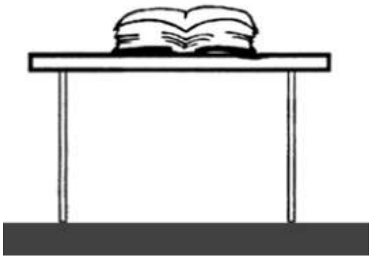
⑤ El módulo de la fuerza peso se determina mediante la expresión:

$$P = mg$$

donde m es la masa del cuerpo en kg y g es la aceleración de caída de los cuerpos cuyo valor es, en las cercanías de la superficie terrestre 9,8 m/s². En este ejemplo concreto

$$F_{T,p} = P = mg = 20 \cdot 9{,}8 = 196\ N$$

Situación 2: fuerzas sobre un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal. Definición de la Normal como fuerza.

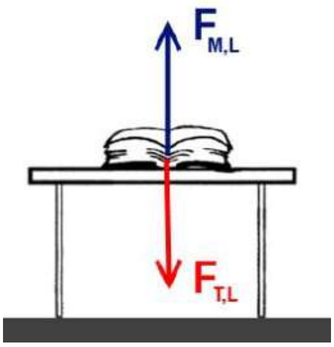


Ejemplo: un libro de 500 g se encuentra en reposo encima de una mesa.

Sobre el libro se están ejerciendo dos fuerzas:

① La fuerza a distancia que ejerce la Tierra sobre el libro, la fuerza peso cuyas características ya conocemos (véase la situación 1).

② La fuerza de contacto que ejerce la mesa sobre el libro. Esta fuerza



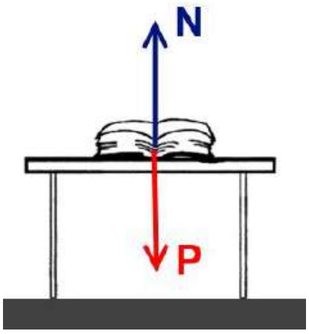
ejercida entre dos superficies en contacto es perpendicular a dichas superficies por lo que se denomina comúnmente fuerza *Normal*.

③ T = Tierra; L = libro; M = mesa

$$F_{T,L} = P = mg = 0{,}5 \cdot 9{,}8 = 4{,}9\ N$$

$$F_{M,L} = N$$

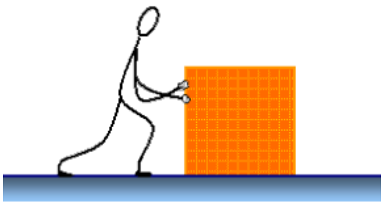
④ Como vemos, la fuerza Normal es la fuerza que ejerce una superficie sobre un cuerpo apoyado sobre la misma. Su valor depende del resto de las fuerzas que se encuentren en su misma dirección. En este caso,



$$N = P = 4{,}9\ N$$

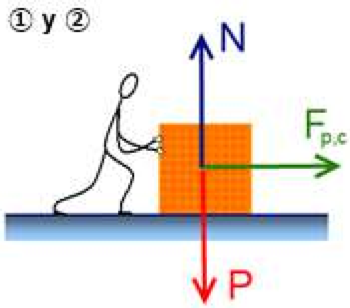
Por tanto, las dos fuerzas tienen el mismo módulo, la longitud de las dos flechas debe ser la misma.

Situación 3: fuerza horizontal que empuja o tira de un cuerpo. La fuerza de rozamiento.



Ejemplo: Fuerzas sobre una caja de 50 kg cuando una persona la empuja horizontalmente.

① Empezaremos por dos fuerzas ya conocidas a través de las situaciones anteriores:



- El peso: la fuerza que ejerce la Tierra sobre la caja.

- La normal: la fuerza que ejerce el suelo sobre la caja.

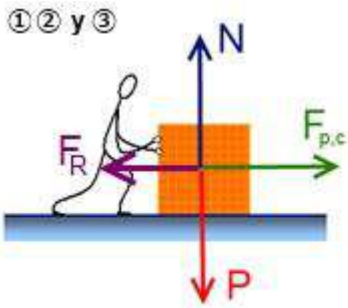
② La fuerza que está haciendo la persona (p) sobre la caja (c) es horizontal tal como se representa en la figura adjunta.

③ <u>Fuerza de rozamiento</u>, F_R

La fuerza de rozamiento o de fricción que hay entre dos superficies en contacto se pone de manifiesto en dos situaciones posibles:

- Cuando el sistema está en movimiento, entonces la F_R se opone al movimiento relativo entre dos superficies de contacto. Se trata de una fuerza de rozamiento dinámica.

- Cuando el sistema está parado, entonces la F_R se opone al inicio del deslizamiento. Se trata de una fuerza de rozamiento estática.



La fuerza de rozamiento se genera por las imperfecciones, mayormente microscópicas, que hay entre las superficies en contacto.

Por tanto, a la hora de dibujar la fuerza de rozamiento lo haremos de manera que su sentido se oponga al movimiento del cuerpo (ya sea este real o inminente).

④ Expresión para la fuerza de rozamiento

La fuerza de rozamiento se puede calcular con la siguiente expresión:

$$F_R = \mu N$$

donde N es la fuerza Normal y μ es llamado coeficiente de rozamiento.

El coeficiente de rozamiento es un valor característico para el tipo de superficies que entran en contacto, aunque en realidad, para cada caso debemos considerar dos coeficientes:

- Coeficiente de rozamiento estático, que corresponde a aquellas situaciones en las que el cuerpo (la caja en nuestro caso) está parado aunque se está ejerciendo una fuerza para intentar moverlo. En este caso, la fuerza de rozamiento calculada coincide con el valor máximo de la fuerza que hay que ejercer para que el movimiento sea inminente.

- Coeficiente de rozamiento dinámico, que corresponde a aquellas situaciones en las que el cuerpo (la caja en nuestro caso) se está moviendo.

Es un hecho observado (experimental) que el coeficiente de rozamiento estático es mayor que el dinámico. Cuando empujamos algo constatamos que siempre cuesta algo más, que es necesaria más fuerza, para ponerlo en marcha respecto de la fuerza que es necesaria para que se siga moviendo.

⑤ Cálculo de las fuerzas

Según las definiciones vistas hasta ahora, podemos determinar el valor de algunas de las cuatro fuerzas que actúan sobre la caja.

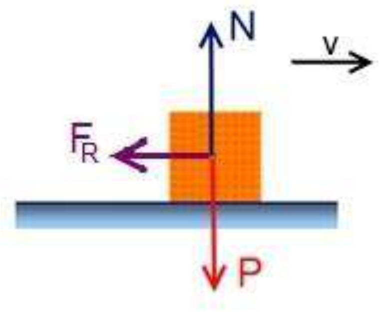
$$P = mg = 50 \cdot 9{,}8 = 490\ N$$

$$N = P = 490\ N$$

$$F_R = \mu N = 490 \cdot \mu$$

Situación 4: Un cuerpo se mueve libremente sobre una superficie horizontal.

Supongamos que lanzamos una caja de 5 kg sobre una superficie horizontal cuyo coeficiente de rozamiento es 0,15. ¿Qué fuerzas se ejercen sobre la caja una vez lanzada?



En la figura adjunta el vector velocidad indica el sentido del movimiento y se representan las tres fuerzas que actúan sobre la caja:

- Fuerza que ejerce la Tierra sobre la caja, fuerza peso, P.
- Fuerza que ejerce el suelo sobre la caja, fuerza normal, N.
- Fuerza de rozamiento entre el suelo y la caja, F_R.

En este caso, según ya hemos visto, es posible conocer el valor de todas estas fuerzas:

$$P = mg = 5 \cdot 9{,}8 = 49\ N$$

En la dirección de la normal, perpendicular al suelo, solo hay dos fuerzas por lo que

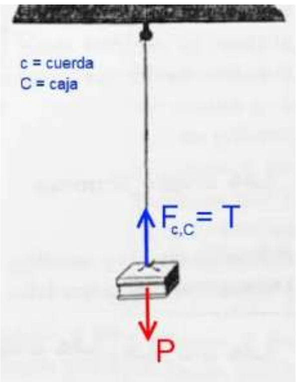
$$N = P = 49\ N$$

En cuanto a la fuerza de rozamiento,

$$F_R = \mu N = 0{,}15 \cdot 49 = 7{,}35\ N$$

Situación 5: Cuerpos enlazados rígidamente. Tensión.

Supongamos una caja de 10 kg que cuelga en vertical atada a una cuerda. Vamos a establecer las fuerzas que se ejercen sobre la caja.



- Fuerza que ejerce la Tierra sobre la caja, fuerza peso, P.

- Fuerza (por el contacto) que ejerce la cuerda sobre la caja. Esta fuerza ejercida por cuerpos alargados pero inextensibles (cuerdas rígidas, alambres, enganches, etc.) se suele llamar *tensión (T)*.

El valor de la fuerza peso es,

$$P = mg = 10 \cdot 9{,}8 = 98\ N$$

El valor de la tensión de la cuerda se determina recurriendo a los principios de la dinámica, aunque en esta situación concreta, de equilibrio, es fácil comprender que el valor de la tensión debe ser igual al peso del cuerpo, pues son las dos únicas fuerzas ejercidas sobre la caja en la misma dirección.

Situación 6: Cuerpos enlazados rígidamente.

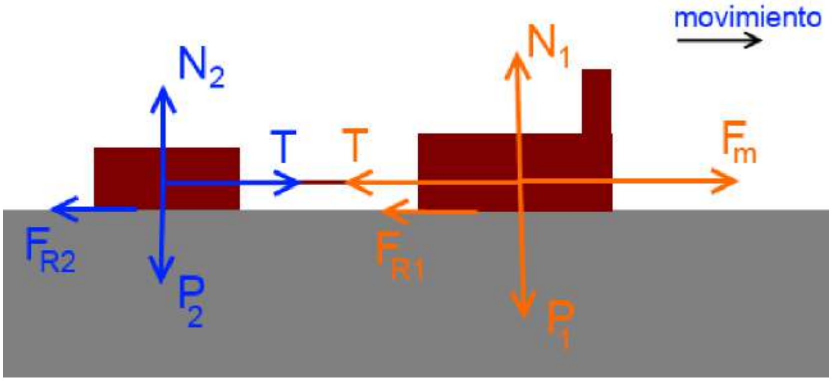
Veamos otro ejemplo en el que interviene la tensión como fuerza. Supongamos un tren formado por una cabeza tractora y un vagón que se mueve horizontalmente sobre una vía. Vamos a plantear las fuerzas que se ejercen sobre el vagón y sobre la locomotora.

Sobre la locomotora se ejercen hasta cinco fuerzas:

- Fuerza que ejerce la Tierra sobre la locomotora ($P_1 = m_1g$).
- Fuerza que ejerce el suelo sobre la locomotora ($N_1 = P_1$).
- Fuerza que ejerce el motor sobre la locomotora (F_m).
- Fuerza entre el enganche y la locomotora (T).
- Fuerza de rozamiento entre el suelo y la locomotora ($F_{R1} = \mu N_1$).

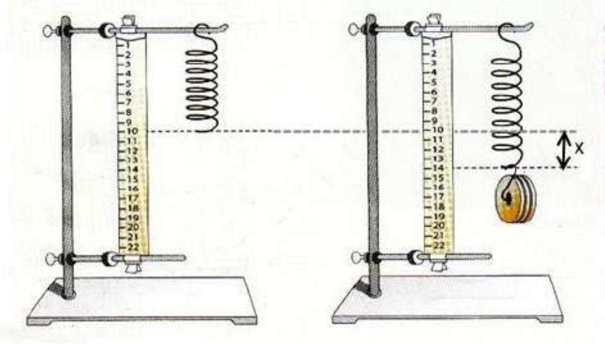
Sobre el vagón se ejercen cuatro fuerzas:

- Fuerza que ejerce la Tierra sobre el vagón ($P_2 = m_2g$).
- Fuerza que ejerce el suelo sobre el vagón ($N_2 = P_2$).
- Fuerza que ejerce el enganche sobre el vagón (T).
- Fuerza de rozamiento entre el suelo y el vagón ($F_{R2} = \mu N_2$).



Es evidente que, siendo las masas de la locomotora y del vagón diferentes, las fuerzas peso, normal y de rozamiento son diferentes entre sí. Sin embargo, las dos tensiones son iguales. La tensión en la locomotora se opone al movimiento, mientras que la tensión en el vagón es responsable de su movimiento.

Situación 7: Cuerpos elásticos (muelles y resortes). Ley de Hooke



Supongamos un muelle que cuelga en vertical y del que enganchamos una masa. Analizaremos las fuerzas que se ejercen sobre dicha masa.

Inicialmente el muelle se encuentra en posición de equilibrio, pero al colocar la masa el muelle se estira una longitud determinada respecto de su posición de equilibrio, longitud que llamaremos en general, x.

Cuando un muelle, un resorte o un cuerpo elástico en general, se comprime o se expande respecto de su posición de equilibrio aparece una fuerza elástica o recuperadora. Sus características son:

- El módulo de la fuerza elástica (F_e) se puede determinar mediante la Ley de Hooke. Fue formulada en 1660 por Robert Hooke. Se trata de una ley experimental.

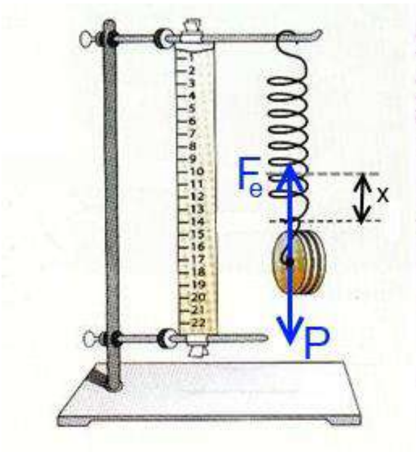
$$F_e = K \cdot x$$

donde,

K, es la constante de elasticidad del muelle o resorte. Su valor es característico para cada muelle pues depende de su naturaleza. Las unidades de la constante de elasticidad en el S.I. son N/m ($N \cdot m^{-1}$).

x, es la elongación o alargamiento del muelle respecto de su posición de equilibrio. Se mide en metros. Según el texto que se mire o la situación que se plantee, también puede aparecer representado como *Δx, Δy, l, Δl*.

- La fuerza elástica siempre va dirigida de manera que tienda a llevar el muelle a su posición de equilibrio.



Por tanto, sobre el cuerpo que cuelga del muelle se ejercen dos fuerzas:

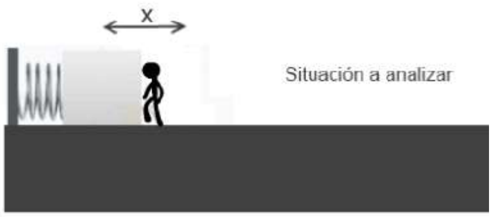
- La fuerza que ejerce la Tierra sobre el cuerpo (P = mg).

- La fuerza elástica del muelle sobre el cuerpo (F_e = Kx).

Es evidente que si el sistema está quieto la situación es de equilibrio (aunque el muelle se encuentra desplazado respecto de *su* situación de equilibrio) y, por tanto, el peso y la fuerza elástica son iguales en módulo.

$$P = F_e$$

Situación 8. Muelle horizontal.



Supongamos ahora una persona que empuja un cuerpo que se encuentra unido a un muelle. El muelle se comprime una cierta longitud y se mantiene en dicha situación. ¿Qué fuerzas se ejercen sobre el cuerpo?

Las fuerzas que se ejercen sobre la caja son:

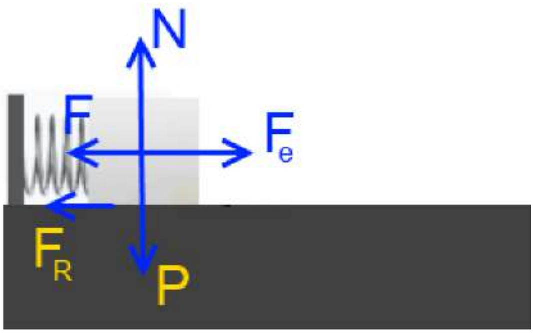
- La fuerza de la Tierra sobre la caja (P = mg).

- La fuerza normal del suelo sobre la caja (N = P).

- La fuerza que está ejerciendo la persona sobre la caja (F).

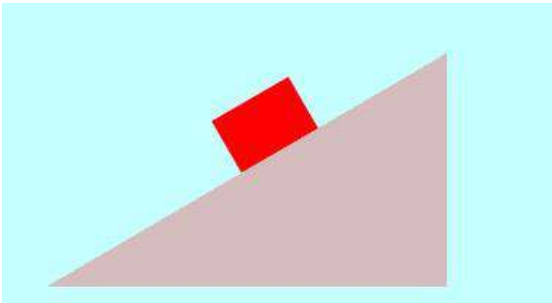
- La fuerza elástica que ejerce el muelle (F_e = Kx).

- La fuerza de rozamiento entre el suelo y la caja (F_R = µN).



Situación 9. Cuerpo sobre un plano inclinado (diversos casos).

El plano inclinado es una máquina simple que consiste en una superficie plana que forma un ángulo agudo con el suelo y se utiliza para elevar cuerpos a cierta altura. Tiene la ventaja de necesitarse una fuerza menor que la que se emplea si levantamos dicho cuerpo verticalmente, aunque a costa de aumentar la distancia recorrida y vencer la fuerza de rozamiento.



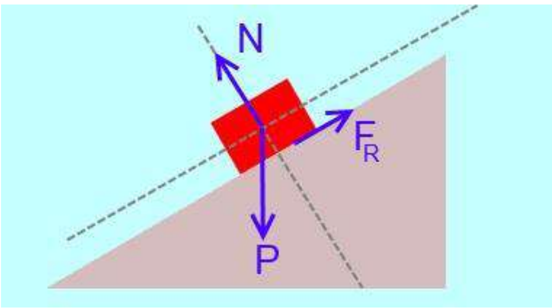
Veremos en primer lugar cuáles son las fuerzas que actúan sobre un cuerpo estático en medio de un plano inclinado tal como se muestra en la figura adjunta.

A diferencia del cuerpo estático sobre una superficie horizontal (sobre el que se ejercen dos fuerzas, peso y normal, como se vio en la situación 2), en este caso hay tres fuerzas que se ejercen sobre el cuerpo:

- La fuerza que ejerce la Tierra sobre el cuerpo (P = mg).

- La fuerza que ejerce el suelo sobre el cuerpo, la fuerza normal (N) que, en este caso, ya no es igual al peso pues ambas fuerzas ya no se encuentran en la misma dirección (la estimación de su valor se verá más adelante, en apartado de descomposición de fuerzas).

- En el plano inclinado parte de la fuerza peso "tira" del cuerpo para que caiga a través del plano. Por tanto, debe existir una fuerza de rozamiento que se opone movimiento, real o inminente. En este ejemplo concreto se trata de un rozamiento estático ($F_R = \mu N$).

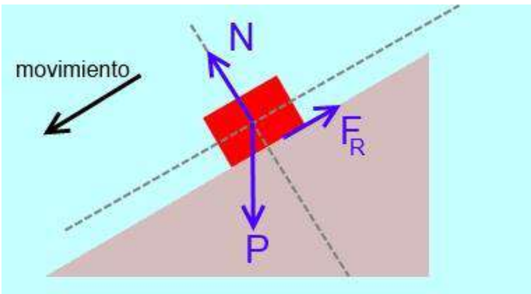


Algunas de las variantes más habituales a esta situación pueden ser:

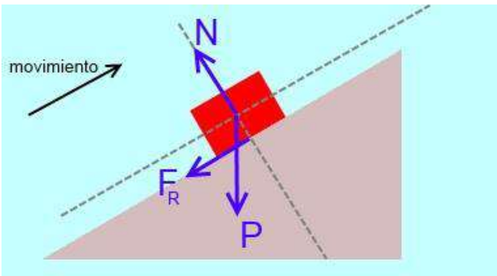
- Cuerpo que cae libremente por el plano inclinado. ①
- Cuerpo que se lanza hacia arriba por el plano inclinado. ②
- Cuerpo que asciende por el plano gracias a una fuerza ejercida sobre él paralela al plano. ③
- Cuerpo que desciende por el plano gracias a una fuerza ejercida sobre él paralela al plano. ④

Las fuerzas que se ejercen sobre dicho cuerpo en estas variantes se muestran en las figuras siguientes. Todos los rozamientos en estos ejemplos son dinámicos.

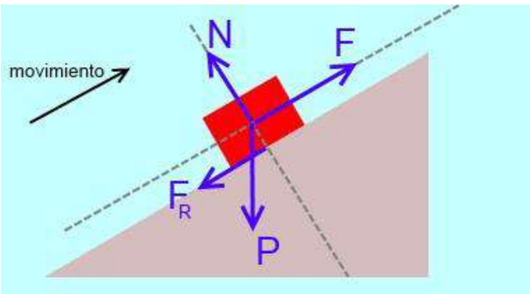
①



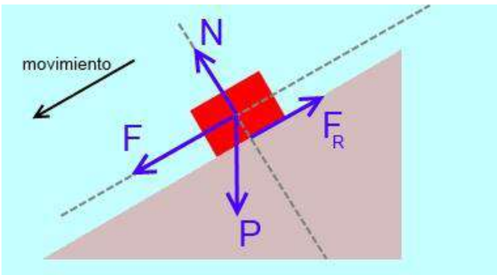
②



③



④



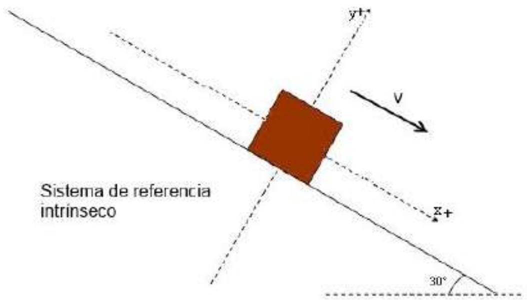
Descomposición de fuerzas

a) Sistema de referencia intrínseco.
b) Resolución del triángulo rectángulo.
c) Descomposición de fuerzas en el plano inclinado.

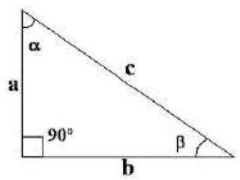
a) Sistema de referencia intrínseco.

Este sistema de referencia es muy útil a la hora de plantear la resolución de problemas en dinámica. Es un sistema de referencia situado sobre el móvil y que se mueve con él de forma que uno de los ejes tiene la dirección y sentido de la velocidad del móvil, eje tangencial (por ser tangente a la trayectoria) y el otro, eje normal, perpendicular a él.

Por ejemplo, en cuerpo que cae por un plano inclinado el sistema de referencia intrínseco sería el representado en la siguiente figura.



b) Resolución del triángulo rectángulo



$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{(Pitágoras)}$$

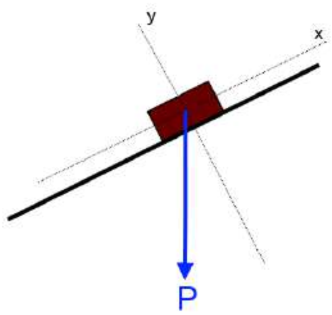
$$\text{sen}\,\alpha = \frac{b}{c} \qquad \text{sen}\,\beta = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{c} \qquad \cos\beta = \frac{b}{c}$$

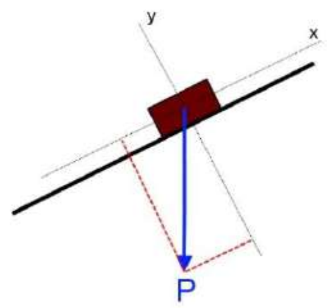
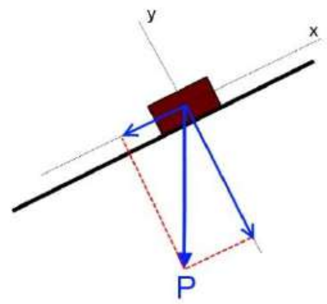
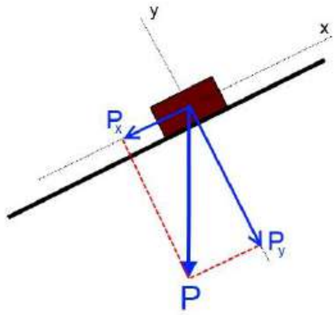
$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{b}{a} \qquad \text{tg}\,\beta = \frac{\text{sen}\,\beta}{\cos\beta} = \frac{a}{b}$$

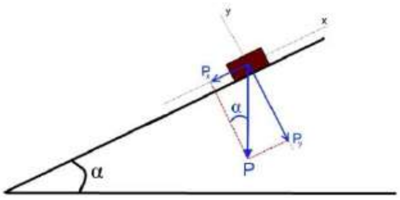
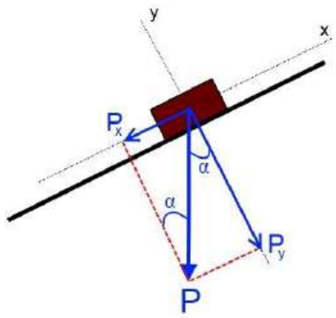
c) Descomposición de fuerzas en el plano inclinado.

En los esquemas de fuerzas vistos en estos apuntes en las diferentes situaciones planteadas, todas las fuerzas presentes se encuentran en los ejes del sistema de referencia intrínseco al cuerpo excepto la fuerza peso en el caso de los planos inclinados. En estas situaciones, cuando una fuerza no se encuentra en los ejes del sistema de referencia intrínseco, es conveniente descomponerla sobre los ejes cartesianos.



Veamos el proceso de descomposición paso a paso en la situación que hemos planteado para la fuerza peso en el plano inclinado.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>A partir del vértice del vector de la fuerza y con las líneas de los ejes cartesianos como referencia, dibujamos un paralelogramo.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Dibujamos las dos flechas contenidas en los dos lados del paralelogramo incluidos en los ejes cartesianos.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Esas dos flechas son el resultado de la descomposición de la fuerza peso. Así, se nombran según sea el eje en el que se encuentran como P_x, y P_y.

El sentido físico de este proceso: el efecto de la fuerza peso sobre el cuerpo es equivalente al que ejercen P_x y P_y sobre el cuerpo. Una componente del peso (P_x) “tira” del cuerpo para que descienda por el plano inclinado, la otra componente del peso (P_y) es la que “sujeta” el cuerpo contra el suelo del plano.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Identificamos el ángulo del plano en el paralelogramo (es el ángulo que contiene a los lados del paralelogramo que son perpendiculares a los lados del plano inclinado).</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Según hemos visto en la resolución del triángulo rectángulo,

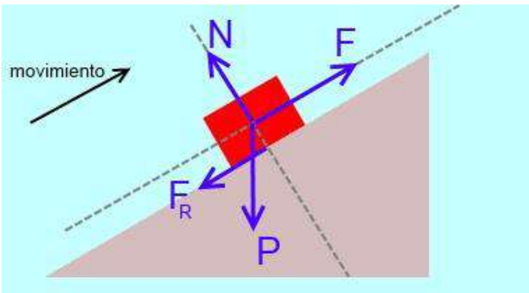
$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{P_x}{P} \rightarrow P_x = P \cdot \operatorname{sen} \alpha = mg \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{P_y}{P} \rightarrow P_y = P \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha$$

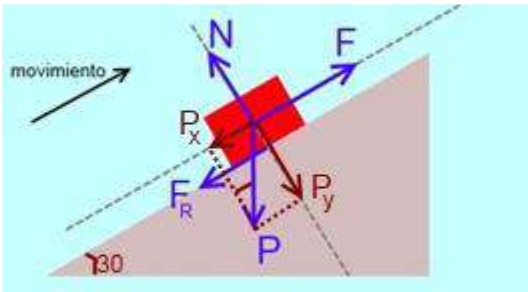
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_x}{P_y}$$</td>
</tr>
</table>

En todas las situaciones en las que una fuerza no se encuentre en la misma dirección que los ejes del sistema de referencia intrínseco se debe recurrir a este procedimiento de descomposición de fuerzas.

Por ejemplo, supongamos que empujamos hacia arriba un cuerpo de 10 kg a lo largo de un plano inclinado de 30º. Si el coeficiente de rozamiento es 0'2, plantea las fuerzas que se ejercen sobre dicho cuerpo.



Esta situación ya ha sido resuelta (pág. 10) anteriormente y viene representada en la figura adjunta. El siguiente paso a partir de ahora es descomponer la fuerza peso tal como hemos visto.



Hasta ahora, mientras no conozcamos los principios de la dinámica, no podemos conocer la fuerza con la que estamos empujando. Sin embargo, ya es posible conocer, según lo visto hasta ahora en estos apuntes, el resto de fuerzas:

$$P = mg = 10 \cdot 9{,}8 = 98\ N$$

$$P_x = P \cdot \operatorname{sen} \alpha = mg \cdot \operatorname{sen} \alpha = 98 \cdot \operatorname{sen} 30 = 49\ N$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha\ = mg \cdot \cos \alpha = 98 \cdot \cos 30 = 84{,}9\ N$$

En el esquema de fuerzas se puede ver que

$$N = P_y = 84{,}9\ N$$

$$F_R = \mu N = 0{,}2 \cdot 84{,}9 = 17\ N$$

Composición de fuerzas. Fuerza resultante.

Ideas iniciales:

① Una vez que sabemos cuáles son las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en diferentes situaciones el objetivo ahora es conocer cuál es el efecto de todas esas fuerzas sobre el cuerpo.

② El proceso de composición de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo lleva a conocer cuál es la fuerza neta o resultante de estas fuerzas ($\sum F$ o también, R).

③ A la hora de sumar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo debemos tener en cuenta que son magnitudes vectoriales, entonces:

- Solo se pueden sumar las fuerzas que estén aplicadas al mismo cuerpo. Fuerzas aplicadas sobre cuerpos diferentes no se pueden sumar.

- Para hallar la fuerza resultante debemos tener en cuenta la dirección y sentido de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.

④ El procedimiento más habitual es determinar la fuerza resultante en cada uno de los ejes del sistema de referencia elegido (intrínseco) y posteriormente, si fuera necesario, determinar la fuerza resultante global.

Cuando nos "enfrentamos" a la suma de una pareja de fuerzas se pueden dar varias situaciones:

- Ambas fuerzas están en la misma dirección
    - <u>Con el mismo sentido</u>.

$$\Sigma F = F_1 + F_2$$

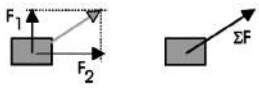
La fuerza resultante tiene la misma dirección y el mismo sentido que las fuerzas que se suman y su módulo es la suma de los módulos de ambas fuerzas.

    - <u>Con sentidos opuestos</u>.

$$\Sigma F = F_1 - F_2$$

La fuerza resultante tiene la misma dirección que las fuerzas que se suman. Su sentido será el de la fuerza mayor entre ambas y su módulo es la diferencia entre los módulos de ambas fuerzas.

- Ambas fuerzas no tienen la misma dirección
    - <u>Son perpendiculares</u>.

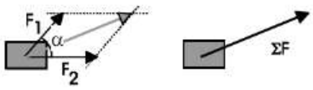


$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

La fuerza resultante tiene la dirección de la diagonal del paralelogramo que forman las dos fuerzas que se suman. El módulo de la fuerza viene dado de la aplicación del teorema de Pitágoras.

Este proceso se puede considerar como el "proceso inverso" al ya visto anteriormente a la hora de descomponer la fuerza peso en un plano inclinado.

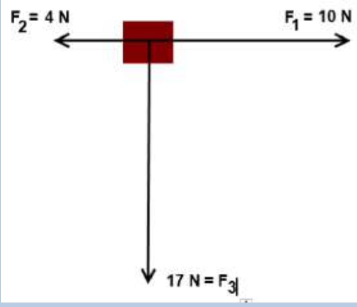
    - <u>No son perpendiculares</u>.



Esta situación no se resolverá en estos apuntes (el módulo de la fuerza se determina mediante el llamado teorema del coseno).

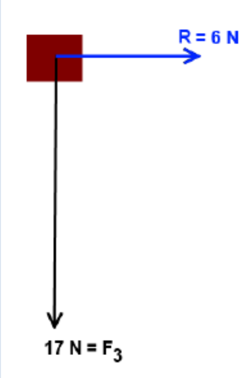
Problema 1

Hallar la fuerza resultante en la siguiente situación:



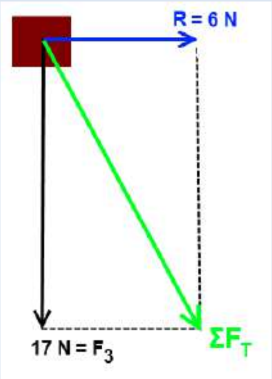
Solución:

Primero sumamos las dos fuerzas que se encuentran en la misma dirección, su módulo es,



$$\sum F_{(1,2)} = F_1 - F_2 = 10 - 4 = 6\,N \ \ (= R)$$

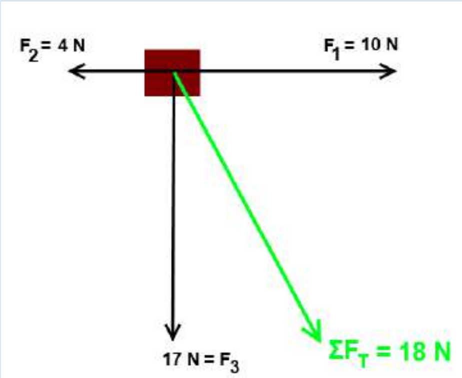
Esta fuerza resultante entre F_1 y F_2 tiene la misma dirección y su sentido es el de F_1 que es la fuerza mayor entre ambas.



Ahora calculamos la fuerza resultante entre las dos fuerzas perpendiculares, aplicamos el teorema de Pitágoras para conocer su módulo.

$$\sum F_T = \sqrt{R^2 + F_3^2} = \sqrt{6^2 + 17^2} = \sqrt{325} = 18\,N$$

En definitiva, la fuerza resultante tiene la dirección y sentido mostrado en la figura y un módulo de 18 N.



3.- Principios de la dinámica (leyes de Newton)

Una vez que se conocen cuáles son las fuerzas que intervienen en algunas de las situaciones más comunes, se hace preciso saber cuáles son los principios que rigen a estas fuerzas y sus efectos dinámicos. Se conocen como los tres principios de la dinámica y fueron expuestos por Isaac Newton en 1687.

Primer principio o principio de inercia

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula, el cuerpo no modificará su estado de reposo o de movimiento

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} si \quad \vec{v}_0 = 0 \ \rightarrow \ \vec{v} = 0 \ \rightarrow \ cuerpo\ en\ reposo \\ si \quad \vec{v}_0 \neq 0 \ \rightarrow \ \vec{v} = \vec{v}_0 = cte \ \rightarrow \ cuerpo\ con\ m.r.u. \end{cases}$$

Consideraciones:

① En realidad este principio ya se ha aplicado en algunas de las situaciones analizadas en el apartado anterior.

② El principio se puede aplicar de forma global, para todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, por ejes del sistema de referencia intrínseco, en cuyo caso hay que descomponer las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en dichos ejes. Asimismo, también se puede aplicar el principio respecto de un sistema de referencia cartesiano convencional.

③ *Inercia*: es la oposición que manifiesta cualquier cuerpo a modificar su estado de reposo o de movimiento. Un cuerpo mantiene su estado de movimiento o de reposo si no hay una fuerza resultante no nula que actúe sobre él. La inercia de un cuerpo depende de la masa de éste, a mayor masa mayor inercia, y será más difícil modificar su estado de reposo o de movimiento

④ Equilibrio mecánico: un cuerpo se encuentra en equilibrio cuando la fuerza resultante que actúa sobre él es nula, es decir, cuando cumple el primer principio (respecto de un eje cartesiano o globalmente). Este estado de equilibrio puede ser *estático*, cuando el cuerpo se encuentra en reposo, o *dinámico*, cuando el cuerpo tiene un movimiento rectilíneo uniforme.

Segundo principio o principio fundamental de la dinámica

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo no es cero, el cuerpo experimenta un cambio en su estado de reposo o de movimiento, es decir, el cuerpo tiene una aceleración

$$\sum \vec{F} \neq 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} \neq cte \quad \rightarrow \quad movimiento\ acelerado$$

Consideraciones:

① El principio relaciona la fuerza con el efecto que produce, la aceleración.

② Si la masa del cuerpo es constante, es decir, es una magnitud escalar que siempre tiene el mismo valor positivo, se cumple que,

$$\sum \vec{F} \neq 0 \quad \rightarrow \quad \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Donde la dirección y el sentido de la fuerza resultante, $\sum \vec{F}$, es el mismo que la dirección y el sentido de la aceleración, $\vec{a}$, que produce.

③ El principio se puede aplicar de forma global, para todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, por ejes del sistema de referencia intrínseco, en cuyo caso hay que descomponer las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en dichos ejes.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} eje\ tangencial & \sum \vec{F_t} = m \cdot \vec{a}_t \\ eje\ normal & \sum \vec{F_n} = m \cdot \vec{a}_n \end{cases}$$

Asimismo, también se puede aplicar el principio respecto de un sistema de referencia cartesiano convencional.

④ La resistencia de un cuerpo a modificar su estado de movimiento, la inercia, es en realidad la propia masa del cuerpo. La masa de un cuerpo mide la cantidad de inercia del mismo: a mayor masa, mayor es la fuerza necesaria para conseguir una aceleración determinada.

⑤ Esta expresión,

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

permite definir el Newton en función de sus unidades fundamentales en el S.I.

$$1\ N = 1\ kg \cdot 1\ m/s^2$$

Una fuerza resultante de 1 N es aquella es capaz de variar la velocidad de un cuerpo de 1 kg de masa en 1 m/s cada segundo.

Tercer principio o principio de acción y reacción

Si un cuerpo realiza una fuerza sobre otro, el segundo realiza una fuerza sobre el primero, del mismo módulo y dirección, pero de sentido contrario

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A} \quad \rightarrow \quad F_{A,B} = F_{B,A}$$

Consideraciones:

① El nombre de principio de acción y reacción puede llevar a inducir erróneamente que para que la fuerza de reacción exista es necesaria la fuerza de acción. En realidad ambas fuerzas son simultáneas y existen indistintamente la una por la otra.

② Es muy importante que ambas fuerzas son iguales en módulo y dirección, pero actúan sobre cuerpos distintos:

$$\vec{F}_{A,B} \rightarrow \ Fuerza\ que\ se\ aplica\ sobre\ el\ cuerpo\ B$$
$$\vec{F}_{B,A} \rightarrow \ Fuerza\ que\ se\ aplica\ sobre\ el\ cuerpo\ A$$

Por tanto, las consecuencias de ambas fuerzas pueden ser muy diferentes si las masas de ambos cuerpos son diferentes.

Problema 2

Sobre un cuerpo actúan las siguientes fuerzas, dadas en unidades del S.I.:

$$\vec{F}_1 = 35\,\hat{\imath} + 45\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_2 = 15\,\hat{\imath} - 30\,\hat{\jmath}$$

a) Justifica por qué la velocidad del cuerpo no permanece constante.

b) Calcula la fuerza que tendríamos que aplicar al cuerpo para que su movimiento fuese rectilíneo y uniforme.

Solución:

a) Determinamos la fuerza resultante,

$$\sum F = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \ 35\,\hat{\imath} + 45\,\hat{\jmath} + 15\,\hat{\imath} - 30\,\hat{\jmath} = 50\,\hat{\imath} + 15\,\hat{\jmath}$$

Como podemos ver, la fuerza resultante es distinta de cero, en virtud del segundo principio,

$$\sum \vec{F} \neq 0 \quad \rightarrow \quad \vec{v} \neq cte \quad \rightarrow \quad movimiento\ acelerado$$

b) Para que un cuerpo tenga un movimiento rectilíneo y uniforme se debe cumplir el primer principio, es decir, la fuerza resultante debe ser cero. Aplicaremos, entonces, una fuerza $\vec{F}_3$ sobre el cuerpo de tal manera que,

$$\sum F = 0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \quad \rightarrow \quad \vec{F}_3 = -\left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right) = -50\,\hat{\imath} - 15\,\hat{\jmath}$$

Problema 3

Sobre un cuerpo de 5 kg de masa actúan las siguientes fuerzas (en N):

$$\vec{F}_1 = -30\,\hat{\imath} - 50\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_2 = -20\,\hat{\imath} + 20\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_3 = F_{3x}\,\hat{\imath} + F_{3y}\,\hat{\jmath}$$

Calcula el valor de las componentes de $\vec{F}_3$ para que el cuerpo se mueva en sentido positivo del eje X con una aceleración de 2 m/s^2.

Solución:

Determinaremos en primer lugar el valor (módulo) de una fuerza que es capaz de imprimir una aceleración de 2 m/s^2 a un cuerpo de 5 kg.

$$F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad F = 5 \cdot 2 = 10\,N$$

Para que el cuerpo se mueva en sentido positivo del eje X con una aceleración de 2 m/s^2 la resultante de todas las fuerzas debe ser, por tanto,

$$\sum F = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 10\,\hat{\imath}$$

Teniendo en cuenta las expresiones de las fuerzas, sus componentes en el eje X,

$$F_{1x}\hat{\imath} + F_{2x}\hat{\imath} + F_{3x}\hat{\imath} = 10\,\hat{\imath} \quad \rightarrow \quad -30\,\hat{\imath} - 20\,\hat{\imath} + F_{3x}\hat{\imath} = 10\,\hat{\imath} \quad \rightarrow \quad F_{3x} = 10 + 20 + 30 = 60\,N$$

Los componentes de las fuerzas en el eje Y,

$$F_{1y}\hat{\jmath} + F_{2y}\hat{\jmath} + F_{3y}\hat{\jmath} = 0 \quad \rightarrow \quad -50\,\hat{\jmath} + 20\,\hat{\jmath} + F_{3y}\hat{\imath} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{3y} = 0 - 20 + 50 = 30\;N$$

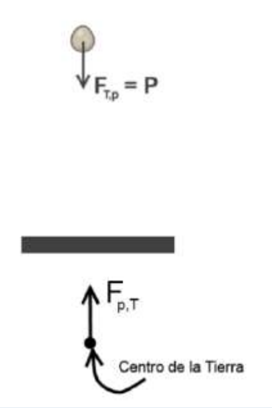
Por tanto,

$$\vec{F}_3 = F_{3x}\hat{\imath} + F_{3y}\hat{\jmath} = 60\,\hat{\imath} + 30\,\hat{\jmath}$$

Problema 4

Aplicando el tercer principio, analiza las fuerzas que tienen lugar en los siguientes casos:
a) Fuerzas implicadas cuando una piedra cae libremente.
b) Fuerzas implicadas cuando un libro se encuentra encima de una mesa.
c) Una persona empuja una caja, ¿qué fuerzas hay entre la persona y la caja?

Solución:



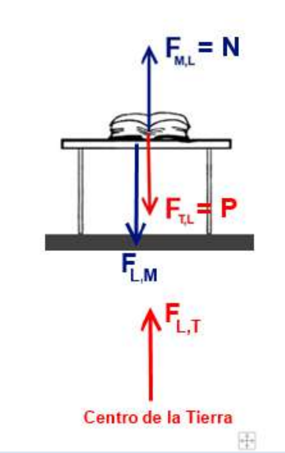
a) Fuerza peso, P: es la fuerza que ejerce la Tierra sobre la piedra (P = $F_{T,p}$). De la misma manera, hay una fuerza que ejerce la piedra sobre la Tierra ($F_{p,T}$). El punto de aplicación de esta fuerza es el centro del planeta, tal como se muestra en la figura adjunta.
En módulo,

$$F_{T,p} = F_{p,T}$$

donde

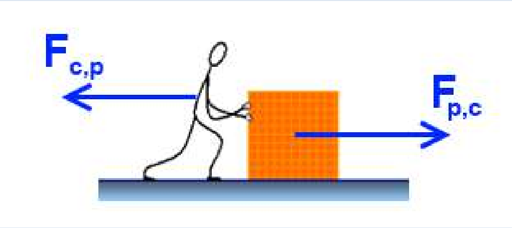
$$F_{T,p} = P = mg$$
$$F_{p,T} = M_{Tierra} \cdot a$$

¿Cae la piedra sobre la Tierra o la Tierra se acerca hacia la piedra? Para calcular la aceleración de caída de la Tierra hacia la piedra debemos tener en cuenta que la fuerza está aplicada sobre sobre toda la masa terrestre. Esta aceleración resultará prácticamente cero (pero no es cero).



b) Al igual que hemos visto en el apartado anterior, sobre el libro tenemos la fuerza peso, P, que es la fuerza que ejerce la Tierra sobre el libro (P=$F_{T,L}$). De la misma manera, hay una fuerza que ejerce el libro sobre la Tierra ($F_{L,T}$).
Respecto de la Fuerza Normal, N: en esta situación la fuerza normal es la fuerza que ejerce la mesa sobre el libro (N = $F_{M,L}$). Entonces, según el tercer principio el libro está haciendo una fuerza sobre la mesa ($F_{L,M}$). Esta fuerza está aplicada sobre el centro de gravedad de la mesa. Los módulos de ambas fuerzas son iguales,

$$F_{M,L} = F_{L,M}$$



c) Una persona empuja una caja. Ejerce una fuerza sobre la caja ($F_{p,c}$). Entonces, según el tercer principio, la caja también ejerce una fuerza sobre la persona ($F_{c,p}$).
Para no complicar el esquema, en la figura adjunta sólo se han dibujado estas dos fuerzas. La cuestión es: si ambas fuerzas son iguales en módulo ¿por qué se mueve la caja hacia la derecha y no la persona hacia la izquierda?
Para que $F_{p,c}$ mueva la caja debe vencer a la fuerza de rozamiento entre el suelo y la caja (no representada). Esta fuerza depende solo de la masa de la caja y de la naturaleza de las superficies que rozan. Para que $F_{c,p}$ mueva a la persona ocurre lo mismo, pero en este caso la fuerza de rozamiento depende de la masa de la persona y de la naturaleza de las superficies que rozan. La persona consigue mover la caja porque la $F_{p,c}$ es superior a la fuerza de rozamiento entre el suelo y la caja y, además, la $F_{c,p}$ no es superior a la fuerza de rozamiento entre el suelo y la persona.

Sistemas de referencia inerciales

Hasta ahora todos los balances de fuerzas presentes en las situaciones planteadas lo han sido desde el punto de vista de un observador inercial.

① Un observador inercial es aquel que está en reposo o se mueve con velocidad constante (en módulo, dirección y sentido). Por tanto, un observador inercial dice de sí mismo que cumple con el primer principio de la dinámica.

② Las leyes de Newton se cumplen respecto de sistemas de referencia inerciales.

③ Un observador no inercial es aquel que tiene una aceleración. Para un observador no inercial, que es consciente de tal circunstancia, no se cumplen las leyes de Newton a menos que considere la existencia de fuerzas de inercia, fuerzas que no son resultado de interacciones y, por tanto, no existen en la realidad (en la realidad del sistema de referencia inercial, véase la ampliación: el problema del ascensor).

④ Ejemplos de sistemas de referencia no inerciales y las fuerzas de inercia asociadas que deben considerar:

a) Un coche se mueve en línea recta acelerando: los ocupantes del coche, sistema de referencia no inerciales, deben afirmar que existe una fuerza de inercia que les hace "apretarse contra los asientos". La fuerza de inercia tiene la misma dirección que la aceleración del coche, pero en sentido contrario.

b) Un coche se mueve en línea recta frenando: los ocupantes del coche deben de nuevo afirmar que dentro del coche existe una fuerza de inercia que les hace, a ellos y a los cuerpos dentro del coche "irse hacia adelante". La fuerza de inercia tiene la misma dirección que la aceleración del coche, pero sentido contrario.

c) Un coche se mueve a velocidad constante en una pista circular: los ocupantes del coche deben afirmar que dentro del coche existe una fuerza de inercia que les hace, a ellos y a los cuerpos dentro del coche, "salirse hacia fuera de la curva". La fuerza de inercia tiene la misma dirección que la aceleración centrípeta del coche, pero sentido contrario. Esta fuerza de inercia concreta considerada en sistemas no inerciales que giran se llama fuerza centrífuga.

⑤ En estos apuntes y en este nivel es muy conveniente que el sistema de referencia elegido para resolver cualquier situación planteada sea inercial.

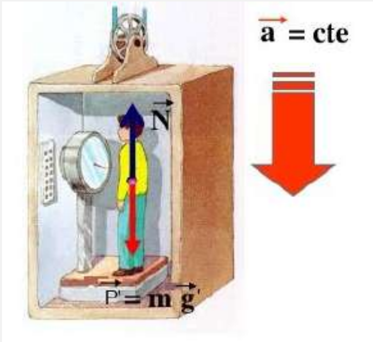
Ampliación: el problema del ascensor (y la alegoría de la caverna)

Consideremos un ascensor que desciende con una aceleración de 2 m/s^2. En el ascensor hay una báscula capaz de medir pesos (en newton) y una balanza. También hay un observador, Juan, que lleva "toda su vida" dentro del ascensor, no conoce otro universo que no sea el espacio entre las paredes del ascensor. Otro observador exterior, Manuel, situado en tierra firme, tiene capacidad para "ver" lo que ocurre dentro del ascensor. Juan ha comprobado con la balanza que su masa es de 75 kg. ¿Cuál será el peso de Juan? ¿Qué balance de fuerzas hacen Juan y Manuel?

Desde el punto de vista de Juan (que no sabe que es un sistema de referencia no inercial)

- En el universo de Juan, el ascensor, los estudios de caída de los cuerpos han revelado que la aceleración con la que estos caen es de 7,8 m/s^2, valor que suelen designar como g'.

- Cuando se sube a la báscula sabe que sobre él se ejercen dos fuerzas, el peso, $\vec{P}$', que es la fuerza de atracción hacia abajo que siempre ha sentido y la fuerza que ejerce el suelo de la báscula sobre él, la fuerza normal $\vec{N}$.



- Como Juan no se está moviendo, tiene que concluir que cumple con las condiciones del primer principio de la dinámica,

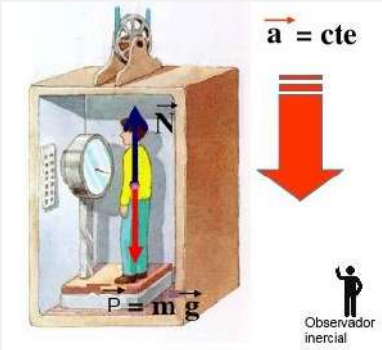
$$\sum \vec{F} = 0$$

En módulos,

$$N - P' = 0 \quad \rightarrow \quad N = P' = m \cdot g' = 75 \cdot 7{,}8 = 585\ N$$

Que es lo que marca la báscula del ascensor.

<u>Desde el punto de vista del sistema de referencia inercial (Manuel)</u>



- Un observador exterior, inercial, observa como Juan está descendiendo dentro de un ascensor. Las fuerzas que se ejercen sobre Juan son dos, el peso de su cuerpo, $\vec{P}$, que va a favor del movimiento, y la fuerza que ejerce el suelo de la báscula sobre Juan, la fuerza normal $\vec{N}$.

- Para un observador inercial el movimiento de Juan es acelerado, se cumple el segundo principio de la dinámica,

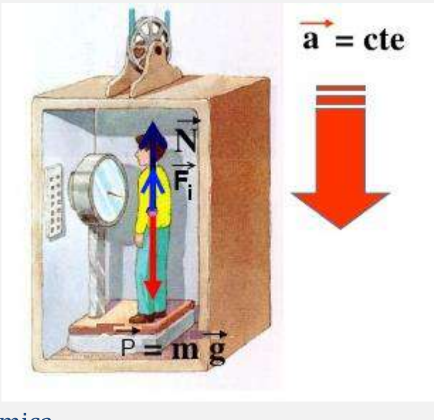
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

En módulos,

$$P - N = m \cdot a \quad \rightarrow \quad N = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a) = 75 \cdot (9{,}8 - 2) = 585\ N$$

<u>Desde el punto de vista de Juan, que sí sabe que es un sistema de referencia no inercial</u>

Supongamos que Manuel tiene capacidad de teletransportarse dentro del ascensor. Entonces le cuenta la “verdad” a Juan sobre su situación, dentro de un ascensor en un planeta donde la aceleración de caída de los cuerpos es de 9,8 m/s^2.



- En esta situación Juan dice que es imposible que se cumpla el primer principio de la dinámica a no ser que considere la existencia de una fuerza de inercia, $\vec{F_i}$ que tira de él hacia arriba, es decir, que va en sentido contrario al de la aceleración del ascensor.

- El valor de esta fuerza de inercia que se ejerce sobre Juan es, en módulo,

$$F_i = m \cdot a$$

donde a es la aceleración del ascensor.

- Evidentemente Juan sigue diciendo que él no se mueve respecto de las paredes del ascensor y que aplica, por tanto, el primer principio de la dinámica,

$$\sum \vec{F} = 0$$

En módulo,

$$N + F_i - P = 0 \quad \rightarrow \quad N = P - F_i = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a) = 75 \cdot (9{,}8 - 2) = 585\ N$$

4.- Cantidad de movimiento o momento lineal

Históricamente el concepto de *cantidad de movimiento* se puede remontar hasta Galileo Galilei, a través del término italiano *impeto*, utilizado ya en su obra *Discursos y demostraciones matemáticas en torno a dos nuevas ciencias*. Por su parte, Isaac Newton utiliza en sus *Principa* el término *motus* (movimiento) y *vis motrix* (fuerza motriz).

Isaac Newton utiliza el concepto de cantidad de movimiento para establecer la existencia de una fuerza sobre un cuerpo. Así, una fuerza aplicada sobre un cuerpo es capaz de modificar su estado de movimiento, su cantidad de movimiento. En realidad, es en estos términos como Newton presenta su principio fundamental de la dinámica, como veremos más adelante.

Momento lineal de una partícula

Hoy día la cantidad de movimiento, más comúnmente llamada *momento lineal*, se considera una magnitud física cuya definición es:

El momento lineal o cantidad de movimiento, $\vec{p}$, de una partícula o punto material al que se reduce la masa de un cuerpo es el producto de su masa por su velocidad.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Consideraciones:

① La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial, es un vector cuyas características son:

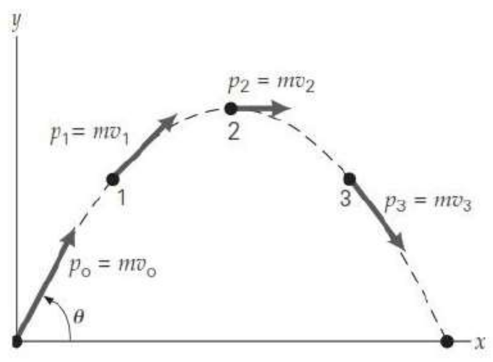
- Módulo, producto de la masa por el módulo de la velocidad del cuerpo:

$$p = m \cdot v$$

Las unidades del momento lineal en el S.I. son, por tanto, kg·m·s^{-1}. Esta combinación de unidades no tiene un nombre especial.

- Dirección. Como la masa del cuerpo es una magnitud escalar, la dirección del momento lineal es la misma que la dirección del vector velocidad.

- Sentido. Como la masa del cuerpo es una magnitud escalar positiva, el sentido del momento lineal es el mismo que el sentido del vector velocidad del cuerpo.



② La segunda ley de Newton y la cantidad de movimiento.

- En un cuerpo, las fuerzas internas que se establecen entre sus partículas se anulan entre sí (tercer principio de la dinámica).

- La modificación del estado de movimiento de un cuerpo se debe, por tanto, a la existencia de una fuerza exterior resultante.

- Newton expresó su segunda ley teniendo en cuenta que la acción en el tiempo de una fuerza resultante sobre un cuerpo provoca una variación de su cantidad de movimiento. Hoy día se escribe así:

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Expresión que corresponde a una escritura actual de la segunda ley de Newton tal como él la concibió.

③ Relación entre las dos expresiones del segundo principio de la Dinámica.

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m \cdot \vec{v})}{\Delta t}$$

Si la masa del cuerpo permanece constante,

$$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m \cdot \vec{v})}{\Delta t} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a}$$

Por tanto, la expresión más conocida de la segunda ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Es aplicable sólo si durante el proceso de estudio, la masa del cuerpo permanece constante.

Teorema del impulso mecánico

Es evidente que el efecto de una fuerza sobre un cuerpo depende del tiempo que se esté aplicando. La magnitud física que relaciona ambas, fuerza y tiempo, se denomina *impulso*, $\vec{I}$. Se define de la siguiente manera:

El impulso mecánico de una fuerza es el producto de dicha fuerza por el tiempo que esté actuando

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Se puede aplicar esta definición para cada fuerza que actúe sobre un cuerpo, o para la fuerza resultante,

$$\vec{I} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

<u>Unidades</u>:

- De la definición se deduce que sus unidades, en el S. I., son newton por segundo, $N \cdot s$

- Si pasamos a unidades fundamentales del S. I.,

$$1\,N \cdot 1\,s = 1\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2} \cdot 1\,s = 1\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s} \quad \rightarrow \quad kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

que son las mismas unidades que tiene el momento lineal.

Si tenemos en cuenta la expresión de la segunda ley de Newton en función de la variación de la cantidad de movimiento,

$$\vec{I} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$\vec{I} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Expresión que se suele denominar como teorema del impulso mecánico.

Problema 5

Sobre un cuerpo de 40 kg que está en reposo actúan durante 2 minutos las siguientes fuerzas, medidas en N:

$$\vec{F}_1 = 150\,\hat{\imath} + 200\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_2 = -392\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_3 = -142\,\hat{\imath} + 192\,\hat{\jmath}$$

Calcula la velocidad del cuerpo al cabo de los dos minutos.

Solución:

Vamos a llegar al cálculo de la velocidad del cuerpo en tres pasos. El primero será determinar el valor de la fuerza resultante.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 150\,\hat{\imath} + 200\,\hat{\jmath} - 392\,\hat{\jmath} - 142\,\hat{\imath} + 192\,\hat{\jmath} = 8\,\hat{\imath} \quad (N)$$

Determinamos ahora el impulso de esta fuerza resultante durante dos minutos,

$$\vec{I} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t = 8\,\hat{\imath} \cdot 120 = 960\,\hat{\imath} \quad (N \cdot s)$$

Ahora bien, el impulso de la fuerza resultante es igual a la variación de la cantidad de movimiento,

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_o$$

En el enunciado se menciona que el cuerpo está inicialmente en reposo,

$$\vec{p}_o = 0$$

Entonces,

$$\vec{I} = \vec{p} = 960\,\hat{\imath} \quad (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$

Así, la velocidad del cuerpo es,

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \rightarrow \quad \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m} = \frac{960\,\hat{\imath}}{40} = 24\,\hat{\imath} \quad (m/s)$$

Problema 6

Una pelota de tenis de 100 g llega con una velocidad $\vec{v}_o = -15\,\hat{\imath} - 20\,\hat{\jmath}$ a la raqueta, y después de ser golpeada sale con $\vec{v} = 25\,\hat{\imath} + 10\,\hat{\jmath}$. Calcula el impulso que se ejerce sobre la pelota y la fuerza, supuesta constante, que ejerce la raqueta sobre la pelota si el tiempo que están en contacto es de 0,045 s.

Solución:

Como conocemos la velocidad inicial y la velocidad final, podemos calcular la variación de la cantidad de movimiento, es decir, el impulso,

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_o = m\vec{v} - m\vec{v}_o = m\,(\vec{v} - \vec{v}_o)$$

$$\vec{I} = 0{,}1 \cdot [25\,\hat{\imath} + 10\,\hat{\jmath} - (-15\,\hat{\imath} - 20\,\hat{\jmath})] = 4\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath} \quad (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$

Para calcular la fuerza utilizamos la definición de impulso de una fuerza,

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad \vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{4\,\hat{\imath} + 3\,\hat{\jmath}}{0{,}045} = 89\,\hat{\imath} + 67\,\hat{\jmath} \quad (N)$$

Principio de conservación del momento lineal

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sobre un sistema material es nula, su momento lineal permanece constante

$$Si \sum \vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta\vec{p} = 0$$

Consideraciones

① El principio de conservación del momento lineal queda definido para una partícula libre (no experimenta ninguna interacción) o para un sistema aislado (aquel que no interacciona con el exterior). Se puede considerar que un cuerpo o sistema material sobre el que se ejercen fuerzas exteriores, pero en el que la fuerza resultante de todas estas fuerzas es cero, es semejante a un sistema aislado.

② Permite analizar un fenómeno que tiene lugar sobre un sistema material (por ejemplo, un choque o una explosión) sin tener en cuenta las causas que han dado lugar al fenómeno, ya que sólo depende de analizar el momento lineal del sistema material antes del fenómeno y después del mismo.

③ En realidad el principio de conservación del momento lineal es equivalente al primer principio de la dinámica en aquellos sistemas materiales en los que la masa se mantiene constante.

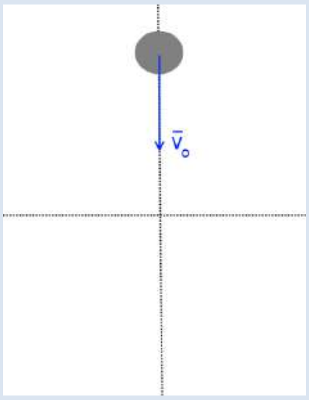
$$Si \sum \vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta\vec{p} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} - \vec{p}_o = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = \vec{p}_o \quad \xrightarrow{m=cte} \quad \vec{v} = cte$$

Problema 7

Un cuerpo de 2 kg explota cuando se mueve con una velocidad constante $\vec{v}_o = -40\,\hat{\jmath}$, rompiéndose en tres trozos. Uno de 1 kg, sale con una velocidad $\vec{v}_1 = 200\,\hat{\imath} - 180\,\hat{\jmath}$; otro, de 0,5 kg, sale con $\vec{v}_2 = -200\,\hat{\imath} + 200\,\hat{\jmath}$. ¿Con qué velocidad sale el tercero?

Solución:

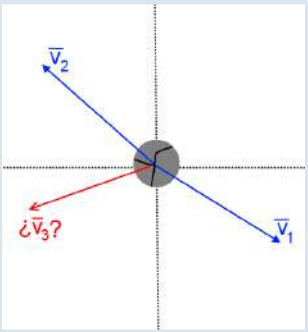
Consideraremos que no hay fuerzas exteriores sobre el cuerpo (¿cómo se compensaría la fuerza peso en un cuerpo que cae verticalmente con velocidad constante de 40 m/s)?).



Situación antes de la explosión:

$$\vec{p}_o = m\,\vec{v}_o$$

$$\vec{p}_o = 2 \cdot (-40\,\hat{\jmath}\,) = -80\,\hat{\jmath} \quad (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$



Situación después de la explosión: tres fragmentos, cada fragmento con una cantidad de movimiento. La cantidad de movimiento del sistema será la suma de las cantidades de movimiento de los tres fragmentos.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3$$

$$\vec{p} = 1 \cdot (200\ \hat{\imath} - 180\,\hat{\jmath}\,) + 0{,}5 \cdot (-200\,\hat{\imath} + 200\,\hat{\jmath}\,) + \vec{p}_3$$

$$\vec{p} = 100\,\hat{\imath} - 80\,\hat{\jmath} + \vec{p}_3$$

Aplicamos el principio de conservación del momento lineal y despejamos la cantidad de movimiento del tercer fragmento,

$$\Delta\vec{p} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} - \vec{p}_o = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{p} = \vec{p}_o$$

$$100\,\hat{\imath} - 80\,\hat{\jmath} + \vec{p}_3 = -80\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{p}_3 = -100\,\hat{\imath} \qquad (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$

Evidentemente, la masa del tercer fragmento es de 0,5 kg. Por tanto, su velocidad es,

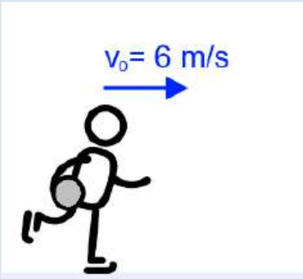
$$\vec{v}_3 = \frac{\vec{p}_3}{m_3} = \frac{-100\,\hat{\imath}}{0{,}5} = -200\,\hat{\imath} \qquad (m/s)$$

Problema 8

Un patinador de 60 kg de masa, que se desplaza a 6 m/s, lleva consigo una bola de nieve de 1 kg. Calcula la velocidad del patinador después de lanzar la bola de nieve con una velocidad de 12 m/s en los siguientes casos: a) lanzamiento hacia delante; b) lanzamiento hacia atrás.

Solución:

Si consideramos que no hay rozamiento, entonces las únicas fuerzas exteriores que se ejercen sobre el patinador son el Peso y la fuerza Normal, que se anulan entre sí.



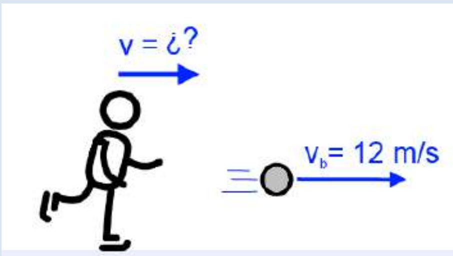
Datos:

m_p = 60 kg
m_b = 1 kg
v_o = 6 m/s
v_b = 12 m/s

Situación inicial, antes del lanzamiento: el patinador y la bola de nieve son un único cuerpo que se mueven en horizontal en sentido positivo.

$$\vec{p}_o = (m_p + m_b)\,\vec{v}_o$$

$$\vec{p}_o = (60+1)\cdot 6\ \hat{\imath} = 366\,\hat{\imath} \qquad (kg\cdot m\cdot s^{-1})$$



Situación final, después del lanzamiento la bola se mueve horizontalmente en sentido positivo con una velocidad de 12 m/s. ¿Y el patinador?

$$\vec{p} = \vec{p}_p + \vec{p}_b = \vec{p}_p + m_b\vec{v}_b$$

$$\vec{p} = \vec{p}_p + 1\cdot 12\,\hat{\imath} = 12\,\hat{\imath} + \vec{p}_p$$

Aplicamos el principio de conservación del momento lineal y despejamos la cantidad de movimiento del patinador,

$$\Delta\vec{p} = 0 \quad\rightarrow\quad \vec{p} - \vec{p}_o = 0 \quad\rightarrow\quad \vec{p} = \vec{p}_o$$

$$366\,\hat{\imath} = 12\,\hat{\imath} + \vec{p}_p \quad\rightarrow\quad \vec{p}_p = 354\,\hat{\imath} \qquad (kg\cdot m\cdot s^{-1})$$

A partir de la definición de momento lineal, determinamos la velocidad del patinador.

$$\vec{p}_p = m_p\vec{v}_p \quad\rightarrow\quad \vec{v}_p = \frac{\vec{p}_p}{m_p} = \frac{354\,\hat{\imath}}{60} = 5{,}9\,\hat{\imath} \qquad (m/s)$$

El patinador se sigue moviendo en horizontal, en sentido positivo. Su velocidad se ha reducido en 0,1 m/s.

b) Si el patinador lanza la bola de nieve hacia atrás la ecuación del momento lineal antes del lanzamiento no cambia nada, pero sí la ecuación del momento lineal después del lanzamiento. Sería:

$$\vec{p} = \vec{p}_p + \vec{p}_b = \vec{p}_p + m_b\vec{v}_b$$

$$\vec{p} = \vec{p}_p - 1\cdot 12\,\hat{\imath} = -12\,\hat{\imath} + \vec{p}_p$$

Entonces,

$$\Delta\vec{p} = 0 \quad\rightarrow\quad \vec{p} - \vec{p}_o = 0 \quad\rightarrow\quad \vec{p} = \vec{p}_o$$

$$366\,\hat{\imath} = -12\,\hat{\imath} + \vec{p}_p \quad\rightarrow\quad \vec{p}_p = 378\,\hat{\imath} \qquad (kg\cdot m\cdot s^{-1})$$

$$\vec{p}_p = m_p\vec{v}_p \quad\rightarrow\quad \vec{v}_p = \frac{\vec{p}_p}{m_p} = \frac{378\,\hat{\imath}}{60} = 6{,}3\,\hat{\imath} \qquad (m/s)$$

El patinador se sigue moviendo en horizontal, en sentido positivo. Su velocidad ha aumentado en 0,3 m/s

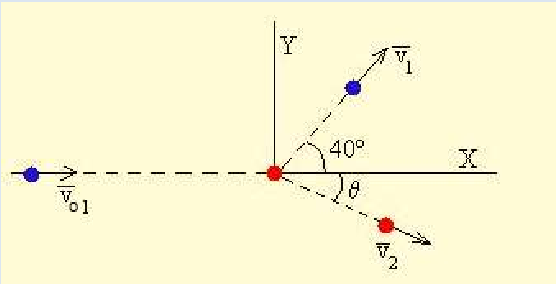
Problema 9

Una partícula de 0,2 kg de masa moviéndose a 0,4 m/s choca contra otra partícula de masa 0,3 kg que está en reposo. Después del choque la primera partícula se mueve con 0,2 m/s en una dirección que hace un ángulo de 40º con la dirección inicial. ¿Cuál es la velocidad de la segunda partícula?

Solución:

$m_1 = 0{,}2$ kg $\qquad v_{o1} = 0{,}4$ m/s
$m_2 = 0{,}3$ kg $\qquad v_{o2} = 0$
$v_1 = 0{,}2$ m/s ($\alpha = 40º$)
$v_2 = ¿?$

La siguiente figura muestra un esquema de la situación antes y después del choque, así como el sistema de referencia elegido.



Situación inicial, antes del choque,

$$\vec{p}_o = \vec{p}_{o\,1} + \vec{p}_{o\,2} = m_1\,\vec{v}_{o\,1} + m_2\vec{v}_{o\,2}$$
$$\vec{p}_o = 0{,}2 \cdot 0{,}4\,\hat{\imath} + 0{,}3 \cdot 0 = 0{,}08\,\hat{\imath} \qquad (kg \cdot m \cdot s^{-1})$$

Situación después del choque,

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Donde debemos descomponer la velocidad en sus componentes cartesianas:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1x} + \vec{v}_{1y} = v_{1x}\,\hat{\imath} + v_{1y}\,\hat{\jmath}$$
$$v_{1x} = v_1 \cdot \cos 40 = 0{,}2 \cdot \cos 40 = 0{,}15\,3 \;\; m/s$$
$$v_{1y} = v_1 \cdot \operatorname{sen} 40 = 0{,}2 \cdot \operatorname{sen} 40 = 0{,}129 \;\; m/s$$
$$\vec{v}_1 = 0{,}153\,\hat{\imath} + 0{,}129\,\hat{\jmath}$$

Por tanto,

$$\vec{p} = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0{,}2 \cdot (0{,}153\,\hat{\imath} + 0{,}129\,\hat{\jmath}) + 0{,}3 \cdot \vec{v}_2$$
$$\vec{p} = \;(0{,}031\,\hat{\imath} + 0{,}026\,\hat{\jmath}) + 0{,}3 \cdot \vec{v}_2$$

Aplicamos el principio de conservación del momento lineal,

$$\Delta\vec{p} = 0 \;\;\rightarrow\;\; \vec{p} - \vec{p}_o = 0 \;\;\rightarrow\;\; \vec{p} = \vec{p}_o$$
$$(0{,}031\,\hat{\imath} + 0{,}026\,\hat{\jmath}) + 0{,}3 \cdot \vec{v}_2 = \;0{,}08\,\hat{\imath}$$
$$0{,}3 \cdot \vec{v}_2 = \;0{,}049\,\hat{\imath} - \;0{,}026\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}_2 = 0{,}16\,\hat{\imath} - \;0{,}09\,\hat{\jmath} \qquad (m/s)$$

El ángulo θ representado en la figura es,

$$\tan\theta = \frac{0{,}09}{0{,}16} = 0{,}5625 \quad \rightarrow \quad \theta = arc\tan 0{,}5625 = 29{,}4°$$

Estos apuntes se finalizaron el 18 de enero de 2016

Realizados por: Felipe Moreno Romero

fresenius1@gmail.com

http://www.escritoscientificos.es