



PROBABILIDAD

Un experimento aleatorio es aquel que no podemos predecir el resultado, es decir, que depende de la suerte o del azar.

Ejemplos: sacar una camiseta al azar del armario, lanzar un dado, extraer una carta de la baraja, etc

ESPACIO MUESTRAL. SUCESOS

El **espacio muestral** de un experimento aleatorio está formado por todos los posibles resultados que podemos obtener al realizar el experimento, se denota **E**.

Suceso es cualquier subconjunto del espacio muestral.

- Un **suceso elemental** es cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio.
 - **Suceso seguro o total, E**: un suceso que ocurre siempre. El espacio muestral también se designa como suceso seguro.
 - **Suceso imposible o vacío, Ø**: un suceso que no ocurre nunca.
- Un **suceso compuesto** es el formado por dos o más sucesos elementales

EJEMPLO 1

En el experimento aleatorio "lanzamiento de dos dados y suma de los puntos obtenidos en las caras superiores de ambos":

Espacio muestral: $E = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}$

Son **sucesos elementales**:

- Cada uno de los posibles resultados: $\{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 4 \}, \{ 5 \}, \{ 6 \}, \{ 7 \}, \{ 8 \}, \{ 9 \}, \{ 10 \}, \{ 11 \}, \{ 12 \}$
- Obtener por ejemplo múltiplo de 7 : $\{ 7 \}$
- Obtener más de 11 puntos: $\{ 12 \}$

Son **sucesos compuestos**:

- Obtener múltiplo de 3: $\{ 3, 6, 9, 12 \}$
- **Suceso compatible:** Obtener un número par múltiplo de 3 : $\{ 4, 6, 12 \}$
- **Suceso incompatible:** Obtener número par múltiplo de 7.

Es un **suceso seguro**: $A = \{ \text{obtener suma menor o igual a 12} \}$

Es un **suceso imposible**: $A = \{ \text{obtener suma 15} \}$

PROBABILIDAD. LEY DE LAPLACE

La **probabilidad, P**, es una función que a cada suceso de un experimento aleatorio le asocia un número entre 0 y 1, y mide la facilidad de que ocurra dicho suceso. Cada suceso, A, de un experimento aleatorio verifica que : $0 \leq P(A) \leq 1$

- La probabilidad de un suceso seguro, A, vale $1 \rightarrow P(A) = 1$
- La probabilidad de un suceso imposible, B, es $0 \rightarrow P(B) = 0$

$$P(A) = \frac{\text{Ley de Laplace}}{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables a A}}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}}$$

EJEMPLO 2

Lanzamos un dado al aire, calcula la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos:

a) Sacar un 3. b) Sacar un número par. c) Sacar un número menor que 5.

Espacio muestral = $E = \{1,2,3,4,5,6\}$ $P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$

a) $P(\text{sacar un 3}) = \frac{1}{6}$ b) $P(\text{sacar un n}^\circ \text{ par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ c) $P(\text{sacar un n}^\circ < 5) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

EJEMPLO 3

En una bolsa tenemos bolas de diferentes colores: 6 bolas rojas, 4 bolas verdes, 3 bolas amarillas y 2 bolas azules. Calcula las siguientes probabilidades:

a) Sacar una bola de color amarillo. b) Sacar una bola que no sea de color azul.
c) Sacar una bola que sea de color verde o color rojo. d) Sacar una bola de algún color

a) $P(\text{amarillo}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ bolas amarillas}}{\text{n}^\circ \text{ total de bolas}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ b) $P(\text{no azul}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ bolas no azules}}{\text{n}^\circ \text{ total de bolas}} = \frac{13}{15}$
c) $P(\text{verde o roja}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ bolas verdes o rojas}}{\text{n}^\circ \text{ total de bolas}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ d) $P(\text{color}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ bolas de color}}{\text{n}^\circ \text{ total de bolas}} = \frac{15}{15} = 1$



TABLAS DE CONTINGENCIA

Para calcular probabilidades de sucesos compuestos se pueden organizar los datos en una tabla de doble entrada que se llama **tabla de contingencia**

EJEMPLO 4

En 4º de ESO hay 22 chicos y 18 chicas. Llevan gafas 8 chicos y 6 chicas. Elegido un alumno al azar,

- a) Calcula la probabilidad de que lleve gafas
- b) Calcula la probabilidad de que sea chica y lleve gafas
- c) Calcula la probabilidad de que sea chica, sabiendo que lleva gafas
- d) Calcula la probabilidad de que lleve gafas, sabiendo que es chica

Escribimos los datos que tenemos en una tabla de doble entrada y la completamos

	Chico	Chica	TOTAL
Con gafas	8	6	14
Sin gafas	14	12	26
TOTAL	22	18	40

No hay condiciones [Usamos toda la tabla]

$$a) P(\text{lleve gafas}) = \frac{\text{nº de alumnos con gafas}}{\text{nº de alumnos}} = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$$

$$b) P(\text{chica con gafas}) = \frac{\text{nº de chicas con gafas}}{\text{nº de alumnos}} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

Para calcular las probabilidades c) y d) hay que tener en cuenta la condición

	Chico	Chica	TOTAL
Con gafas	8	6	14
Sin gafas	14	12	26
TOTAL	22	18	40

Condición → Sabiendo que lleva gafas

[Sólo interesa la fila coloreada]

$$c) P\left(\begin{matrix} \text{chica} \\ \text{SI lleva gafas} \end{matrix}\right) = \frac{\text{nº de chicas con gafas}}{\text{nº de alumnos con gafas}} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

Condición → Sabiendo que es chica

[Sólo interesa la columna coloreada]

$$d) P\left(\begin{matrix} \text{lleve gafas} \\ \text{SI es chica} \end{matrix}\right) = \frac{\text{nº de chicas con gafas}}{\text{nº de chicas}} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

EJEMPLO 5

En un congreso de 200 profesionales se pasa una encuesta para conocer los hábitos en cuanto a contratar los viajes por internet. Se observa que 120 son hombres y que, de estos, 84 contratan los viajes por Internet, mientras que 24 de las mujeres no emplean esa vía. Elegido un congresista al azar, calcule la probabilidad de que:

- a) No contrate sus viajes por internet.
- b) Use internet para contratar los viajes, si la persona elegida es una mujer.
- c) Sea hombre, sabiendo que contrata sus viajes por internet

	Hombre	Mujer	TOTAL
Internet	84	56	140
No internet	36	24	60
TOTAL	120	80	200

No hay condiciones [Usamos toda la tabla]

$$a) P(\text{No internet}) = \frac{\text{nº de cong. q no usan internet}}{\text{nº de congresistas}} = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$$

Condición → Sabiendo que es mujer

[Sólo interesa la columna coloreada]

$$b) P\left(\begin{matrix} \text{Use internet} \\ \text{SI es mujer} \end{matrix}\right) = \frac{\text{nº de muj. q usan internet}}{\text{nº de mujeres}} = \frac{56}{80} = \frac{7}{10}$$

Condición → Sabiendo que usa internet

[Sólo interesa la fila coloreada]

$$c) P\left(\begin{matrix} \text{hombre} \\ \text{SI usa internet} \end{matrix}\right) = \frac{\text{nº de homb. q usan internet}}{\text{nº de cong. q usan internet}} = \frac{84}{140} = \frac{3}{5}$$

	Hombre	Mujer	TOTAL
Internet	84	56	140
No internet	36	24	60
TOTAL	120	80	200



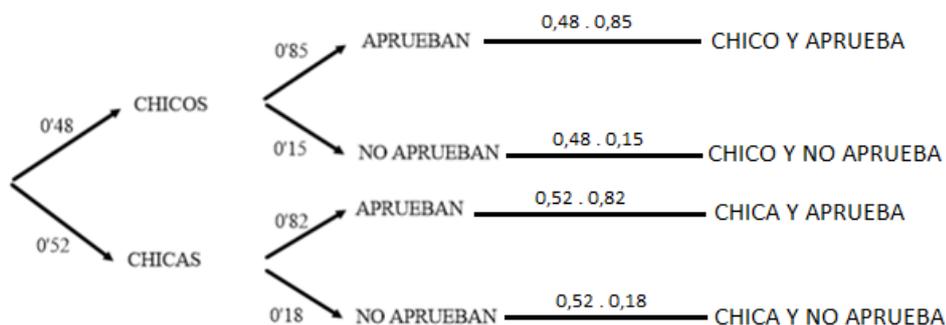
DIAGRAMAS DE ÁRBOL

En un **diagrama de árbol** cada posible resultado del experimento compuesto será una secuencia que contiene los resultados de cada uno de los experimentos simples que lo componen.

EJEMPLO 6

En un centro de enseñanza secundaria el 48% de los estudiantes son chicos. El 85% de los chicos del centro y el 82% de las chicas aprueba todas las asignaturas. Se elige al azar un estudiante del centro.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe todas las asignaturas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe todas las asignaturas?
- c) Si ha aprobado todas las asignaturas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?
- d) Si no ha aprobado todas las asignaturas, ¿cuál es la probabilidad de que sea un chico?

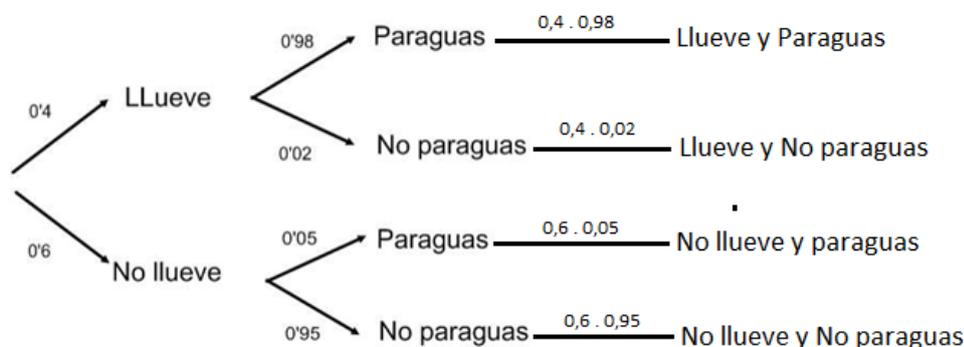


- a) $P(\text{Apruebe}) = P(\text{Chico y Aprueba}) + P(\text{Chica y Aprueba}) =$
 $P(\text{Apruebe}) = 0,48 \cdot 0,85 + 0,52 \cdot 0,82 = 0,408 + 0,4264 = 0,8344$
- b) $P(\text{No Apruebe}) = 1 - P(\text{Apruebe}) = 1 - 0,8344 = 0,1656$
- c) $P(\text{Chica SABIENDO que aprueba}) = \frac{P(\text{Chica y Aprueba})}{P(\text{Apruebe})} = \frac{0,52 \cdot 0,82}{0,8344} = \frac{0,4264}{0,8344} = 0,5110$
- d) $P(\text{Chico SABIENDO que No aprueba}) = \frac{P(\text{Chico y No aprueba})}{P(\text{No apruebe})} = \frac{0,48 \cdot 0,15}{0,1656} = \frac{0,0720}{0,1656} = 0,4348$

EJEMPLO 7

Pedro vive en una ciudad donde el 40% de los días del año llueve y el resto no llueve. Cuando llueve, Pedro coge el paraguas un 98% de las veces y cuando no llueve, un 5% de las veces. Si se selecciona un día del año al azar,

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que Pedro no haya cogido el paraguas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que llueva, si sabemos que ese día Pedro ha cogido el paraguas?



- a) $P(\text{No lleve paraguas}) = P(\text{Llueve y No lleve paraguas}) + P(\text{No llueve y No lleve paraguas}) =$
 $P(\text{No lleve Paraguas}) = 0,008 + 0,57 = 0,578$
 $P(\text{Lleve Paraguas}) = 1 - P(\text{No lleve Paraguas}) = 1 - 0,578 = 0,422$
- b) $P(\text{Llueve SABIENDO que lleva paraguas}) = \frac{P(\text{Llueve y Lleve paraguas})}{P(\text{Lleve paraguas})} = \frac{0,4 \cdot 0,98}{0,422} = \frac{0,392}{0,422} = 0,9289$



ACTIVIDADES PROPUESTAS

EJERCICIO 1

En una ciudad el 60 % de sus habitantes son aficionados al fútbol, el 30 % son aficionados al baloncesto y el 25 % a ambos deportes. Elegimos una persona al azar

- Calcula la probabilidad de que no sea aficionada a ninguno de los dos deportes.
- Sabiendo que no es aficionada al futbol, calcula la probabilidad de que no sea aficionada al baloncesto.
- Sabiendo que no es aficionada al baloncesto, calcula la probabilidad de que no sea aficionada al futbol.

EJERCICIO 2

El 35 % de los estudiantes de un centro docente practica el fútbol. El 70 % de los que practican el fútbol estudia Matemáticas, así como el 25 % de los que no practican el fútbol. Se elige al azar un estudiante.

- Calcula la probabilidad de que estudie Matemáticas.
- Calcula la probabilidad de que practique el fútbol, sabiendo que no es alumno de Matemáticas

EJERCICIO 3

En una residencia hay 212 ancianos de los que 44 tienen afecciones pulmonares. Del total de ancianos, 78 son fumadores, y sólo hay 8 que tienen afecciones pulmonares y no fuman. Elegimos un anciano al azar

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea fumador y tenga afecciones pulmonares?
- Sabiendo que es fumador, ¿cuál es la probabilidad de que tenga afecciones pulmonares?
- Sabiendo que tiene afecciones pulmonares, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumador?

EJERCICIO 4

En una universidad española el 30% de los estudiantes son extranjeros y, de éstos, el 15% están becados. De los estudiantes españoles, sólo el 8% tienen beca. Si se elige, al azar, un alumno de esa universidad:

- ¿Cuál es la probabilidad de que tenga beca?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea español y no tenga beca?
- Calcula la probabilidad de que sea extranjero, sabiendo que tiene beca

EJERCICIO 5_REPASO AV1

Opera y simplifica: $\left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x} \cdot \frac{x}{x - 3}\right) : \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 5}$

EJERCICIO 6_REPASO AV1

Resuelve la ecuación indicando cuántas y cuáles son las soluciones: $\sqrt{x + 19} + x = 1$

EJERCICIO 7_REPASO AV1

Resuelve la ecuación indicando cuántas y cuáles son las soluciones: $\frac{16}{x^2 - 4} - \frac{2x}{x - 2} = 8$

EJERCICIO 8_REPASO AV1

Resuelve la ecuación indicando cuántas y cuáles son las soluciones: $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = 0$

EJERCICIO 9_REPASO AV1

Resuelve el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x^2 + 3 = 3xy \end{cases}$

EJERCICIO 10_REPASO AV1

Resuelve el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} \frac{3x + 5}{5} \geq 3 - \frac{15 - 12x}{15} \\ x^2 + 6x - 7 < 0 \end{cases}$