TAREA SEMANA 6-12 MAYO

Se deben entregar (enviar al correo) el **martes 12 de mayo**, obligatoriamente, todos los ejercicios propuestos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12.

Se ruega orden, claridad y limpieza en la tarea para facilitar la corrección.

Esta semana repasamos Tema 1: Números reales, desarrollado en el primer trimestre de curso.

- Visualiza los vídeos que se indican, lee detenidamente los ejercicios resueltos que aparecen a continuación y realiza los ejercicios propuestos.

- Cualquier duda que tengas, envía un correo a azucenamatldasq@gmail.com

TEMA 1: NÚMEROS REALES.

1.1.- Números irracionales. Números reales.

Los números reales se clasifican así:

El conjunto formado por los números racionales y los irracionales se llama **conjunto de números reales** y se designa por **R**.

- REALES (R)
  - RACIONALES (Q)
    - ENTEROS (Z)
      - NATURALES (N) $\Rightarrow 0; 4; \frac{24}{6}; \sqrt{81}$......
      - ENTEROS NO NATURALES $\Rightarrow -11; \frac{-24}{4}; \sqrt[3]{-8}$.... (Enteros negativos)
    - FRACCIONARIOS. $\Rightarrow$ (Racionales no enteros)
      - Decimales exactos: $0,31; \frac{3}{4}$;......
      - Decimales periódicos puros: $\frac{4}{3}; 7,\overline{31}$;....
      - Decimales periódicos mixtos: $7,3\widehat{1}$.....
  - IRRACIONALES (I) $\Rightarrow \sqrt{2}; -\sqrt{3}; \sqrt[3]{5}; \pi$; Decimales no periódicos.....

Si aún no te ha quedado claro, puedes visualizar el siguiente vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=oOSEQgwXC5c&list=PLWRbPOo5oaTcOZhRaF3-DuT9bjIDrP8ZB

Ejercicio resuelto:

Clasifica los siguientes números como $\frac{4}{5}$; $\frac{10}{5}$; $-2,333...$; $\sqrt{7}$; $\sqrt{36}$; $\frac{\pi}{2}$; -5; $7,\hat{4}$

Solución:

$\frac{4}{5} = 0,8 \Rightarrow$ Decimal exacto, Fraccionario, Racional, Real

$\frac{10}{5} = 2 \Rightarrow$ Natural, Entero, Racional, Real

-2,3333…= $-2,\overline{3} \Rightarrow$ Decimal periódico puro, Fraccionario, Racional, Real

$\sqrt{7} \Rightarrow$ Irracional, Real

$\sqrt{36} = -6 \Rightarrow$ Natural, Entero, Racional, Real

$\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Irracional, Decimal no periódico, Real

-5$\Rightarrow$ Entero negativo, Entero, Racional, Real

$7,4\overline{5} \Rightarrow$ Decimal periódico mixto, Fraccionario, Racional, Real

Ejercicio propuesto 1: Clasifica los siguientes números. Ordénalos de menor a mayor.

$$1,12345\ldots;\quad 0,0\hat{6};\ 2+\sqrt{8};\quad 81^{\frac{1}{4}};\quad 2\pi;\quad 2,04;\quad \sqrt{\frac{1}{9}};\quad \sqrt[5]{-32};\quad \frac{-27}{3};\quad 1,2587130578$$

RECORDAR:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^0 = 1$
$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	

También es importante saber que:

$1^{\text{algo}} = 1$	$(\text{base negativa})^{\text{par}} = +$
$(-1)^{\text{par}} = 1$	$(\text{base negativa})^{\text{impar}} = -$
$(-1)^{\text{impar}} = -1$	

<u>Ejercicio resuelto</u>: Calcular, utilizando las propiedades de las potencias:

$$\frac{27^{-1} \cdot 81 \cdot 3^4 \cdot \left(\frac{2^3}{3}\right)^{-1} \cdot 2^3}{36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{27}{16} \cdot \left(2^0\right)^{-2}} = \frac{\left(3^3\right)^{-1} \cdot 3^4 \cdot 3^4 \cdot \frac{3}{2^3} \cdot 2^3}{3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot \frac{2^2}{3} \cdot \frac{3^3}{2^4} \cdot 1} = \frac{3^6}{3^6} = 1$$

<u>Ejercicio propuesto 2</u>: Opera y simplifica:

$$\frac{3^3 \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^3 \cdot (-2)^3}{3^{-1} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-1} \cdot 12}$$

1.2.- Intervalos. Semirrectas.

Visualiza el siguiente tutorial hasta el minuto $7{:}20$.

https://www.youtube.com/watch?v=f8byoi_6NG4

Copia y resuelve en tu cuaderno el ejercicio que aparece en el $minuto\ 7{:}25$.

Comprueba si lo has hecho bien, visualizando el tutorial hasta el final.

Operaciones con intervalos.

Los intervalos pueden unirse e intersecarse.

Visualiza el siguiente tutorial hasta el $minuto\ 3:50$.

https://www.youtube.com/watch?v=gmmWvru8UoI

Copia y resuelve en tu cuaderno el ejercicio que aparece en el $minuto\ 3:58$.

Comprueba si lo has hecho bien, visualizando el tutorial hasta el final.

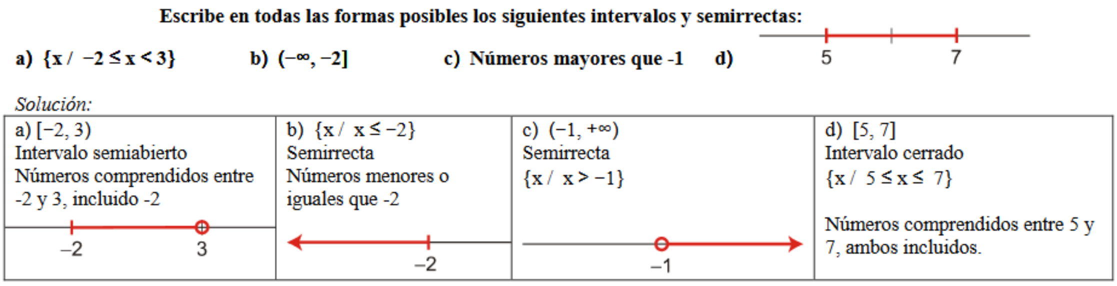
Visualiza el siguiente tutorial hasta el $minuto\ 3:47$.

https://www.youtube.com/watch?v=ogRfOqjKq6k

Copia y resuelve en tu cuaderno el ejercicio que aparece en el $minuto\ 3:54$.

Comprueba si lo has hecho bien, visualizando el tutorial hasta el final.

<u>Ejercicio resuelto</u>:



Escribe en todas las formas posibles los siguientes intervalos y semirrectas:

a) $\{x /\ -2 \leq x < 3\}$ **b)** $(-\infty, -2]$ **c)** **Números mayores que -1** **d)**

Solución:

a) $[-2, 3)$ Intervalo semiabierto Números comprendidos entre -2 y 3, incluido -2 -2 3	b) $\{x /\ x \leq -2\}$ Semirrecta Números menores o iguales que -2 -2	c) $(-1, +\infty)$ Semirrecta $\{x /\ x > -1\}$ -1	d) $[5, 7]$ Intervalo cerrado $\{x /\ 5 \leq x \leq 7\}$ Números comprendidos entre 5 y 7, ambos incluidos.

<u>Ejercicio propuesto 3</u>: Escribe en forma de intervalo los siguientes conjuntos y represéntalos en la recta:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 6\} \qquad B = \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$$

Calcula: $A \cup B$, $A \cap B$

1.3.- Raíces y radicales

Podemos repasar los radicales, sus propiedades y operaciones básicas, visualizando:

https://www.youtube.com/watch?v=Cfl8HcObbGA

Ejemplos de suma y resta de radicales:

Visualiza el siguiente tutorial hasta el $minuto$ $3:54$.

https://www.youtube.com/watch?v=7ORaozkauxg

Copia y resuelve en tu cuaderno el ejercicio que aparece en el $minuto$ $4:00$.

Comprueba si lo has hecho bien, visualizando el tutorial hasta el final.

Ejemplos de multiplicación y división de radicales:

https://www.youtube.com/watch?v=Jota9Bmh4Ys

Ejercicio propuesto 4:

a) Ordena los siguientes radicales, reduciéndolos previamente a índice común:

$$\sqrt[4]{30} \qquad \sqrt{6} \qquad \sqrt[8]{1200}$$

b) Simplifica al máximo los radicales siguientes:

i. $\sqrt[6]{125}$ ii. $\sqrt[5]{0,00032}$

iii. $\sqrt[4]{\frac{9}{16}}$ iv. $\sqrt[8]{16x^4y^6}$

Ejercicio propuesto 5:

a) Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

i. $\left(\sqrt[3]{27a^2}\right)^2$ ii. $\left(\sqrt[3]{x^5}\right)^6$

iii. $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{8}}}$ iv. $\sqrt[4]{\frac{x}{y}\sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$

b) Extrae los factores de la raíz y simplifica:

i. $\sqrt[5]{\frac{5 \cdot x^{10}}{y^8}}$ ii. $\frac{3x}{y^2}\sqrt{27xy^3}$

<u>Ejercicio propuesto 6</u>: Efectúa, utilizando las propiedades de radicales, y simplifica el resultado:

a) $\sqrt{3\,\sqrt[3]{9\,\sqrt{243}}}$ b) $\dfrac{\left(\sqrt[4]{32}\right)^3\sqrt{\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{2\,\sqrt[4]{2}}}$

Racionalización del denominador

Racionalizar denominadores es hacer desaparecer los radicales del denominador.

Recuerda cómo es el procedimiento de racionalización de denominadores visualizando el siguiente vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=qcf-LGGWNIM

Ejercicio resuelto: Racionaliza los denominadores:

a) Si en el denominador hay una raíz cuadrada b) Si es una raíz de índice mayor que 2

$\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}}=\sqrt{2}$	$\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}=\frac{2}{3\sqrt[5]{4}}\cdot\frac{\sqrt[5]{4^4}}{\sqrt[5]{4^4}}=\frac{2\cdot\sqrt[5]{4^4}}{3\cdot\left(\sqrt[\cancel{5}]{4}\right)^{\cancel{5}}}=\frac{2\cdot\sqrt[5]{4^4}}{3\cdot 4}=$

c) Si en el denominador aparece un binomio:

$$\frac{2}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{2(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\frac{2(2\sqrt{3}+\sqrt{2})}{4\cdot 3-2}=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{5}$$

<u>Ejercicio propuesto 7</u>: Racionaliza, calcula y simplifica:

a) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt[5]{4^3}}$ b) $\dfrac{3\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}$

1.4.- NOTACIÓN CIENTÍFICA

Un número puesto en notación científica consta de:

- ✓ Una parte entera formada por una sola cifra que no es el cero (la de las unidades).
- ✓ El resto de las cifras significativas puestas como parte decimal.
- ✓ Una potencia de base 10 que da el orden de magnitud del número.

$$N = a,bcd\ldots \cdot 10^n$$

siendo: a su parte entera (solo una cifra)

b c d... su parte decimal

10^n La potencia entera de base 10

Si *n* es positivo, el número *N* es "grande"

Y si *n* es negativo, entonces *N* es "pequeño"

Visualiza los siguientes tutoriales para recordar las operaciones en notación científica:

Suma y resta en notación científica:

https://www.youtube.com/watch?v=3gFSP0FFhhE

Multiplicación y división en notación científica:

https://www.youtube.com/watch?v=abzJYvGQaR0

Ejercicio resuelto: Calcula y expresa el resultado en notación científica:

$$\frac{3,7\cdot 10^{12} - 4,2\cdot 10^{11} + 28\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}} = \frac{370\cdot 10^{10} - 42\cdot 10^{10} + 28\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}} =$$

$$= \frac{(370-42+28)\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}} = \frac{356\cdot 10^{10}}{1,2\cdot 10^{-4}} = 296,67\cdot 10^{14} = 2,9667\cdot 10^{16} \approx 2,97\cdot 10^{16}$$

Ejercicio propuesto 8: Transforma en notación científica, opera y expresa el resultado en notación científica:

$$\frac{2\cdot 10^{-3} - 0,00084 + 4\cdot 10^{-5}}{150\cdot (1,44\cdot 10^{4} - 8,4\cdot 10^{3})}$$

1.5.- LOGARITMOS

El **logaritmo** de un número ***m***, positivo, en **base *a***, positiva y distinta de uno, es el exponente al que hay que elevar la base para obtener dicho número.

$$\text{Si } a > 0,\ \log_a m = z \Leftrightarrow m = a^z$$

NO OLVIDES:

- ✓ El logaritmo de 1 es cero (en cualquier base)
- ✓ El logaritmo de la base es 1.
- ✓ Solo tienen logaritmos los números positivos.

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

El logaritmo de un **producto** es igual a la suma de los logaritmos de sus factores:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

El logaritmo de un **cociente** es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor:

$$\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$$

El logaritmo de una **potencia** es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base de la potencia:

$$\log_a x^y = y.\log_a x$$

El logaritmo de una **raíz** es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice de la raíz:

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n}\log_a x$$

Cambio de base: El logaritmo en base *a* de un número *x* es igual al cociente de dividir el logaritmo en base *b* de *x* por el logaritmo en base *b* de *a*:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

En el siguiente vídeo puedes ver ejercicios para hallar el logaritmo, usando la definición:

https://www.youtube.com/watch?v=bDSBctt3Zv4

En el siguiente vídeo puedes ver ejercicios para hallar el valor x desconocido en expresiones con logaritmos:

https://www.youtube.com/watch?v=UGZzNTTfmBk

En el vídeo que aparece a continuación, puedes ver ejercicios para desarrollar expresiones afectadas por un logaritmo:

https://www.youtube.com/watch?v=vvkrpBe_JT8&t=455s

Ejercicio propuesto 9: Halla el valor de x que cumpla que:

a) $\log_5 0{,}04 = x$ b) $\log_x 8 = \frac{1}{2}$

Ejercicio propuesto 10: Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

$$\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} + \log 0{,}01 - \log_3 \sqrt[3]{243} + \ln 1 - \log_2 0{,}125$$

Ejercicio propuesto 11: Desarrolla la siguiente expresión y simplifica: $\log_2 \frac{\sqrt{ab^3}}{32\, a\, \sqrt[3]{c}}$

Sabiendo que $\log_2 a = 1{,}6$; $\log_2 b = 2{,}3$ y $\log_2 c = 3{,}2$. Calcula el valor del logaritmo.

Ejercicio propuesto 12: Utilizando las propiedades de logaritmos, calcula la expresión de A y B en función de x e y.

a) $\log A = 4 \log x - \frac{5 \log y}{2} + 2$

b) $\log B = \frac{\log(x+2)}{3} - 3\left(\log 5 + \frac{1}{2} \log y\right)$