MATEMÁTICA 3º ESO 22/03/2012

TEMA 5 PROGRESIÓNS

TOTAL	SUMA	NOTA

NOME	GRUPO

1. i. Que é unha sucesión?
   ii. Como se chama cada elemento da sucesión?
   iii. Como se chama o criterio a partir do cal se determinan os termos dunha sucesión?
   iv. Que é unha progresión aritmética?
   v. Que é unha progresión xeométrica?
   vi. Que é o termo xeral dunha progresión?
   vii. Comentar a diferenza entre o tipo de xuro simples e o tipo de xuro composto.
   viii. Pór exemplos de cada un dos conceitos anteriores

i. Chama-se sucesión a un conxunto ordenado e infinito de números reais, formado por un primeiro termo e todos os seguintes a el.

Exemplo: $1, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \frac{9}{25}, \ldots$

ii. Cada elemento da sucesión chama-se termo da sucesión.

Exemplo: Na sucesión anterior, o primeiro termo é $a_1 = 1$ *, o segundo é* $a_2 = \frac{3}{4}$ *e asi sucesivamente.*

iii. O critério a partir do que se determinan os sucesivos termos chama-se regra de formación.

Exemplo: Na sucesión $1, 3, 7, 15, 31, \ldots$ *cada termo obtén-se a partir do anterior multiplicando por* 2 *e sumando* 1.

iv. Progresión aritmética é unha sucesión na que cada termo obtén-se a partir do anterior sumando sempre unha mesma cantidade, chamada diferenza.

Exemplo: $1, 3, 5, 7, 9, \ldots$ *: cada termo obtén-se sumando* 2 *ao anterior;* 2 *é a diferenza.*

v. Progresión xoemétrica é unha sucesión na que cada termo obtén-se a partir do anterior multiplicando sempre pola mesma cantidade, chamada razón.

Exemplo: $1, -4, 16, -64, 256, \ldots$ *: cada termo obtén-se multiplicando o anterior por* -4 *;* -4 *é a razón.*

vi. Chama-se termo xeral dunha progresión a unha expresión que nos permite coñecer calquer termo da sucesión sen mais que indicar a posición que ocupa dentro da mesma.

Exemplo: A sucesión $1, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \frac{9}{25}, \ldots$ *ten termo xeral* $a_n = \frac{2n-1}{n^2}$ *. Introducindo nesta fórmula o valor de n, que representa a posición, obtemos o termo que ocupa tal posición. Por exemplo, para* $n=3$ *temos que* $a_3 = \frac{2 \cdot 3 - 1}{3^2} = \frac{5}{9}$ *, que é o terceiro termo da sucesión.*

vii. O xuro simples consiste en que os intereses xerados non se acumulan ao capital, que permanece sempre constante, mentres que o xuro composto consiste en que os intereses xerados acumulan-se ao capital.

Exemplo: Se nun banco nos dan o 4% de xuro anual, por un capital inicial de $1.000€$ obtemos ao cabo dun ano uns intereses de $40€$. Se estes intereses se acumulan ao capital, no segundo ano obteremos os intereses correspondentes a un capital de $1.040€$ (xuro composto), mentres que se os retiramos, no segundo ano obteremos os intereses correspondentes a $1.000€$ (xuro simples).

2. Escreber os catro primeiros termos de cada unha das seguintes sucesións.

i. $a_n=5-4n^2$ ii. $a_n=(-4)^{2-n}$ iii. $a_n=-5\cdot(-1)^n$

i. $a_1=5-4\cdot1^2=1$, $a_2=5-4\cdot2^2=-11$, $a_3=5-4\cdot3^2=-31$, $a_4=5-4\cdot4^2=-59$

ii. $a_1=(-4)^{2-1}=-4$, $a_2=(-4)^{2-2}=1$, $a_3=(-4)^{2-3}=-\frac{1}{4}$, $a_4=(-4)^{2-4}=\frac{1}{16}$

iii. $a_1=-5\cdot(-1)^1=5$, $a_2=-5\cdot(-1)^2=-5$, $a_3=-5\cdot(-1)^3=5$, $a_4=-5\cdot(-1)^4=-5$

3. Escreber o termo xeral destas sucesións:

i. $2, -6, 18, -54\ldots$ ii. $5, 1, 0.2, 0.04\ldots$ iii. $-20, -11, -2, 7\ldots$

i. $a_n=2\cdot(-3)^{n-1}=-\frac{2}{3}\cdot(-3)^n$

ii. $a_n=5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}=5\cdot5^{1-n}=5^{2-n}$

iii. $a_n=-20+(n-1)\cdot9=9n-29$

4. i. Estudar se é crecente ou decrecente unha progresión aritmética de diferenza $d>0$.
ii. Estudar se é crecente ou decrecente unha progresión aritmética de diferenza $d<0$.

i. É crecente xá que cada termo é maior que o anterior: $a_2-a_1=d>0 \Leftrightarrow a_2>a_1$, e o mesmo razoamento é válido para calquer termo da progresión.

ii. É decrecente xá que cada termo é menor que o anterior: $a_2-a_1=d<0 \Leftrightarrow a_2<a_1$, e o mesmo razoamento é válido para calquer termo da progresión.

5. Razoar se as seguintes progresións aritméticas son crecentes ou decrecentes:

i. $2, -6, -14, -22\ldots$ ii. $-15, -16, -17, -18\ldots$ iii. $-15, -10, -5, 0\ldots$

i. $d=a_2-a_1=-6-2=-8<0$ $\Rightarrow$ é unha progresión aritmética decrecente.

ii. $d=a_2-a_1=-16-(-15)=-1<0$ $\Rightarrow$ é unha progresión aritmética decrecente.

iii. $d=a_2-a_1=-10-(-15)=5>0$ $\Rightarrow$ é unha progresión aritmética crecente.

6. Razoar se as seguintes sucesións son progresións aritméticas:

i. $1, -2, 3, -4\ldots$ ii. $0.1, 0.21, 0.32, 0.43\ldots$ iii. $2, 6, 8, 14\ldots$

i. $a_2-a_1=-2-1=-3$, $a_3-a_2=3-(-2)=5$, $a_4-a_3=-4-3=-7$, logo non é unha progresión aritmética porque as diferenzas non son iguais.

ii. $a_2-a_1=0{,}21-0{,}1=0{,}11$, $a_3-a_2=0{,}32-0{,}21=0{,}11$, $a_4-a_3=0{,}43-0{,}32=0{,}11$, logo é unha progresión aritmética de diferenza $d=0{,}11$.

iii. $a_2-a_1=6-2=4$, $a_3-a_2=8-6=2$, $a_4-a_3=14-8=6$, logo non é unha progresión aritmética porque as diferenzas non son iguais.

7. Achar o termo xeral dunha progresión aritmética tal que $a_8=35$ e $a_{28}=175$.

Por ser unha progresión aritmética, o termo xeral é $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$. Coñecemos os termos a_8 e a_{28} , así que:

$a_8=a_1+(8-1)\cdot d=a_1+7d=35$ e $a_{28}=a_1+(28-1)\cdot d=a_1+27d=175$

Temos polo tanto un sistema: $\begin{cases} a_1+7d=35 \\ a_1+27d=175 \end{cases}$.

Restando-lle á segunda ecuación a primeira resulta: $20d=140 \Leftrightarrow d=\dfrac{140}{20}=7$.

E substituíndo na primeira ecuación obtemos: $a_1=35-7d=35-7\cdot 7=35-49=-14$.

Polo tanto o termo xeral será $a_n=-14+(n-1)\cdot 7=7n-21$.

8. Acha o termo xeral da progresión aritmética $2.2, 3.4, 4.6, 5.8\ldots$

Por ser unha progresión aritmética, o termo xeral é $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$.

A diferenza é $d = a_2 - a_1 = 3{,}4 - 2{,}2 = 1{,}2$.

Logo o termo xeral será $a_n = 2{,}2 + (n-1)\cdot 1{,}2 = 1{,}2\,n + 1 = \frac{6n+5}{5}$.

9. Calcular a suma dos 215 primeiros termos da sucesión $0.7, 1.1, 1.5, 1.9\ldots$

A fórmula para o cálculo da suma é $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$.

A diferenza da progresión aritmética é $d = a_2 - a_1 = 1{,}1 - 0{,}7 = 0{,}4 = \frac{2}{5}$.

Logo o termo xeral será $a_n = 0{,}7 + (n-1)\cdot 0{,}4 = 0{,}4\,n + 0{,}3 = \frac{4n+3}{10}$ e o último dos termos da suma é $a_{215} = \frac{4\cdot 215 + 3}{10} = \frac{863}{10} = 86{,}3$.

Polo tanto a suma é $S_{215} = \frac{a_1 + a_{215}}{2}\cdot 215 = \frac{0{,}7 + 86{,}3}{2}\cdot 215 = \frac{87\cdot 215}{2} = 18.705 = 9.352{,}5$.

10. Calcular a suma dos múltiplos de 5 comprendidos entre 24 e 712.

Os múltiplos de 5 forman unha progresión aritmética e o seu termo xeral é $a_n = 5n$.

O primeiro múltiplo de 5 comprendido entre 24 e 712 é 25, e o último é 700.

$5n = 25 \;\Leftrightarrow\; n = 5 \;\Rightarrow\; a_5 = 25$

$5n = 700 \;\Leftrightarrow\; n = 140 \;\Rightarrow\; a_{140} = 700$

Logo temos que sumar todos os termos da progresión desde a_5 a a_{140}; en total sumamos 136 termos, logo a suma é $S_{136} = \frac{25 + 700}{2}\cdot 136 = \frac{725\cdot 136}{2} = 49.300$.

11. Razonar se as seguintes sucesións son progresións xeométricas:

i. $1, 0.1, 0.01, 0.001\ldots$ ii. $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}\ldots$ iii. $2, 8, 32, 64\ldots$

i. $\frac{a_2}{a_1}=\frac{0{,}1}{1}=0{,}1$, $\frac{a_3}{a_2}=\frac{0{,}01}{0{,}1}=0{,}1$, $\frac{a_4}{a_3}=\frac{0{,}001}{0{,}01}=0{,}1$, logo é unha progresión xeométrica de razón $r=0{,}1$.

ii. $\frac{a_2}{a_1}=\frac{-\frac{1}{3}}{1}=-\frac{1}{3}$, $\frac{a_3}{a_2}=\frac{\frac{1}{9}}{-\frac{1}{3}}=-\frac{1}{3}$, $\frac{a_4}{a_3}=\frac{-\frac{1}{27}}{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$, logo é unha progresión xeométrica de razón $r=-\frac{1}{3}$.

iii. $\frac{a_2}{a_1}=\frac{8}{2}=4$, $\frac{a_3}{a_2}=\frac{32}{8}=4$, $\frac{a_4}{a_3}=\frac{64}{32}=2$, logo non é unha progresión xeométrica porque as razóns non son iguais.

12. Razonar se as seguintes progresións xeométricas son crecentes, decrecentes ou alternadas:

i. $16, 2, \frac{1}{4,} \frac{1}{32,}\ldots$ ii. $100, -20, 4, -0.8\ldots$ iii. $-2, -10, -50, -250\ldots$

i. $r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}<1$, logo por ser o primeiro termo positivo e a razón positiva e menor que 1 , é unha progresión xeométrica decrecente.

ii. $r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{-20}{100}=-\frac{1}{5}<0$, logo é unha progresión xeométrica alternada por ser a razón negativa.

iii. $r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{-10}{-2}=5>0$, logo por ser o primeiro termo negativo e a razón positiva e maior que 1 , é unha progresión xeométrica decrecente.

13. Achar o termo xeral dunha progresión xeométrica tal que $a_4=\frac{1}{10}$ e $a_7=10^{-4}$.

O termo xeral é da forma $a_n=a_1\cdot r^{n-1}$.

En $n=4$ temos $a_4=a_1\cdot r^{4-1}=a_1\cdot r^3=\frac{1}{10}=10^{-1}$ e en $n=7$ temos $a_7=a_1\cdot r^{7-1}=a_1\cdot r^6=10^{-4}$.

Obtemos polo tanto o sistema $\begin{cases} a_1\cdot r^3=10^{-1} \\ a_1\cdot r^6=10^{-4} \end{cases}$, e dividindo a segunda ecuación entre a primeira resulta:

$$\frac{r^6}{r^3}=10^{-4} over\, 10^{-1} \Leftrightarrow r^3=10^{-3} \Leftrightarrow r^3=\frac{1}{10^3} \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\frac{1}{10^3}}=\frac{1}{10}$$

Polo tanto $a_1\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^3=10^{-1} \Leftrightarrow \frac{a_1}{1.000}=10^{-1} \Leftrightarrow a_1=1.000\cdot 10^{-1}=\frac{1.000}{10}=100$.

O termo xeral finalmente é $a_n=100\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}=100\cdot 10^{1-n}=10^{3-n}$.

14. Achar a suma dos primeiros 11 termos da progresión $9,\ 3,\ 1,\ \frac{1}{3}\ldots$

É unha progresión xeométrica de razón $r=\frac{1}{3}$, asi que a suma será:

$$S_{11}=\frac{a_1\cdot(r^{11}-1)}{r-1}=\frac{9\cdot\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{11}-1\right]}{\frac{1}{3}-1}=\frac{9\cdot\left(\frac{1}{3^{11}}-1\right)}{-\frac{2}{3}}=-\frac{3\cdot 9\cdot(1-3^{11})}{2\cdot 3^{11}}=\frac{3^{11}-1}{2\cdot 3^8}=\frac{177.146}{13.122}=\frac{88.573}{6.561}$$

15. Achar a suma dos infinitos termos dunha progresión xeométrica sabendo que $a_7=4$ e $a_{10}=0{,}5$.

O termo xeral da progresión xeométrica é da forma $a_n=a_1 \cdot r^{n-1}$.

En $n=7$ temos: $a_7=a_1 \cdot r^{7-1}=a_1 \cdot r^6=4$ e en $n=10$ temos $a_{10}=a_1 \cdot r^{10-1}=a_1 \cdot r^9=0{,}5$.

Obtemos polo tanto o sistema $\begin{cases} a_1 \cdot r^6=4 \\ a_1 \cdot r^9=0{,}5 \end{cases}$, e dividindo a segunda ecuación entre a primeira resulta:

$$\frac{r^9}{r^6}=\frac{0{,}5}{4} \Leftrightarrow r^3=0{,}125 \Leftrightarrow \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{0{,}125}=0{,}5$$

Polo tanto $a_1 \cdot 0{,}5^6=4 \Leftrightarrow \frac{a_1}{2^6}=4 \Leftrightarrow a_1=4 \cdot 2^6=256$.

O termo xeral finalmente é $a_n=256 \cdot 0{,}5^{n-1}=2^8 \cdot 2^{1-n}=2^{9-n}$.

Como $|r|<1$, podemos obter a suma de todos os seus termos:

$$S=\frac{a_1}{1-r}=\frac{256}{1-0{,}5}=\frac{256}{0{,}5}=512$$

16. Achar a suma dos infinitos termos da progresión xeométrica de termo xeral $a_n=(-3)^{2-n}$.

O primeiro termo é $a_1=(-3)^{2-1}=-3$ e o segundo é $a_2=(-3)^{2-2}=1$.

Dividindo obtemos a razón: $r=\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3}$.

Como $|r|<1$, podemos obter a suma de todos os termos da progresión:

$$S=\frac{a_1}{1-r}=\frac{-3}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{-3}{\frac{4}{3}}=-\frac{9}{4}$$

17. Nunha progresión xeométrica a suma dos infinitos termos é 16 e a razón $\frac{1}{5}$. Achar o seu termo xeral.

Sabemos que a suma de todos os termos é 16, logo:

$$S=\frac{a_1}{1-r}=\frac{a_1}{1-\frac{1}{5}}=\frac{a_1}{\frac{4}{5}}=\frac{5\cdot a_1}{4}=16 \iff a_1=\frac{16\cdot 4}{5}=\frac{64}{5}$$

Polo tanto o termo xeral será $a_n=\frac{64}{5}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}=\frac{64}{5\cdot 5^{n-1}}=\frac{64}{5^n}$.

18. Interpolar 7 medios aritméticos entre 6 e 18.

Ao interpolar 7 termos temos unha progresión aritmética na que $a_1=6$ e $a_9=18$.

O termo xeral é $a_n=a_1+(n-1)\cdot d$.

En $n=9$ resulta: $a_9=a_1+(9-1)\cdot d=6+8\cdot d=18 \iff 8d=18-6=12 \iff d=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$.

Logo o termo xeral é $a_n=6+(n-1)\cdot\frac{3}{2}=\frac{3n+9}{2}$ e os termos a interpolar son:

$a_2=7{,}5$, $a_3=9$, $a_4=10{,}5$, $a_5=12$, $a_6=13{,}5$, $a_7=15$, $a_8=16{,}5$

19. Interpolar 3 medios xeométricos entre 12 e $0{,}75$.

Ao interpolar 3 termos temos unha progresión xeométrica na que $a_1=12$ e $a_5=0{,}75$.

O termo xeral é $a_n=a_1\cdot r^{n-1}$.

En $n=5$ resulta: $a_5=a_1\cdot r^{5-1}=12\cdot r^4=0{,}75 \iff r^4=\frac{0{,}75}{12}=0{,}0625=\frac{1}{16} \iff r=\pm\frac{1}{2}$.

Logo temos duas posibilidades:

i. se $r=\frac{1}{2}$, o termo xeral é $a_n=12\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{12}{2^{n-1}}=\frac{24}{2^n}$ e os termos a interpolar serán $a_2=6$, $a_3=3$ e $a_4=1{,}5$;

ii. se $r=-\frac{1}{2}$, o termo xeral é $a_n=12\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{12}{(-2)^{n-1}}=-\frac{24}{(-2)^n}$ e os termos a interpolar serán $a_2=-6$, $a_3=3$ e $a_4=-1{,}5$.

20. Un capital de $70\ €$ convértese en $81,89\ €$ ao cabo de 4 anos, a xuro composto anual. Calcular o xuro.

A fórmula é $C_n=C_0\cdot(1+r)^n$, logo no cuarto ano será:

$$C_4=70\cdot(1+r)^4=81,89 \ \Leftrightarrow\ (1+r)^4=\frac{81,89}{70}\approx 1,17 \ \Leftrightarrow\ 1+r=\sqrt{1,17}\approx 1,04 \ \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\ r=1,04-1=0,04$, logo o xuro é do 4% anual.

21. Calcular o capital que depositado a xuro composto semestral do $3,5\%$, produce en 2 anos un capital de $1.607\ €$.

En dous anos teremos:

$$C_2=C_0\cdot(1+0,035)^2 \ \Leftrightarrow\ 1.607=C_0\cdot 1,035^2=C_0\cdot 1,071 \ \Leftrightarrow\ C_0=\frac{1.607}{1,071}\approx 1.500$$

22. Achar a profundidade dun pozo sabendo que pola escavación do primeiro metro se pagaron $30\ €$ e pola de cada un dos restantes, páganse $5\ €$ máis que no anterior, sabendo que o custo total foi de $450\ €$.

Se por cada metro de escavación se pagan $5\,€$ mais que polo metro anterior, temos unha prograsión aritmética na que $a_1=30$ e $d=5$, logo o termo xeral é $a_n=30+(n-1)\cdot 5=5n+25$.

A suma de n termos é $S_n=\dfrac{a_1+a_n}{2}\cdot n$.

Sabe-se que a suma é $450\,€$, polo tanto: $450=\dfrac{30+a_n}{2}\cdot n=\dfrac{30+5n+25}{2}\cdot n=\dfrac{5n+55}{2}\cdot n$.

Polo tanto: $450=\dfrac{5n+55}{2}\cdot n=\dfrac{5n^2+55n}{2} \Leftrightarrow 900=5n^2+55n \Leftrightarrow 5n^2+55n-900=0$.

Esta ecuación de 2º grau pode-se simplificar dividindo por 5 todos os seus coeficientes e resulta:

$$n^2+11n-180=0 \Leftrightarrow n=\frac{-11\pm\sqrt{11^2+4\cdot 180}}{2}=\frac{-11\pm\sqrt{121+720}}{2}=\frac{-11\pm\sqrt{841}}{2}=$$

$$=\frac{-11\pm 29}{2}$$

Logo temos duas solucións posíbeis: $\begin{cases} n=\dfrac{-11+29}{2}=9 \\ n=\dfrac{-11-29}{2}=-20 \end{cases}$.

Rexeitamos $n=-20$ porque non se corresponde con nengun termo da progresión e, polo tanto, a solución será $n=9$; logo a profundidade do pozo é de $9\,m$.

23. Unha rá está no bordo dunha poza circular de $8\ m$ de raio e quere chegar ao centro saltando. Dá un primeiro salto de $4\ m$ e despois avanza en cada novo salto a metade do anterior. Logrará chegar ao centro?

Supoñendo que a rá pudese pasar toda a sua vida dando saltos, a suma de todos os saltos seria $S=\dfrac{a_1}{1-r}$, xá que as lonxitudes dos saltos forman unha progresión xeométrica na que o primeiro termo é $a_1=4$ e a razón é $r=\dfrac{1}{2}$.

Logo a suma de todos os termos é $S=\dfrac{4}{0{,}5}=8$, asi que debemos pensar que a única forma de que a rá alcanzase o centro da poza é unha sucesión infinita de saltos, cousa que non é posíbel. A conclusión polo tanto é que non logra alcanzar o centro.

24. Durante os cinco primeiros meses de vida, un bebé foi gañando cada mes un 10% de peso. Se ao nacer pesaba $3\ kg$, calcular o seu peso ao final do quinto mes.

Se chamamos p_0 ao peso inicial de $3.000\,g$, e chamamos p_n ao peso despois de n meses, resulta que cada més o peso aumenta nun 10%, polo tanto $p_1=p_0+\frac{10}{100}\cdot p_0=p_0\cdot(1+0,1)=p_0\cdot 1,1$.

De igual xeito $p_2=p_1\cdot 1,1$ e asi sucesivamente, polo que temos unha progresión xeométrica de razón $r=1,1$.

O peso ao cabo de 5 meses será $p_5=3.000\cdot 1,1^5=3.000\cdot 1,61\approx 4.830\,g$.

25. O prezo dun coche decrece un 30% por cada ano que pasa. Cal será o prezo dun coche que vale $17.000\ €$ dentro de 7 anos?

Se chamamos C_0 ao prezo inicial, resulta que cada ano que pasa o prezo reduce-se nun 30%, logo o prezo ao cabo dun ano será $C_1=C_0-\frac{30}{100}\cdot C_0=C_0\cdot(1-0,3)=C_0\cdot 0,7$.

Da mesma forma o prezo ao cabo de 2 anos será $C_2=C_1\cdot 0,7=C_0\cdot 0,7^2$ e, en xeral, o prezo ao cabo de n anos será $C_n=C_0\cdot 0,7^n$.

Logo ao cabo de 7 anos o prezo do coche é $C_7=C_0\cdot 0,7^7=17.000\cdot 0,082\approx 1.400\,€$.

26. Lanzamos unha pelota ao longo dun corredor. En cada bote que dá avanza unha distáncia igual á metade da distáncia anterior. Se ao oitavo bote cai nun foso de terra e pára, que distáncia percorreu en total, se antes do primeiro bote percorrera $2\ m$?

Se chamamos d_1 á distáncia antes do primeiro bote, d_2 á distáncia antes do segundo bote e, en xeral, d_n á distáncia anterior ao bote n, temos o seguinte:

$d_1=2$, $d_2=1$, $d_3=0,5$, ..., xá que despois de cada bote a distáncia que avanza a pelota é a metade da anterior, logo é unha progresión xeométrica de razón $r=\frac{1}{2}$.

Como ao oitavo bote a pelota cai no foso, a distáncia total que percorreu é a suma dos 8 primeiros termos da progresión xeométrica, desde d_1 a d_8, logo:

$$S_8=\frac{d_1\cdot(r^8-1)}{r-1}=\frac{2\cdot(0,5^8-1)}{0,5-1}=\frac{2\cdot(1-2^8)}{2^7-2^8}=\frac{2\cdot(2^8-1)}{2^8-2^7}=\frac{2\cdot 255}{128}=\frac{255}{64}\approx 3,98\,m$$

27. O número inicial de moscas dunha popuación é de 50 e cada tres dias o seu número duplica-se. Cantas moscas haberá aos 30 dias?

Se chamamos m_0 ao número inicial de moscas, temos $m_0=50$.

Ao cabo de 3 dias haberá 100 moscas, ou sexa $m_1=100$. Ao cabo de 6 dias teremos 200 moscas, é dicer $m_2=200$, e asi sucesivamente.

A população de moscas forma unha progresión xeométrica de razón $r=2$, cada 3 dias. Logo en 30 dias teremos que a população duplicou-se 10 veces (unha vez cada 3 dias), e polo tanto a população final é $m_{10}=50\cdot 2^{10}=50\cdot 1.024=51.200$.

Asi que ao pasar 30 dias haberá … bastantes moscas!