1. La relation de divisibilité.

- Soient a et b deux entiers naturels. Si la division est exacte alors :
  - a est un MULTIPLE de b
  - b est un DIVISEUR de a

Multiples d'un nombre

Les multiples d'un nombre entier naturel ***a*** s'obtiennent en multipliant ***a*** par un autre nombre entier naturel K :

K·***a*** $\rightarrow$ *multiple de a*

- 150 = 2 x 75 → 150 est donc un multiple de 2, mais aussi de 75.

- Un nombre non-nul possède une infinité de multiples
- *Tout nombre est multiple de soi-même et* tout nombre est multiple de 1.

$$a \cdot 1 = a \quad \begin{cases} a \text{ est multiple de } 1 \\ a \text{ est multiple de } a \end{cases}$$

Diviseurs d'un nombre

On dira que le nombre entier non nul b est un diviseur du nombre entier <u>a</u> s'il existe un nombre entier k qui vérifie : **a : b = k**

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre ***a***, ***on cherche toutes les divisions exactes :***

a :b=c

a:c=b ***a=b·c*** Alors b et c sont diviseurs de ***a***

- Un nombre non-nul possède un nombre fini de diviseurs.
- Tout nombre se divise par soi-même et 1 divise tout nombre

a est DIVISIBLE par b

b DIVISE a

❖ Critères de divisibilité

Règles

Il existe des **règles**, appelées critères de divisibilité, qui permettent de savoir si un nombre entier est divisible par un autre.

Par exemple :

- un nombre est divisible **par 2** si le chiffre des unités est pair ;
- un nombre est divisible **par 3** si la somme de tous ses chiffres est divisible par 3 ;
- un nombre est divisible **par 5** si le chiffre des unités est 0 ou 5.

2. Nombres premiers et nombres composés

Un entier naturel est **premier** lorsqu'il a exactement deux diviseurs: 1 et lui-même.

Un nombre **composé** a plus de deux facteurs

❖ Les plus petits nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23,…

❖ $12= 2\cdot 6$ $12= 3\cdot 4$ $12= 2\cdot 2\cdot 3$

Diviseurs : 1- 2- 3- 4-6 12 est un nombre composé

Le nombre 1 n'est ni un nombre premier, ni un nombre composé.

❖ **Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers**

Tout nombre entier non premier s'écrit de manière unique comme produit de nombres premiers.

$12=2^2\cdot 3$

3. Le plus petit commun multiple

PPCM le plus petit commun multiple. Parmi tous les multiples communs à deux nombres entiers a et b, il y a en un qui est plus petit que tous les autres : c'est le Plus Petit Commun Multiple à a et b. On le note **PPCM(a,b)**

4. Le plus grand commun diviseur

PGCD le plus grand commun diviseur. Parmi tous les diviseurs communs à deux nombres entiers a et b, il y a en un qui est plus grand que tous les autres : c'est le Plus Grand Commun Diviseur à a et b. On le note **PGCD(a,b)**

5. PRIORITÉS

Dans une expression, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exemple : Calcule A = 7 + 2 × (5 + 7) – 5.

A = 7 + 2 × (5 + 7) – 5 →	On effectue les calculs entre parenthèses.
A = 7 + 2 × 12 – 5 →	On effectue les multiplications.
A = 7 + 24 – 5 →	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
A = 31 – 5 →	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
A = 26	

EXERCICES

1. (6 page 22) Calcule

a) $30 : 5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5 =$

b) $(30 : 5 - 2)^2 + 2 \cdot (7 - 5) =$

c) $30 : (5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5) =$

d) $30 : [(5 - 2^2 + 2) \cdot (7 - 5)] =$

e) $[(30 : 5 - 2)^2 + 2] \cdot (7 - 5) =$

2. (7 page 22) Calcule

a) $19 - 11 - 7 + 13 + 6 - 12 =$

b) $18 - 5 \cdot 3 + 12 : 6 - 5 =$

c) $43 - 4 \cdot (6 + 3) + 28 : (10 - 3) =$

d) $[(13 + 7) : (6 - 1)] \cdot (5 + 1) =$

e) $12 - 48 : [40 - 3 \cdot (21 - 13)] =$

f) $(6^2 + 2^2) : [(12 - 8) \cdot (9 - 7)] =$

3. (9 page 22) Calcule

a) $[(5 \cdot 6 - 6) : (6^2 - 24)] \cdot (3 + 2)^2$

b) $[(26 - 4^2) : \sqrt{30 - 5}] \cdot (8 - 5)$

c) $\left(11 - \sqrt{2^4 + 3^2}\right) \cdot [(7 \cdot 4 - 4) : 8]$

d) $(\sqrt{108 + 13} - 6)^2 - \sqrt{(6 + 7)^2 - 5^2}$

4. **(10 page 22) Réponds et justifie la réponse :**
   a) 132 est un multiple de 11 ?
   b) 11 est un diviseur de 132 ?
   c) 574 est un multiple de 14 ?
   d) 27 est un diviseur de 1542 ?

5. **(19 page 23) Calcule**

a) PPCM (12, 15)	b) PPCM (24, 60)	c) PPCM (48, 54)
d) PPCM (90, 150)	e) PPCM (6, 10, 15)	f) PPCM (8, 12, 18)

6. **(22 page 23) Calcule**

a) PGCD (36, 45)	b) PGCD (48, 72)	c) PGCD (105, 120)
d) PGCD (135, 180)	e) PGCD (8, 12, 16)	f) PGCD (45, 60, 105)

7. **(23 page 23)** Marta a acheté plusieurs balles pour 69 €. Le prix d'une balle était un nombre exact d'euros, sans décimales. Combien de balles a-t-elle acheté et combien a coûté chaque balle?

8. **(35 page 25)** Lors d'une rencontre culturelle entre deux clubs, A et B, des équipes égales sont organisées sans mélanger les éléments. Le club A compte 40 membres et B, 60 membres. Combien d'éléments chaque équipe aura-t-il au maximum?

9. **(36 page 25)** Des cubes de 30 cm de bord sont empilés dans une tour et des cubes de 36 cm de bord sont placés à côté dans une autre tour. A quelle hauteur coïncident les sommets des deux tours?

10. **(37 page 25)** Un rouleau de câble mesure plus de 150 m et moins de 200 m. Quelle est sa longueur exacte, sachant qu'il peut être divisé en morceaux de 15 m et aussi en morceaux de 18 m sans rien gaspiller?

11. **(38 page 25)** Dans une gare de bus quelconque, il y a deux lignes, A et B, qui commencent leur activité à 7 heures du matin. La ligne A fourni un service toutes les 24 minutes et la ligne B toutes les 36 minutes. A quelle heure les bus des deux lignes coïncident-ils à nouveau à la gare?

12. **(39 page 25)** Un lièvre qui court 2,5 mètres, est poursuivi par un lévrier qui saute 3 mètres. Chaque combien de mètres les traces du lévrier tombent-elles sur celles du lièvre?

13. **(40 page 25)**. Pour paver le sol d'un navire de 12,3 m de long par 9 m de large, des tuiles carrées sont utilisées, sans les couper du tout. Quelle taille aura le côté de chaque tuile, sachant que les plus grandes ont été utilisées?

14. **(41 page 25)** Julia a formé la plus petite place possible en joignant des morceaux de carton rectangulaires de 12 cm sur 18 cm. Combien mesure le côté carré? Combien de pièces a-t-elle utilisé?

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 1

1. Calcule
   a) 37 - 30 - 5 + 8 = 10 b) 22: 11 + 63: 9 = 9
   c) 11 · 7 - 72 - 2 = 77 - 72 - 2 = 3 d) (12 + 4): 2 = 8

2. Réponds et justifie:
   a) 31 est le diviseur de 744?
   b) 999 est-il un multiple de 99?

3. Recherche le premier multiple de 17 après 1000.

4. Écris les nombres premiers entre 20 et 40.

5. 143 est-il un nombre premier ou composé ?

6. Indique lequel de ces nombres est un multiple de 2, lequel de 3, lequel de 5 et lequel de 10:
   897 - 765 - 990 - 2713 - 6077 - 6324 – 7005

7. Décompose les nombres 150 et 225 en facteurs premiers.

8. Calcule :
   - PGCD (150, 225) b) PPCM (150, 225)

9. On souhaite poser des plinthes en bois sur deux des murs d’une pièce rectangulaire de 420 cm × 540 cm. Afin de ne pas avoir à couper, ils vont commander à la menuiserie des sections de ruban, toutes aussi longues et aussi largues que possible, qui correspondent exactement aux deux murs. Combien peuvent mesurer chacune des pièces à commander?

10. Dans une usine, vous entendez l’évacuation d’une soupape de gaz toutes les 45 secondes et le coup de marteau de poteau toutes les 60 secondes. Si vous venez d'entendre les deux sons en même temps, combien de temps faudra-t-il pour les écouter ensemble à nouveau?

1. Operations avec des nombres entiers relatifs

❖ Additions et soustractions

La somme de deux entiers de même signe s'obtient en additionnant les deux valeurs absolues et en conservant le signe commun

−3 – 5 = −8 **4 + 7 = 11**

La somme de deux entiers relatifs de signe contraire s'obtient en calculant la différence entre les deux valeurs absolues et en lui affectant le signe de l'entier ayant la plus grande valeur absolue

3 – 5 = −2 -5 + 8 = 3

❖ Additions et soustractions avec parenthèses

+(+a) = +a +(-a) = -a
-(+a) = -a -(-a) = +a

❖ Multiplication et division des nombres entiers relatifs

Règle des signes

- **Multiplier** deux nombres **avec les mêmes signes**, donne comme produit **plus**.
  (+)·(+)=+
  (-)·(-)=+

- Multiplier deux nombres **avec différents signes**, donne comme produit **moins**
  (+)·(-)= -
  (-)·(+)=-

- **Diviser** deux nombres **avec les mêmes signes**, donne **plus**.
  (+) : (+)=+
  (-) : (-)=+

- Diviser deux nombres **avec différents signes**, donne **moins**
  (+) : (-)= -
  (-) : (+)=-

PRIORITÉS

Dans une expression, on effectue :
- les calculs entre les parenthèses les plus intérieures
- les puissances et les racines
- les multiplications et les divisions
- les additions et les soustractions

Exemple :

$10-\left((-5)^2-(6-11)\cdot(8-4\cdot 3)\right)$ Dans ce calcul, on commence par les parenthèses les plus intérieures et dans la 2ème parenthèse, la multiplication est prioritaire par rapport à l'addition.

$=10-\left((-5)^2-(-5)\cdot(8-12)\right)$

$=10-\left((-5)^2-(-5)\cdot(-4)\right)$ Dans cette parenthèse, on peut effectuer simultanément le calcul du carré et le calcul du produit.

$=10-\left(25-(+20)\right)$ On peut simplifier

$=10-(25-20)$ On effectue la parenthèse

$=10-5$ On finit

$=5$

❖ Puissances de nombres entiers relatifs

Rappel $a^n = \underline{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}$ (n facteurs) $n > 0$

Soit a^n une puissance de base un nombre entier relatif et exposant positif
- Si la base est positive, la puissance est toujours positive

$(+2)^4 = +16$ $(+3)^3 = +27$

- Si la base est négative, la puissance est positive si l'exposant est pair et négative si l'exposant est impair.

$(-a)^{nombre\ pair}$ est positif

$(-a)^{nombre\ impair}$ est négatif

$(-2)^3 = -8$ $(-3)^2 = +9$

❖ OPÉRATIONS AVEC PUISSANCES

Pour tous réels non nuls a et b, pour tous entiers relatifs n, p et q, on a:

- PUISSANCE D'UNE MULTIPLICATION $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- PUISSANCE D'UNE DIVISION $(a : b)^n = a^n : b^n$
- MULTIPLICATION DE PUISSANCES AVEC LA MÊME BASE

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

- DIVISION DE PUISSANCES AVEC LA MÊME BASE

$$a^p : a^q = a^{p-q}$$

- PUISSANCE D'UNE PUISSANCE

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

❖ RACINE CARRÉ d'un nombre entier relatif

Racine exacte $\sqrt{25} = 5$
Racine entière $\sqrt{45} \approx 6$ la racine entière de 45 est 6

La racine carrée d'un nombre entier relatif

- La racine carrée d'un nombre entier relatif positif a deux solutions
- Tout nombre strictement négatif n'admet pas de racine carrée.

RACINE $\sqrt[n]{a}$

a est le radicande
n est l'indice
$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

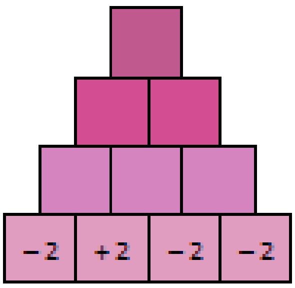
1.- Relie chaque calcul à son résultat :

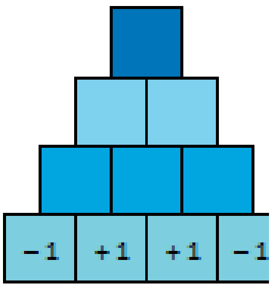
(+ 5) × (– 4)	– 15
(– 5) × (– 3)	– 20
(– 3) × (+ 4)	– 12
(+ 4) × (+ 4)	+ 12
(– 4) × (– 3)	– 16
(– 5) × (– 4)	+ 20
(– 5) × (+ 3)	+ 15
(– 4) × (+ 4)	+ 16

2.-Relie les expressions dont les produits sont égaux :

(+ 5) × (– 12)	(– 1) × (+ 20)
(– 8) × (– 3)	(+ 12) × (+ 5)
(+ 4) × (– 6)	(+ 2) × (+ 12)
(+ 5) × (– 4)	(+ 5) × (+ 4)
(+ 2) × (+ 10)	(– 3) × (+ 20)
(– 2) × (– 30)	(– 12) × (+ 2)

3.-Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





4.-Effectue les calculs suivants :

A = (– 2) × (– 3) × (+ 5)

B = (– 3) × (– 2) × (– 4)

C = (+ 6) × (– 1) × (+ 3)

5.-Calcule astucieusement :

A = (– 2) × (– 1,25) × (– 2,5) × (– 8)

B = (– 75) × (– 0,25) × (+ 2) × (+ 4)

C = (+ 0,01) × (– 25) × (– 13,2) × 4 × (– 3)

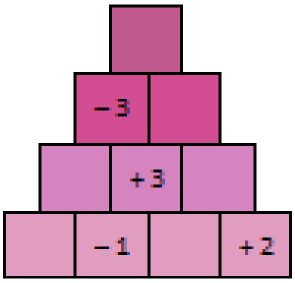
6.- *Températures*

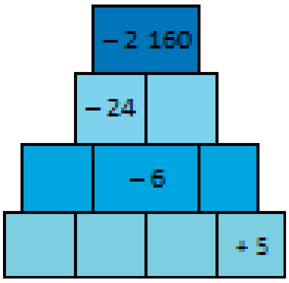
Il fait 0°C et la température chute de deux degrés toutes les heures.

a. Combien de temps faudra-t-il pour que la température atteigne – 10°C ?

b. Quelle sera la température dans huit heures ?

7.-Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





8.- Effectue les calculs suivants en soulignant, à chaque étape, le calcul en cours :

A = 7 + (– 6) × (– 6)

B = 13 – (+ 3) × (– 4) – 8

C = – 30 ÷ (– 9 + 15)

D = – 3 – 9 × (– 3)

E = – 3 × 6 × (– 2 + 8)

QCM

COCHE LES BONNES RÉPONSES :

		R1	R2	R3	R4
1	$-7 \times (-3) = \dots$	-10	-21	10	21
2	$(-10) + 15 = \dots$	-5	-150	5	-25
3	$4 \times (-3) = \dots$	1	-12	-7	12
4	$-15 \div (-5) = \dots$	$\frac{-15}{-5}$	-3	$15 \div 5$	3
5	$4 \times (-4) = \dots$	0	-8	16	-16
6	$-10 \div 10 = \dots$	-0	1	0	-1
7	Le produit de l'opposé de -6 par l'opposé de 7 vaut…	42	-42	-1	$\frac{6}{-7}$
8	Pour tout nombre relatif a, le nombre $-a$ est…	négatif	l'opposé de a	positif ou négatif suivant le signe de a	égal à $(-1) \times a$
9	$-6 + 6 \times (-10) = \dots$	0	120	66	-66
10	-12 est le résultat de…	$3 + 3 \times (-2)$	$5 \times (-3) + 3$	$(-12 + 5) \div 5$	$-8 + 4 \div (2 - 3)$
11	Pour tous nombres relatifs u et v, le produit $-u \times v \times u \times v$ est…	nul	positif	négatif	de signe impossible à déterminer
12	Le produit de 108 facteurs égaux à -1 est égal à…	-108	0	-1	1
13	x est le relatif tel que $x \times (-3) = -10$ donc…	$x = -7$	$x = 3{,}33$	$x = \frac{10}{3}$	$x = -\frac{10}{3}$
14	a est un nombre négatif donc…	a^2 est négatif	$-a^2$ est négatif	$(-a)^2$ est négatif	$\frac{a}{-a} = 0$
15	Dans un produit de 90 facteurs…	un facteur est égal à 0 donc ce produit est égal à 0	il y a deux fois plus de facteurs positifs donc ce produit est positif	il n'y a que des facteurs négatifs donc ce produit est négatif	on remplace la moitié des facteurs par leurs opposés donc le signe du produit change

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	$5^3 = \dots$	15	8	125	$\frac{1}{125}$
2	$-\ 2^4 = \dots$	$-\ 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$(-\ 2)^4$	$-\ 8$	$-\ 16$
3	$(-\ 1)^{123} = \dots$	$-\ 123$	$-\ 1$	1	0
4	$10^{-3} = \dots$	un millième	0,010	0,001	$\frac{1}{10^3}$
5	$2^{-3} = \dots$	0,125	$-\ 6$	$(-\ 3) \times (-\ 3)$	3^{-2}
6	$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \dots$	$-\frac{2}{4}$	$\frac{1^2}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
7	Fin 2006, la population mondiale était d'environ 6 500 000 000 habitants. Ce nombre peut s'écrire…	65×10^{-8}	$6,5 \times 10^9$	65×10^8	$0,65 \times 10^{10}$
8	$6,4 \times 10^7 = \dots$	$6,4^7$	6,400 000 00	64 000 000	0,000 000 64
9	$873 \times 10^{-6} = \dots$	0,000 873	873 millionièmes	0,000 000 873	873^{-6}
10	La taille d'une bactérie est 0,000 000 003 m, c'est-à-dire…	3^{-9} m	$\frac{3}{100\,000\,000}$ m	3×10^{-9} m	3×10^{-10} m
11	L'écriture scientifique de 0,000 045 9 est…	4,59	459×10^{-7}	$0,459 \times 10^{-4}$	$4,59 \times 10^{-5}$
12	Dans l'écriture décimale de $10^{-5} \times (10^7)^3$, il y a…	16 zéros	5 zéros	16 chiffres dont 15 zéros	d'autres chiffres que des « 0 » et des « 1 »
13	Mille milliards de mille sabords est égal, en sabords, à…	$10^3 \times 10^9 \times 10^3$	1^{15}	10^{81}	10^{15}
14	$10^6 + 10^4 = \dots$	1 010 000	10^{10}	10^{24}	$1,01 \times 10^6$
15	$\frac{76 \times 10^5}{5 \times 10^{-5}}$	15,2	$1,52 \times 10^{11}$	$1,52 \times 10^9$	$15,2 \times 10^{-25}$

Exercice 1

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $\frac{5^{10}}{5^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶2. $\frac{2^5}{2^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶3. $9^8 \times 9^{11} = \ldots\ldots$

▶4. $7^{10} \times 4^{10} = \ldots\ldots$

▶5. $5^7 \times 10^7 = \ldots\ldots$

▶6. $(9^3)^2 = \ldots\ldots\ldots$

▶7. $(11^6)^{10} = \ldots\ldots$

▶8. $9^6 \times 9^3 = \ldots\ldots$

Exercice 2

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $\frac{11^8}{11^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶2. $\frac{5^{11}}{5^4} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶3. $3^8 \times 11^8 = \ldots\ldots$

▶4. $11^{11} \times 11^2 = \ldots$

▶5. $(3^8)^{11} = \ldots\ldots\ldots$

▶6. $2^9 \times 7^9 = \ldots\ldots$

▶7. $(11^5)^6 = \ldots\ldots\ldots$

▶8. $4^{11} \times 4^6 = \ldots\ldots$

Exercice 3

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $\frac{6^5}{6^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶2. $11^{11} \times 11^6 = \ldots$

▶3. $(3^4)^{10} = \ldots\ldots\ldots$

▶4. $(5^5)^{11} = \ldots\ldots\ldots$

▶5. $7^3 \times 7^4 = \ldots\ldots$

▶6. $10^5 \times 6^5 = \ldots\ldots$

▶7. $9^2 \times 8^2 = \ldots\ldots$

▶8. $\frac{3^9}{3^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 4

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $\frac{5^6}{5^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶2. $(6^3)^{10} = \ldots\ldots\ldots$

▶3. $11^7 \times 11^2 = \ldots\ldots$

▶4. $10^{10} \times 2^{10} = \ldots$

▶5. $9^{10} \times 9^4 = \ldots\ldots$

▶6. $(3^7)^{10} = \ldots\ldots\ldots$

▶7. $\frac{2^9}{2^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶8. $7^5 \times 3^5 = \ldots\ldots$

Exercice 5

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $8^9 \times 4^9 = \ldots\ldots$

▶2. $4^{11} \times 4^9 = \ldots\ldots$

▶3. $11^4 \times 11^6 = \ldots\ldots$

▶4. $9^3 \times 10^3 = \ldots\ldots$

▶5. $(3^8)^3 = \ldots\ldots\ldots$

▶6. $(7^6)^8 = \ldots\ldots\ldots$

▶7. $\frac{6^8}{6^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶8. $\frac{8^9}{8^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 6

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $9^4 \times 9^8 = \ldots\ldots$

▶2. $\frac{10^{10}}{10^7} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶3. $\frac{4^8}{4^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

▶4. $(8^8)^6 = \ldots\ldots\ldots$

▶5. $(7^5)^{10} = \ldots\ldots\ldots$

▶6. $11^9 \times 11^5 = \ldots\ldots$

▶7. $2^{11} \times 9^{11} = \ldots\ldots$

▶8. $10^7 \times 2^7 = \ldots\ldots$

Exercice 1

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $3^{11} \times 6^{11} = \ldots\ldots$
▶2. $\dfrac{3^8}{3^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
▶3. $(3^{11})^9 = \ldots\ldots\ldots$
▶4. $8^{11} \times 8^9 = \ldots\ldots$
▶5. $4^7 \times 8^7 = \ldots\ldots$
▶6. $(8^9)^2 = \ldots\ldots\ldots$
▶7. $\dfrac{5^7}{5^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
▶8. $10^9 \times 10^4 = \ldots\ldots$

Exercice 2

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

▶1. $(4^{10})^9 = \ldots\ldots\ldots$
▶2. $8^5 \times 8^9 = \ldots\ldots$
▶3. $2^5 \times 5^5 = \ldots\ldots$
▶4. $8^7 \times 8^{11} = \ldots\ldots$
▶5. $\dfrac{10^9}{10^2} = \ldots\ldots\ldots$
▶6. $3^{11} \times 11^{11} = \ldots$
▶7. $(5^{11})^9 = \ldots\ldots\ldots$
▶8. $\dfrac{8^{11}}{8^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 3

Écrire sous la forme d'une puissance de 10 puis donner l'écriture décimale de ces nombres :

▶1. $\dfrac{10^{-1}}{10^{-4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶2. $10^{-3} \times 10^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶3. $(10^{-4})^1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶4. $10^{-2} \times 10^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶5. $(10^2)^{-2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶6. $\dfrac{10^{-1}}{10^4} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 4

Écrire sous la forme d'une puissance de 10 puis donner l'écriture décimale de ces nombres :

▶1. $\dfrac{10^{-2}}{10^{-1}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶2. $\dfrac{10^5}{10^{-4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶3. $(10^1)^1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶4. $10^0 \times 10^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶5. $10^2 \times 10^{-1} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
▶6. $(10^{-3})^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 5

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{40 \times 10^{-2} \times 90 \times 10^{-4}}{240 \times \left(10^7\right)^5}$$

$$B = \frac{0{,}2 \times 10^{-6} \times 81 \times 10^8}{1{,}8 \times \left(10^{-9}\right)^4}$$

Exercice 6

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{270 \times 10^{-6} \times 500 \times 10^{10}}{75 \times \left(10^4\right)^3}$$

$$B = \frac{800 \times 10^{-9} \times 1{,}5 \times 10^{10}}{2\,400 \times \left(10^{-9}\right)^2}$$

EXERCICES

1. **(19 page 38)** Écris sous la forme d'une puissance

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4$

b) $m^7 : (m^2 \cdot m^3)$

c) $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4)$

d) $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2)$

2. **(20 page 38)** Calcule comme dans l'exemple

- $[(-4)^7 \cdot 4^3] : [(-4)^2]^4 = (-4)^{10} : (-4)^8 = (-4)^2 = 16$

a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$

b) $[(-2)^6 \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$

c) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

d) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$

3. **(21 page 38)** Calcule comme dans l'exemple

- $12^5 : 6^5 = (12 : 6)^5 = 2^5 = 32$

a) $15^4 : 5^4$

b) $(-12)^3 : 6^3$

c) $(-20)^5 : (-2)^5$

d) $8^6 : (-2)^6$

e) $(6^3 \cdot 4^3) : (-8)^3$

f) $[8^4 \cdot (-5)^4] : (-20)^4$

4. **(22 page 38)** Calcule :

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$

b) $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5]$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$

d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$

e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$

f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

5. **(17 page 41)** Calcule :

a) $5 \cdot (-4) - 2 \cdot (-6) + 13$

b) $-6 \cdot (+4) + (-3) \cdot 7 + 38$

c) $(-2) \cdot (+8) - (-5) \cdot (-6) + (-9) \cdot (+4)$

d) $-(-9) \cdot (+5) \cdot (-8) \cdot (+7) - (+4) \cdot (-6)$

6. **(18 page 41)** Calcule :

a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot (11 - 7)]$

b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (5 - 8)]$

c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot (9 - 4)] - 13$

d) $4 - (-2) \cdot [-8 - 3 \cdot (5 - 7)]$

e) $24 - (-3) \cdot [13 - 4 - (10 - 5)]$

f) $6 \cdot (7 - 11) + (-5) \cdot [5 \cdot (8 - 2) - 4 \cdot (9 - 4)]$

7. **(19 page 41)** Calcule :

a) 10 :[8- 12 : (11-9)]
b)6 : (13 – 15) – [(8 – 4) : (–2) – 6 : (–3)]
c) [16 : (–8) + (–21) : (–3)] – 9 : (–3)

8. **(25 page 1)** Écris sous la forme d'une seule puissance

a) $5^2 \cdot (-5)^3$ b)$(-6)^8 : (-6)^5$ c) $[7^4 \cdot (-7)^4] : (-7)^6$

d)$(2^4)^3 : 2^9$ e) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$ f) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$

9. **(26 page 41)** Calcule :

a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$ **b)**$10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$
c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$ **d)**$[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$
e) $[(3^4)^2 : 3^6] \cdot 2^2$ **f)** $7^2 \cdot [9^8 : (9^3)^2]$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 2

1. Écris la valeur absolue et l'opposé de chaque nombre :

a) (–1) b) (+13) c) (–16) d) (+9)

2. Copie et complète

a) $|-6| = \square$ b) $|+6| = \square$ c) $-(|+6|) = \square$ d)$-(|-6|) = \square$

3. Ordonne du plus petit au plus grand

–7, –13, +8, –1, –11, +5, 0, +10, –24

4. Enlève les parenthèses

a) +(+13) b)–(+17) c) +(–15) d)–(–23)

5. Calcule

a) 6 – 11 + (9 – 13) b)2 – (5 – 8)
c) (7 – 15) – (6 – 2) d)5 – [2 – (3 – 2)]

6. Calcule

a) $4 \cdot 5 - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-8) - 4 \cdot (-3)$

b) $(10 - 3 \cdot 6) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (4 - 7)]$

c) $10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 + 7 - 3)]$

7. Calcule

a) $(-3)^4 + (-2)^6$

b) $10^3 + (-10)^3 + 10^2 + (-10)^2$

8. Réduis à une seule puissance

a) $3^5 \cdot 3^2$

b) $(-12)^4 : (-3)^4$

c) $2^3 \cdot 4^3$

d) $(-5)^7 : (-5)^5$

9. Calcule avec les propriétés des puissances

a) $10^4 : (5^3 \cdot 2^3)$

b) $(-15)^6 : [(-5)^4 \cdot 3^4]$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 6^5$

10. Calcule, s'il est possible, les racines suivantes

a) $\sqrt{(+9)}$

b) $\sqrt{(-100)}$

c) $\sqrt{(-2)^2}$

d) $\sqrt[3]{-8}$

e) $\sqrt[4]{-16}$

f) $\sqrt[3]{(+5)^3}$

11. Réduis les racines suivantes

a) $\sqrt{x^6}$

b) $\sqrt[3]{x^6}$

c) $\sqrt[4]{x^{12}}$

12. La somme de deux nombres entiers relatifs est 4, et la somme de leurs valeurs absolues est, 16. Quels sont les nombres ?

2º ESO

CHAPITRE 3 : LES NOMBRES DECIMAUX ET LES FRACTIONS

1. L'ordre de l'unité décimale

Une unité est divisée en dix parts égales, ce qui signifie qu'elle est partagée en dix dixièmes.

Une dixième est divisée en dix parts égales, ce qui signifie que chaque partie est une centième.

Dizaine de million	millions	Centaine de millier	Dizaine de millier	milliers	centaines	dizaines	unités	virgule	dixièmes	centièmes	millièmes	.	.
						4	3	,	6	3	5		

0,1 se lit un dixième
0,01 se lit un centième
0,001 se lit un millième

- Ordre dans les nombres décimaux
  Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son abscisse.
  Comparer deux nombres, c'est trouver lequel est le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Exemple :
Compare 45,36 et 45,357
Comme 45,36 et 45,357 ont la même partie entière, on compare alors les parties décimales et 360 millièmes est plus grand que 357 millièmes donc 45,36 >45,357

- Entre deux nombres décimaux il y a toujours i un nombre décimal
  On peut toujours intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux.

- ARRONDIR

L'arrondi à n décimales du réel x est le décimal d tel que :
- Si la décimale suivante est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi se fait à la décimale inférieure, et
- Si la décimale suivante est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi se fait à la décimale supérieure.

Exemple :
L'arrondi de 8,265 à 2 décimales est 8,27.
L'arrondi de 12,428 à 2 décimales est 12,43.
L'arrondi de 12,428 à 1 décimal est 12,4.

- Types de nombres décimaux

- Nombres ayant un développement décimal limité : 0,25
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et périodique à partir d'un moment : 6/7; 8/3;..
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et non périodique :
  $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi, ..$

2. Fractions et nombres décimaux

Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire

• Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale, (une fraction décimale a pour numérateur, un entier et pour dénominateur, 10, 100, 1 000, etc.).

Ainsi, 1,2 peut s'écrire $\frac{12}{10}$

Le nombre de zéros au dénominateur correspond au nombre de décimales.

4,62 = $\frac{462}{100}$ (2 décimales ← 2 zéros)

• De même, on peut toujours donner l'écriture décimale d'une fraction décimale.

$\frac{5438}{10}$ = 543,8 (1 zéro ← 1 décimale)

$\frac{2897}{1000}$ = 2,897 (3 zéros ← 3 décimales)

3. Fractions équivalentes

Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, sont équivalentes et on écrit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à *ad=bc*

(b≠0, d≠0)

- Amplifier des fractions c'est multiplier le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

- Simplifier des fractions c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$$

Quand une fraction ne peut pas être simplifiée on dit qu'elle est irréductible.

Lire une fraction:

Exemple : $\frac{4}{7}$ se lit quatre septièmes; $\frac{3}{10}$ se lit trois dixièmes ; ...

4. Réduire a commun dénominateur

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes on réduit au même dénominateur : on cherche un dénominateur commun

- On calcule le PPCM des dénominateurs
- On multiplient les deux membres de chaque fraction par le nombre resultant de diviser le PPCM entre le dénominateur correspondant.

FAIRE

1 Multiplication de fractions

Calculez et donnez le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{21}{4} \times \frac{-18}{14} \times \frac{20}{-9}$; $B = -52 \times \frac{9}{4} \times \frac{-3}{13}$;

$C = -\frac{1}{2} \times 21 \times \frac{4}{-7} \times \frac{-1}{18}$; $D = \frac{15}{-63} \times \left(\frac{-49}{-35}\right)$.

2 Trouver l'inverse d'un nombre

Complétez le tableau suivant :

Nombre	-3		1,5	$-\frac{1}{8}$			0,2	
Inverse		2			$\frac{4}{3}$	-5		$-\frac{1}{3}$

3 Quotients

Calculez et donnez le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{17}{38} \div \frac{34}{2}$; $B = \frac{-33}{20} \div \frac{9}{-15}$;

$C = \dfrac{\frac{36}{28}}{-\frac{15}{42}}$; $D = 56 \div \frac{28}{15}$;

$E = \frac{15}{51} \div \frac{35}{27}$; $F = \dfrac{\frac{-8}{5}}{-32}$.

4 L'inverse d'une somme

L'inverse de $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$ est-il $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$?

Le but de cet exercice est de répondre à cette question.

a) Calculez $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$.

Donnez son inverse sous la forme d'une fraction irréductible, puis sa valeur décimale.

b) Calculez $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$.

Donnez sa valeur décimale.

c) Comparez les résultats et répondez à la question posée au début.

5 Devinette

Quels sont les deux entiers qui sont leurs propres inverses ?

6

Combien vaut a, sachant que l'inverse de son produit par l'opposé de $\frac{2}{5}$ vaut -1 ?

7

Pour $a = -\frac{2}{5}$ et $b = \frac{7}{5}$, calculez :

$X = a \times a$; $Y = b \times b$;

$Z = 2 \times a \times b$ puis $X + Y + Z$.

8 Chiffres croisés

N'oubliez pas de rendre irréductibles les fractions trouvées.

	I	II	III	IV	V
A					■
B				■	
C			■		
D		■			
E	■				

Horizontalement :

A : $111 \times \frac{15}{4} \times \frac{8}{21} \times 14$.

B : Le dénominateur de $\frac{3}{11} \div \frac{11}{5}$; il est son propre inverse.

C : $4 \times \frac{-5}{3} \div \left(\frac{4}{-15}\right)$;
6 fois l'inverse de 0,1.

D : Il n'a pas d'inverse ; $\left(6 \times \frac{8}{9} \times 45\right) \div \frac{2}{3}$.

E : Inverse de 0,000 4.

Verticalement :

I : Numérateur puis dénominateur de $\frac{-3}{5} \div \frac{4}{-7}$.

II : Les trois décimales de $\frac{3}{10} \div \frac{4}{3}$; inverse de 0,5.

III : Inverse de $\frac{4}{84}$; produit du numérateur et du dénominateur de $\frac{5}{3} \div \frac{7}{3}$.

IV : Le plus petit naturel positif ;
$\left(\frac{50}{7} \times \frac{33}{8}\right) \div \frac{5}{112}$.

V : Inverse de 0,001.

4e

Les fractions sont-elles irréductibles ? Justifie.

a.	b.	c.	d.	e.
$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{1}{82}$	$\frac{42}{39}$

a.

b.

c.

d.

e.

Rends chaque fraction irréductible en utilisant les critères de divisibilité.

a. $\frac{385}{165} =$

b. $\frac{153}{189} =$

c. $\frac{120}{90} =$

Complète les égalités. (Dans chaque cas, la fraction de droite doit être irréductible.)

a. $\frac{4 \times 15 \times 14}{21 \times 10 \times 22} =$

b. $\frac{2^2 \times 3 \times 5^3}{2 \times 3^3 \times 5^2} =$

En décomposant

a. Écris 504 et 540 sous forme de produits de facteurs entiers les plus petits possibles.

b. Rends alors la fraction $\frac{504}{540}$ irréductible.

5 *Pour commencer avec le PGCD*

a. Sachant que PGCD(225 ; 375) = 75, rends la fraction $\frac{225}{375}$ irréductible.

b. Sachant que PGCD(1 139 ; 1 407) = 67, rends la fraction $\frac{2\,278}{2\,814}$ irréductible.

6 *Avec le PGCD*

a. Calcule le PGCD de 1 204 et 258.

b. Rends la fraction $\frac{1\,204}{258}$ irréductible en effectuant une seule simplification et en détaillant les calculs.

7 La fraction $\frac{274}{547}$ est-elle irréductible ? Justifie.

2º ESO

CHAPITRE 4 : CALCULS SUR DES FRACTIONS

1. Addition et soustraction de fractions

- Addition dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes :
  On additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur

- Addition dans le cas où les dénominateurs ne sont pas les mêmes :
  On ne peut additionner ou soustraire des fractions que si elles ont le même dénominateur.

  Exemple : Calculons : $\frac{7}{6} - \frac{3}{4}$
  - On réduit les fractions au même dénominateur : ici, 12.
    $\frac{7}{6} = \frac{14}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$
  - On effectue la différence :
  - $\frac{7}{6} - \frac{3}{4} = \frac{14}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$

2. Multiplication et division de fractions

MULTIPLICATION

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ On multiplie les numérateurs et on multiplie les dénominateurs

DIVISION

Diviser, c'est multiplier par l'inverse ou c'est multiplier en croix

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ $\frac{a}{b} \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

PRIORITÉS DES OPÉRATIONS

- Les calculs entre parenthèses sont prioritaires. On commence par effectuer les multiplications et divisions à l'intérieur des parenthèses.
- On effectue la multiplication et la division
- Et enfin les additions et soustractions.

Exemple :

Calculons : $\frac{6}{5} \cdot \left[\frac{11}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right)\right]$

On effectue d'abord l'addition dans les parenthèses les plus intérieures.

$$\frac{6}{5} \cdot \left[\frac{11}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right)\right] = \frac{6}{5} \cdot \left[\frac{11}{3} - \frac{1}{4}\right]$$

On fait la soustraction, après avoir réduit au même dénominateur.

$$\frac{6}{5} \cdot \left[\frac{4}{12} - \frac{3}{12}\right] = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{12}$$

On multiplie après simplification.

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

3. Problèmes avec fractions

Énoncé 1: Un cocktail est composé de $\frac{2}{3}$ de jus d'orange, de $\frac{1}{8}$ de jus de citron et de sirop de canne. Quelle part du cocktail représente le sirop de canne?

• Dans ce cocktail, la part du jus de fruit (orange et citron) est égale à :

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{16}{24} + \frac{3}{24} = \frac{19}{24}$$

• La part de sirop de canne est donc égale à :

$$1 - \frac{19}{24} = \frac{24}{24} - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$$

Énoncé 2 : Jean a reçu une somme de son grand-père. Il en dépense d'abord le quart pour s'acheter un livre, puis la moitié du reste pour acheter un disque. Quelle fraction de la somme de départ a-t-il dépensée?

• Jean a d'abord dépensé $\frac{1}{4}$ de la somme puis la moitié du reste (reste = $\frac{3}{4}$), c'est-à-dire :

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

• Jean a donc dépensé en tout $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

CHAPITRE 4 : CALCULS SUR DES FRACTIONS

EXERCICE 1 : **/2 points**

Recopie et complète pour que l'égalité soit vraie.

$\frac{4}{7} = \frac{\dots}{14}$ $\frac{-2}{5} = \frac{6}{\dots}$ $\frac{-24}{16} = \frac{-3}{\dots}$ $\frac{25}{4{,}5} = \frac{\dots}{-9}$

EXERCICE 2 : **/2 points**

Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

$\frac{-2}{5}$; $\frac{4{,}5}{-10}$; $\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{2}$; -1 ; $\frac{7}{8}$.

EXERCICE 3 : **/7 points**

Calcule puis donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$A = \frac{1}{8} - \frac{2}{3}$ $B = \frac{3}{18} + \frac{7}{12}$ $C = 3 - \frac{-7}{6}$

$D = \frac{1{,}4}{3} \times \frac{-2}{1{,}2}$ $E = \frac{-3}{5} \times \frac{-10}{9}$ $F = \frac{-15}{7} \div \frac{-5}{4}$ $G = 5 \div \frac{-10}{3}$

EXERCICE 4 : **/5 points**

Effectue les calculs suivants en détaillant toutes les étapes et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$H = \frac{5}{6} - \frac{-23}{10} + \frac{3}{5}$ $J = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{-6}{5}$ $K = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{2}\right)$

EXERCICE 5 : **/2 points**

a) Les $\frac{5}{8}$ des 24 élèves d'une classe de 3ème ont été orientés en classe de seconde générale et technologique. Combien d'élèves de cette classe ont été orientés en seconde générale et technologique ?

b) 25 % des élèves de cette classe ont été orientés en classe de seconde professionnelle. Combien d'élèves ont-été orientés en seconde professionnelle ?

EXERCICE 6 : **/2 points**

Un ordinateur est vendu 1 500 €. Un tiers de son prix est versé à la commande, un cinquième est versé à la livraison et le reste en dix mensualités identiques.

a) Quelle fraction du prix de l'ordinateur reste-t-il à payer après la livraison ?

b) Quelle fraction du prix de l'ordinateur le montant d'une mensualité représente-t-elle ?

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES - ARITHMÉTIQUE

1) Traduis l'expression en fractions, et calcule la fraction finale:

a) La moitié de la moitié =

b) La moitié de la troisième partie =

c) Le tiers de la moitié =

d) Trois cinquièmes de 180 € =

e) La partie qui reste quand nous dépensons un quart de ce que nous avons initialement =

2) Calcule en simplifiant d'abord le plus possible les fractions. Puis, exprime-les comme des nombres décimaux et, enfin, comme des pourcentages arrondis au premier décimal:

a) $\frac{18}{72} \cdot \frac{21}{49} =$

b) $\frac{28}{84} + \frac{13}{21} + \frac{6}{7} =$

c) $\frac{17}{28} - \frac{4}{7} =$

d) $\frac{9}{7} - \frac{7}{8} =$

e) $\frac{5}{9} + \frac{5}{6} =$

f) $\frac{7}{9} + \frac{13}{18} + \frac{7}{3} =$

g) $\frac{19}{21} - \frac{7}{3} - \frac{2}{7} =$

h) $\frac{7}{6} + \frac{5}{9} - \frac{7}{12} =$

i) $\frac{7}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} =$

j) $\frac{9}{7} \cdot \frac{-7}{8} =$

k) $\frac{27}{-8} \cdot \frac{-4}{9} =$

l) $\frac{-18}{21} : \frac{9}{7} =$

m) $\frac{16}{27} : \frac{4}{9} =$

n) $5 \cdot \frac{4}{5} - \frac{5}{4} \div \left(-\frac{1}{2}\right)$

o) 4 h 36'25'' + 5 h 44' 50'' =

p) $\frac{7}{6} - \left[1 - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$

q) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) =$

3) (2 page 80) Calcule comme dans l'exemple :

- $\dfrac{15^4}{5^4} = \left(\dfrac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$

a) $\dfrac{12^3}{4^3}$ b) $\dfrac{8^5}{4^5}$ c) $\dfrac{5^4}{10^4}$

d) $5^2 \cdot \left(\dfrac{1}{15}\right)^2$ e) $(-4)^3 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^3$ f) $10^2 \cdot \left(-\dfrac{1}{15}\right)^2$

4) (3, 4 page 80) Réduis et calcule :

a) $\dfrac{6^4 \cdot 3^4}{9^4}$ b) $\dfrac{2^5 \cdot 3^5}{6^5}$ c) $\dfrac{3^3 \cdot 3^3}{12^3}$

d) $\dfrac{5^7 \cdot 4^7}{(-20)^7}$ e) $\dfrac{4^2 \cdot (-3)^2}{18^2}$ f) $\dfrac{(-6)^5 \cdot (-3)^5}{36^5}$

a) $\dfrac{x^6}{x^2}$ b) $\dfrac{m^3}{m^5}$ c) $\dfrac{z^4}{z^4}$

d) $\dfrac{x^7 \cdot x^{10}}{x^{12}}$ e) $\dfrac{m^4}{m^5 \cdot m^4}$ f) $\dfrac{a^3 \cdot a^7}{a^4 \cdot a^5}$

5) (5, 6, 7 page 80) Réduis et écris comme une seule puissance :

a) $x^5 \cdot \left(\dfrac{1}{x}\right)^3$ b) $\left(\dfrac{1}{z}\right)^6 \cdot z^4$ c) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{x}{y}\right)^3$

d) $\left(\dfrac{z}{m}\right)^4 \cdot \dfrac{z}{m}$ e) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^4 \cdot \dfrac{y}{x}$ f) $\left(\dfrac{z}{m}\right)^6 \cdot \left(\dfrac{m}{z}\right)^4$

a) $x^3 : \left(\dfrac{1}{x}\right)^2$ b) $\left(\dfrac{1}{z}\right)^3 : z$ c) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^6 : \left(\dfrac{x}{y}\right)^5$

d) $\left(\dfrac{z}{m}\right)^8 : \left(\dfrac{z}{m}\right)^5$ e) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2 : \dfrac{y}{x}$ f) $\dfrac{z}{m} : \left(\dfrac{z}{m}\right)^3$

a) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^4 \cdot y^4$ b) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{1}{a}\right)^3$ c) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{b}{a}\right)^4$

d) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3 : x^3$ e) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^4 : \left(\dfrac{1}{b}\right)^3$ f) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^5 : \dfrac{y}{x}$

6) Écris sous forme décimale les nombres suivants:

a) $10^5 =$

b) $10^{-6} =$

c) $1234 \cdot 10^{-2} =$

d) $0,32 \cdot 10^{-3} =$

e) $0,042 \cdot 10^2 =$

f) $274 \cdot 10^3 =$

7) Calcule :

a) $2^2 - (-2)^2 \cdot 3 + (-1)^7 + (-5)^0 =$

b) $-3 \cdot 2^2 + (2-4)^2 \cdot (-3)^0 =$

c) $2^5 + 3(7-2)^2 + 7 - 7(3-7) =$

d) $(-3)^4 + 3 \cdot (7^2 - 6^2) - 13 - 13 \cdot 5 - 7 =$

e) $-2^6 - 2 \cdot [5 - (6 - 3 \cdot 5)] - 2^0 - (-1)^{12} =$

f) $(-3)^4 + 3 \cdot (7^2 - 5^2) - 13^0 + (-1)^7 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 3^2$

PROBLÈMES

1) De trois cents livres d'une bibliothèque, un sixième sont de poésie ; il y a aussi cent-quatre-vingts romans, et le reste sont des livres d'Histoire. Quelle fraction représentent ces derniers?

2) D'un tambour d'huile on en prend la moitié, puis un cinquième du reste. Si dans le tambour il y a encore cinq litres, quelle est sa capacité?

3) Deux agriculteurs, père et fils, mettent deux heures à labourer un champ. Si le père laboure seul, il met six heures. Combien aurait mis le fils à le faire tout seul lui aussi?

4) Un robinet remplit un dépôt d'eau en neuf heures. Si on ouvre aussi le tuyau, il le fait en trente-six heures. Avec le robinet fermé, en combien de temps le tuyau viderait le dépôt ?

5) D'un tambour d'huile on en prend la moitié, puis un cinquième du reste. Si dans le tambour il y a encore cinq litres, quelle est sa capacité?

6) Une voiture fait un trajet aller-retour. À l'aller il emploie 13/15 de la capacité totale du réservoir. Au retour, il se ravitaille, et puis il utilise 17/20 de celui-ci. Quand a-t-il employé plus de combustible ?

7) Un camion circule par une voie rapide à 95 km/h, il doit parcourir 228 km. Combien de temps met-il par réaliser le trajet ?

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 4

1. Calcule

   a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{9}$ b) $\frac{5}{9}-\frac{7}{12}+\frac{11}{18}$

2. Calcule

   a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3}\cdot 6$ d) $\frac{2}{3}:4$

3. Calcule

   a) $\dfrac{2}{\frac{1}{3}}$ b) $\dfrac{\frac{10}{3}}{6}$ c) $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{4}}$ d) $\dfrac{\frac{1}{3}\cdot 5}{\frac{1}{6}\cdot 10}$

4. Calcule

   a) $\frac{11}{12}-\left[1-\left(\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\right]$ b) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(2-\frac{2}{5}\right)$

5. Réduis

   a) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^{3}$ b) $\left(\frac{2}{x}\right)^{2}:\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ c) $\left[\left(\frac{1}{y}\right)^{2}\right]^{3}$

6. Calcule

   a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\cdot 6^{3}$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^{2}:\left(\frac{3}{5}\right)^{3}$

7. Écris sous forme décimale

   a) $1{,}38\cdot 10^{6}$ b) $8{,}451\cdot 10^{-7}$

8. Exprime en notation scientifique

   a) $24\,700\,000\,000$ b) $0{,}0000000238$

9. Un kiosque a vendu le matin 1/3 du total reçu quotidiennement et l'après-midi 2/5 aussi du total. S'il reste sans avoir vendu 20 journaux, combien en ont-ils reçu?

10. Un homme fait ses courses et dépense 1/3 de son argent dans une veste et 2/5 de ce qu'il restait au marché. S'il a encore 30 euros, combien d'argent avait-il avant les achats?

11. Dans un sac, il y a des balles blanches, noires et rouges. Les blanches représentent les trois cinquièmes du total et les rouges, les deux tiers des noires. Quelle fraction du total suppose les noires?

2° ESO

CHAPITRE 4 : CALCULS SUR DES FRACTIONS

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	La valeur arrondie au dixième de $\frac{2}{3}$ est...	0	1	0,6	0,7
2	Une valeur approchée de $\frac{19}{13}$ au millième près est...	1,46	1,461	1,462	1,4615
3	$\frac{-24}{-18} = \ldots$	$\frac{20}{15}$	$-\frac{4}{3}$	1,33	$\frac{4}{3}$
4	L'opposé de $\frac{4}{5}$ est...	$\frac{5}{4}$	$\frac{-4}{-5}$	$\frac{-4}{5}$	$-\frac{4}{5}$
5	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \ldots$	$\frac{3}{5}$	$\frac{-4}{-5}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{4}{5}$
6	$\frac{37}{15}$ est supérieur à...	2	$\frac{77}{30}$	$\frac{598}{599}$	$\frac{25}{10}$
7	$\frac{-14}{5}$ est inférieur à...	$\frac{14}{-5}$	-2	$\frac{-14}{3}$	son inverse
8	$\frac{17}{24}$ est le résultat de...	$\frac{10}{12} + \frac{7}{12}$	$\frac{5}{24} + \frac{1}{2}$	$16 + \frac{1}{24}$	$\frac{15}{8} - \frac{7}{6}$
9	$\frac{-5}{6}$ est le résultat de...	$\frac{-1}{3} \times \frac{-5}{2}$	$\frac{-5}{11} \times \frac{11}{6}$	$\frac{-30}{36} \div 6$	$-5 \times \frac{1}{6}$
10	$-\frac{7}{5} \div \frac{2}{-3} = \ldots$	2,1	$\frac{10}{21}$	$\frac{3,5}{1,6}$	$-\frac{21}{10}$
11	$\frac{\frac{2}{3}}{4} = \ldots$	$2 \div 3 \div 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{2}{12}$	On ne peut pas calculer
12	$\frac{3}{2} + \frac{-3}{2} \times \frac{5}{6} = \ldots$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{-33}{12}$	$\frac{-12}{14}$
13	L'inverse de $\frac{3}{5} + \frac{3}{11}$ est...	$\frac{16}{3}$	$\frac{55}{48}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{48}{55}$
14	$\frac{3}{4}$ est égal...	au double de $\frac{3}{8}$	à la moitié de $\frac{63}{42}$	à $\frac{3+13}{4+13}$	à $\frac{-3}{x} \div \frac{-4}{x}$ pour tout nombre x non nul

2º ESO

CHAPITRE 5 : PROPORTIONNALITÉ ET POURCENTAGES

1. RAISONS ET PROPORTIONS

La raison de deux nombres est la fraction $\frac{a}{b}$
Une proportion est une identité entre deux raisons $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
Pour calculer le terme inconnu dans une proportion, on utilise la propriété des fractions équivalentes :
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \rightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c$

2. GRANDEURS DIRECTEMENT PROPORTIONNELLES

Deux grandeurs sont dites proportionnelles lorsque les valeurs de la deuxième s'obtiennent en multipliant les valeurs de la première par un même nombre. Ce nombre est appelé le coefficient de proportionnalité.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES :

- **Le retour à l'unité**

Le principe est simple : il consiste à calculer la valeur associé à l'unité. Il suffit ensuite de **multiplier** cette valeur « à l'unité » appelé coefficient de proportionnalité par le nombre correspondant pour obtenir la quantité.

- RÈGLE DE TROIS SIMPLE

La **règle de trois** ou **règle de proportionnalité** est une méthode mathématique permettant de déterminer l'un des termes d'un tableau de proportionnalité à partir des autres. Elle peut aussi être utilisée pour vérifier qu'un tableau de valeurs satisfait une relation de proportionnalité.

- **Règle de trois simples directes**

Cette règle repose sur l'égalité des **produits en croix**, qui sont les produits des termes de chaque diagonale dans un tableau de proportionnalité à deux lignes et deux co**lonnes.**

3. GRANDEURS INVERSEMENT PROPORTIONNELLES PROPORTIONNALITÉ INVERSE

Deux grandeurs sont inversement proportionnelles, si l'une est proportionnelle à l'inverse de l'autre. Cette condition équivaut à ce que leur produit soit constant.

$K = a \cdot b$

Cette constante est un coefficient de proportionnalité inverse

Exemple : Une voiture parcourt une distance en 5 heures à une vitesse de 100 km/h. On demande de compléter le tableau de proportionnalité suivant qui concerne cette voiture :

Vitesse km/h	100	50		
Temps (heures)	5		4	

PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ INVERSE

- **Le retour à l'unité**

Le principe est simple : il consiste à calculer la valeur associée à l'unité. Il suffit ensuite de **diviser** cette valeur « à l'unité » appelée coefficient de proportionnalité par le nombre correspondant pour obtenir la quantité.

- **Règle de trois simples inverses**

Il y a des grandeurs qui **diminuent** proportionnellement à un accroissement des données.

Par exemple, si on demande en combien de temps 10 ouvriers construiront un certain mur que 15 ouvriers ont pu élever en 12 jours, on considérera qu'il faut, pour construire un tel mur, un travail égal à 18 jours.

4. PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ MULTIPLE

Il s'agit de problèmes faisant intervenir la composition de plus de deux relations de proportionnalité simple.

Exemple : La classe de CM2 prépare une classe de mer pour 50 enfants pendant 28 jours.
Comment calculer la consommation de sucre nécessaire, sachant qu'il faut compter 3,5 kg de sucre par semaine pour 10 enfants ?

5. POURCENTAGES

- **Calculer un pourcentage**

Un pourcentage est un rapport exprimé d'une manière particulière; il s'agit de comparer une quantité à 100.
On écrit avec le signe % → **a% et on le lit "a pourcent".**

Fractions et pourcentages

Un pourcentage, c'est une fraction dont le dénominateur est 100

$a\% \rightarrow \frac{a}{100}$

Pourcentages et nombres décimaux

Il faut écrire le pourcentage sous forme de fraction décimale puis calculer la valeur de la fraction obtenue.

Pourcentages spéciaux

- Le 50% c'est la moitié. Pour calculer le 50%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,5 ou bien diviser la quantité par 2.
- Le 25% c'est la quart part. Pour calculer le 25%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,25 ou bien diviser la quantité par 4.
- Le 20% c'est la cinquième part. Pour calculer le 20%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,2 ou bien diviser la quantité par 5.
- Le 10% c'est la dixième part. Pour calculer le 10%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,1 ou bien diviser la quantité par 10.

6. LES INTÉRÊTS SIMPLES

L'intérêt est simplement le prix de mettre à disposition un montant d'argent (un capital) pendant une certaine période. C'est donc la rémunération de la location d'argent qui doit se déterminer en fonction d'un pourcentage (taux d'intérêt) appliqué sur le montant prêté ou emprunté et de la durée de mise à disposition de cet emprunt/prêt

I = (C. r. t)/100 (r taux d'intérêt, t temps en années)

EXERCICES DE PROPORTIONNALITÉ ET POURCENTAGES

1) Une dose d'un certain médicament contient 15 mg du principe actif. Combien de doses peut-on préparer avec 240 g de ce principe actif?

2) Marta a mis 140 pas pour parcourir 100 m. Quelle fraction de mètre avance-t-elle à chaque pas?

3) Pour un melon de trois kilos et un quart j'ai payé 4,55 €. Je paierai combien pour un autre melon de deux kilos et demi?

4) 6 ouvriers nettoient un gymnase en dix heures. Combien de temps mettraient 8 ouvriers pour faire le même travail?

5) Un maçon, un plombier et un électricien ont présenté une facture de 3600 € pour leur travail. Le maçon a mis dix-huit heures; le plombier, quinze, et l'électricien, douze heures. Quel prix correspond à chacun, si l'on considère que l'heure de chaque spécialité vaut le même?

6) Des quatre-vingts mille kilos de raisins qu'on projette de récolter dans une vigne, on a déjà récolté trente mille. Quel pourcentage du projeté avons-nous déjà récolté?

7) Un pull-over qui coûtait quatre-vingt-huit euros a été réduit un 15%. Combien coûte-t-il maintenant?

8) Nous avons payé douze euros pour un maillot avec une réduction du 20%. Combien coûtait-il avant la réduction?

9) Pour un travail, nous avons payé le peintre 80 €, en appliquant une TVA réduite, du 10%. Combien aurait-on dû payer si l'on avait ajouté le 21% ordinaire?

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 5

1. Complète ce tableau dans ton cahier

Grandeur M	1	2	4	5
Grandeur N	20			

   a) ... en supposant que les quantités M et N sont directement proportionnelles.
   b) ... en supposant que les grandeurs M et N sont inversement proportionnelles.

2. a) Une source jette 180 l d'eau en 6 min. Combien de litres va-t-il jeter en un quart d'heure?
   b) En ouvrant 6 robinets, un réservoir se vide en 50 minutes. Combien de temps faudra-t-il pour vider en n'ouvrant que 4?

3. a) Une voiture, à une moyenne de 70 km / h, fait un trajet en 6 heures. Combien de temps allez-vous consacrer au retour si vous conduisez à une moyenne de 100 km / h?
   b) Pour une daurade de 875 g, Eva a payé 10,85 €. Combien Miguel paiera-t-il pour une autre de 1,2 kg?

4. Si 50 veaux d'engraissement consomment 1 400 kg de luzerne par semaine, combien de kilos de luzernes sont nécessaires pour nourrir 30 veaux pendant 20 jours?

5. Partage 585 dans:
   a) Parties directement proportionnelles à 3, 4 et 6.
   b) Parties inversement proportionnelles à 3, 4 et 6

6. Complète ce tableau dans ton cahier

Pourcentage	25%	80%	6%		
Fraction				1/5	
Nombre décimal					0,07

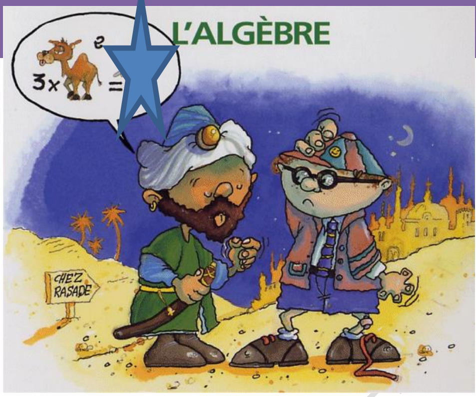
7. Calcule :
   a) 65 % de 80 **b) 4 % de 3 200** **c) 16 % de 160**
8. Sur un pylône à eau contenant 36 000 litres, 15% ont été dépensés. Combien de litres reste-t-il?

9. Aujourd'hui, dans une classe de 30 étudiants, 6 ont manqué. Quel est le pourcentage de manquant?

10. Un hôpital a 210 lits occupés, ce qui représente 84% des lits disponibles. Combien de lits l'hôpital a-t-il?

11. Calcule l'intérêt produit par un capital de 5500 €, placé à 3,6% au long de 4 ans.

12. Quel est le coût d'un emprunt de 24 000 € à 8,2% sur cinq mois?



1. L'ALGÈBRE: À QUOI SERT?

Le calcul littéral, c'est du calcul avec des lettres. Ces lettres représentent des nombres inconnus.

Le calcul littéral permet de résoudre des problèmes compliqués, en utilisant des équations.

Suivant les problèmes, le nombre inconnu, souvent représenté par la lettre x, peut être une distance à parcourir, le cours d'une action en bourse, la température dans une ville dans 3 jours,...Les météorologues par exemple utilisent beaucoup de nombres inconnus dans leurs calculs.

- Quand les lettres expriment nombres, peuvent être traités de la même façon pour les opérations et leurs propriétés.
- La partie des mathématiques qui a pour objet l'étude des grandeurs en substituant des lettres aux valeurs numériques est l'algèbre.

2. EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

Travailler en algébrique c'est faire des relations des nombres et des lettres.

Monômes

Expression algébrique la plus simple, où les opérations à effectuer sur les lettres sont des multiplications ou des élévations à une puissance.

Un monôme est composé de deux parties un facteur numérique que l'on appelle coefficient et un produit de facteurs littéraux que l'on appelle partie littéral

$-6x^3$; $5xy$

Le **degré** d'un monôme est la somme des exposants de toutes ses lettres.

Les **monômes semblables** sont des monômes qui ont la même partie littérale, c'est-à-dire les mêmes lettres avec mêmes exposants.

Addition et soustraction de monômes

On peut sommer des monômes seulement s'ils sont semblables. La somme de monômes semblables est un monôme semblable dont :

- le coefficient est la somme des coefficients des monômes ;
- la partie littérale est la même.

Exemple : $8x^2 +5x^2 -2x^2= 11x^2$

Multiplication de monômes

Le produit de monômes est un monôme dont le coefficient est le produit des coefficients des monômes et la partie littérale comprend les lettres contenues dans les monômes, chacune d'elles étant affectée d'un exposant égal à la somme de ses exposants dans les facteurs (propriété de la multiplication de puissances à même base).

Exemple : $(-3x^3) \cdot (2x^2) = -6x^5$

Division de monômes

La division de monômes peut être :

- Un nombre

Exemple : $(8x^3) : (2x^3) = 4$

- Un monôme.

Exemple : $(-8x^3) : (2x^2) = -4x$

Le quotient de monômes est un monôme dont le coefficient est le quotient des coefficients des monômes et la partie littérale comprend les lettres contenues dans les monômes, chacune d'elles étant affectée d'un exposant égal à la différence de ses exposants dans les facteurs (propriété de la division de puissances à même base).

- Une fraction algébrique

Exemple : $\frac{2xy}{5x^2z}$

3. POLYNÔMES

C'est une expression littérale avec plus d'un terme. On doit écrire avec le moins de termes possible. Le **degré** du polynôme, c'est le plus grand des degrés des termes.

- **La valeur d'un polynôme**, c'est le résultat qu'on obtient en remplaçant les lettres ou variables par des nombres déterminés et en faisant après les opérations.

- **OPÉRATIONS AVEC POLYNÔMES**

Addition et soustraction de polynômes

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

- Multiplication de polynômes

Pour multiplier deux polynômes on multiplie chaque monôme d'un polynôme par tous les monômes de l'autre polynôme, puis on réduit les termes semblables.

4. IDENTITÉS REMARQUABLES

- **Carré d'une somme**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Carré d'une somme = carré du premier terme + double produit+ carré du second terme

- **Carré d'une différence**

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Carré d'une différence carré du premier terme - double produit+ carré du second terme

- **Produit d'une somme par une différence**

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Produit d'une somme par une différence= différence de deux carrés

- **FACTEUR COMMUN**

Remplacer une somme par un produit égal, c'est factoriser. La **mise en évidence** simple est une méthode qui permet de factoriser un polynôme composé de monômes qui contiennent tous un même facteur commun. Pour factoriser, suivant le cas, on peut utiliser :

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

$A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B+C)$ $\qquad$ $A \cdot B - A \cdot C = A \cdot (B-C)$

EXERCICE 1A.1

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont sous forme réduite ?	FORME REDUITE	FORME NON-REDUITE
$A = 4x^2 + 6x - 7$		
$B = 7x + 6 - 3x^2 - x$		
$C = 2x^3 + 4 - 6x^2 + x^2$		
$D = 4a - 6a + 5a - 3$		
$E = b^2 + (3b + b^5) - 6$		
$F = 3x - 9x^3 + 6x^2$		
$G = 9 - x^2 + 3x^2 - 9x$		
$H = 6x - (x + 5) + x^2$		
$I = (4 + 3x - 2x^2) + (4x - x^2)$		
$J = 5x^2 - (6x + 1)$		

EXERCICE 1A.2

Associer chaque expression de gauche à sa forme réduite (à droite) :

$3x + 2 + 4x$	•	•	$7x^2 + 2$
$x^2 - 3 + 6x^2 + 1$	•	•	$7x^2 - 3$
$4x^2 + 5 + 3x - 3$	•	•	$7x + 2$
$5x^2 + 2 + 2x^2$	•	•	$4x^2 + 3x + 2$
$x^2 + 5x^2 - 4 + x^2$	•	•	$7x^2 - 2$

EXERCICE 1A.3

Réduire les expressions suivantes :

$A = 2x^2 + 3x + 5 - x^2 + 2x - 4$

$A = ... x^2 + ... x + ...$

$B = 6x^2 - 5x + 9 - 7x^2 + 3x - 3$

$B = ... x^2 \ ...... x ......$

$C = 6x - 5x^2 + 7 - x^2 + 3x - 12$

$C = ... x^2 \ ...... x ......$

$D = 5 + 6x - 3 + 7x^2 - x - 9 + x^2 - 12x^2 - 4x - 10$

$D = ... x^2 \ ...... x ......$

$E = x^3 + 6 - 8x + x^2 - 3x^3 - 5 + 3x^2 - 3x - 2x^2$

$E = ... x^3 ...... x^2 \ ...... x ......$

EXERCICE 1A.4

Réduire les expressions suivantes :

$A = 4x^2 - 6x + 8 - 3x^2 + 9x - 2$

$B = -8x^2 + 7x - 3 + 4x^2 - 9x + 11$

$C = -4x + x^2 - 6 + 5x^2 + 3x - 10 - 8x^2 + 2x$

$D = 2x^2 + 6x + x^2 - 3x - x^2 + 3x - 2x - 6x$

$E = 9 - x^2 + 3x^2 - 9x + 7 + 5x^3 - 7x^3$

$F = 2x^3 + 4 - 6x^2 + x^2 - 2x + 9x - 3x - 9x$

EXERCICE 1B.5

Recopier puis réduire les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3} + \frac{5}{2}x + \frac{7}{4}x$$

$$B = \frac{3}{5}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{10}x - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}x^2$$

EXERCICE 1A.1 - Donner le carré de chaque expression :

a. $(3x)^2 = 9x^2$ **b.** $(2x)^2 =$ ...... **c.** $(5x)^2 =$ ...... **d.** $(6x)^2 =$ ...... **e.** $(9x)^2 =$ ......

f. $(7x)^2 =$ ...... **g.** $(10t)^2 =$ ...... **h.** $(4a)^2 =$ ...... **i.** $(x^2)^2 =$ ...... **j.** $(-5x)^2 =$ ......

EXERCICE 1A.2 - Réduire chaque produit :

a. $2 \times 3x \times 4 = 24x$ **b.** $3 \times 5x \times 2x =$ ...... **c.** $4 \times 2x \times 5 =$ ...... **d.** $x \times 8 \times 2x =$ ...... **e.** $3 \times x \times 2x =$ ......

f. $7 \times 4 \times 2x =$ ...... **g.** $2 \times 7x \times 3 =$ ...... **h.** $3 \times 5x \times 2x =$ ...... **i.** $2 \times 6x \times 3x =$ ...... **j.** $4 \times 10x \times 6x =$ ......

EXERCICE 1A.3 - Développer en utilisant l'identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$Z = (x + 3)^2$ $Z = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $Z = x^2 + 6x + 9$	$A = (3 + x)^2$	$B = (x + 5)^2$
$C = (2x + 1)^2$	$D = (1 + 3x)^2$	$E = (3x + 2)^2$
$F = (5x + 3)^2$	$G = (x^2 + 1)^2$	$H = (3 + 4x)^2$

EXERCICE 1A.4 - Développer en utilisant l'identité remarquable : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$Z = (5 - x)^2$ $Z = 5^2 - 2 \times 5 \times x + x^2$ $Z = 25 - 10x + x^2$	$A = (x - 2)^2$	$B = (1 - 3x)^2$
$C = (3 - x)^2$	$D = (2x - 1)^2$	$E = (3 - 5x)^2$
$F = (3x - 2)^2$	$G = (4x - 3)^2$	$H = (4 - 3x^2)^2$

EXERCICE 1A.5 - Développer en utilisant l'identité remarquable : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$Z = (2x + 5)(2x - 5)$ $Z = (2x)^2 - 5^2$ $Z = 4x^2 - 25$	$A = (x + 2)(x - 2)$	$B = (x + 3)(x - 3)$
$C = (3x - 1)(3x + 1)$	$D = (2x + 1)(2x - 1)$	$E = (5 + 3x)(5 - 3x)$
$F = (3x - 2)(3x + 2)$	$G = (3 + 4x)(3 - 4x)$	$H = (4x^2 + 3)(4x^2 - 3)$

EXERCICE 2A.1

Souligner le **facteur commun** dans chaque expression:

A = <u>3</u>x + <u>3</u>y

B = -3a + 3b

C = 7x + 12 x

D = -6(3x − 2) − (3x − 2)(x − 4)

E = (x + 2)(x + 1) + (x + 2)(7x − 5)

F = (2x + 1)² + (2x + 1)(x + 3)

G = (x + 1)(2x − 3) + (x + 1)(5x + 1)

H = (3x − 4)(2 − x) − (3x − 4)²

I = (6x + 4)(2 + 3x) + (2 + 3x)(7 − x)

J = (3 + x)(5x + 2) + (x + 3)²

EXERCICE 2A.2

Factoriser chaque expression en utilisant la règle « ka + kb = k(a + b) » :

A =	**4x + 4y**	**=**	**4(x + y)**
B =	6 × 9 + 6 × 3	=	
C =	8a + 8b	=	
D =	5 × 3 + 3 × 14	=	
E =	2 + 2x	=	
F =	7a + 7	=	
G =	4x² + 4x	=	
H =	6y + 6y²	=	
I =	3x² + 5x	=	
J =	2ab + b²	=	

EXERCICE 2A.3

Compléter l'intérieur des parenthèses, comme dans l'exemple :

A =	**4a + 12**	**=**	**4 (a + 3)**
B =	2x + 6y	=	2 ( )
C =	5x² − 30x	=	5x ( )
D =	5(x − 1) + 3x(x − 1)	=	(x − 1) ( )
E =	15x − 20y	=	5 ( )
F =	-7xy + 14y	=	7y ( )
G =	a + 2ax	=	a ( )
H =	3x² + x	=	x ( )
I =	7x(x + 3) − 6(x + 3)	=	(x + 3) ( )
J =	4xy² + 12x²y	=	4xy ( )

EXERCICE 2A.4

Écrire le terme souligné sous forme d'un produit puis factoriser l'expression :

A =	**4a + <u>12</u>**	**=**	**4a + 4 × 3**	**=**	**4(a + 3)**
B =	5x + <u>10</u>	=		=	
C =	6x − <u>24</u>	=		=	
D =	<u>36</u> − 4x	=		=	
E =	7x + <u>14</u>	=		=	
F =	<u>35</u> − 5x	=		=	
G =	8x − <u>24</u>	=		=	
H =	<u>12</u>x + <u>18</u>	=		=	
I =	<u>6</u> − <u>15</u>x	=		=	
J =	<u>30</u>x − <u>42</u>	=		=	

EXERCICE 2A.5

Factoriser les expressions suivantes comme dans l'exemple :

Z = 5(<u>x + 1</u>) + 3(<u>x + 1</u>) **Z = (x + 1)(5 + 3)** **Z = 8(x + 1)**	A = 13(x + 2) + 5(x + 2)	B = 7(2x − 3) + 2(2x − 3)
C = 3x(x + 2) − 5(x + 2)	D = 4(x + 3) + 9x(x + 3)	E = 7x(3x + 1) − 10x(3x + 1)

1.- Développez et réduisez l'expression suivante (penser à ordonner):

$A = (7x + 9)^2$; A = ______________________________

$B = (3x - 7)^2$; B = ______________________________

$C = (7x + 3)(7x - 3)$; C = ______________________________

$D = (3 + 7x)^2$; D = ______________________________

$E = (5 - 7x)^2$; E = ______________________________

2.-Factorisez l'expression suivante:

$F = 25x^2 + 70x + 49$; F = ______________________________

$G = 81x^2 - 54x + 9$; G = ______________________________

$H = 81x^2 - 9$; H = ______________________________

$I = 9x - 49x^2$; I = ______________________________

$J = (3x + 5)^2 - (2x + 9)^2$; J = ______________________________

3.-

Déterminez la forme développée de chacune des expressions suivantes.

Exercice 1 $f(x) = (4x + 3)^2$.

Exercice 2 $f(x) = (5x - 9)(5x + 9)$.

Exercice 3 $f(x) = (9x + 6)^2$.

Exercice 4 $f(x) = (x - 8)(x + 8)$.

Exercice 5 $f(x) = (9x - 9)(9x + 9)$.

Exercice 6 $f(x) = (4x - 7)(4x + 7)$.

Exercice 7 $f(x) = (2x - 10)^2$.

Exercice 8 $f(x) = (10x + 5)^2$.

Exercice 9 $f(x) = (7x + 2)^2$.

Exercice 10 $f(x) = (7x - 5)(7x + 5)$.

Exercice 11 $f(x) = (x + 4)^2$.

Exercice 12 $f(x) = (5x - 1)^2$.

Exercice 13 $f(x) = (7x - 1)^2$.

Exercice 14 $f(x) = (8x - 7)^2$.

Exercice 15 $f(x) = (2x + 5)^2$.

4.-

Déterminez une forme factorisée de chacune des expressions suivantes.

Exercice 1 $f(x) = 16x^2 + 8x + 1$.

Exercice 2 $f(x) = 36x^2 - 96x + 64$.

Exercice 3 $f(x) = 9x^2 - 36$.

Exercice 4 $f(x) = 64x^2 + 144x + 81$.

Exercice 5 $f(x) = 49x^2 - 100$.

Exercice 6 $f(x) = x^2 - 2x + 1$.

Exercice 7 $f(x) = 64x^2 - 9$.

Exercice 8 $f(x) = 49x^2 - 112x + 64$.

Exercice 9 $f(x) = 81x^2 - 25$.

Exercice 10 $f(x) = 9x^2 + 30x + 25$.

Exercice 11 $f(x) = x^2 - 100$.

Exercice 12 $f(x) = 4x^2 - 24x + 36$.

Exercice 13 $f(x) = 16x^2 - 9$.

Exercice 14 $f(x) = 9x^2 - 42x + 49$.

Exercice 15 $f(x) = 4x^2 + 24x + 36$.

1. ÉQUATIONS

Égalités algébriques : identités et équations

Une égalité algébrique est formée de deux membres séparés par le signe =. Il y a deux types d'égalités :

- **Identité** : c'est vrai pour toutes les valeurs des lettres

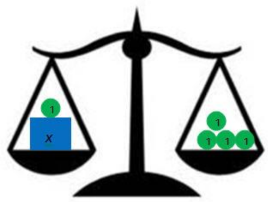
Exemple : 2x+x =3x VRAI

- **Équation** : ce n'est pas vrai pour toutes les valeurs des lettres

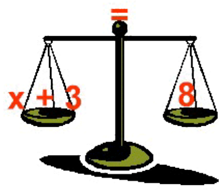
Exemple : 2x-5=3 seulement vrai pour x=4

Résoudre l'équation consiste à déterminer les valeurs que peut prendre la variable pour rendre l'égalité vraie

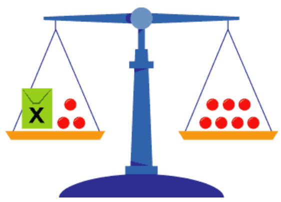
2. ÉLÉMENTS D'UNE ÉQUATION



- Les deux **membres** séparés par le signe =
- **Terme** : c'est chaque terme d'une addition.
- Les inconnues : ce sont les lettres qui ont des valeurs inconnues
- **Degré** : c'est le plus grand des degrés des termes après avoir fait une réduction.
- **Solutions** : Ce sont les valeurs pour lesquelles l'égalité est vérifiée



3. RESOLUTION D'ÉQUATIONS (I)



L'équation x + c = d a pour solution **x = d - c**

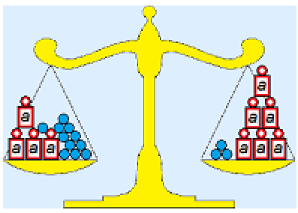
Pour **résoudre** x + c = d, on retranche **c** aux deux membres de l'équation

car x + c − **c** = d − **c** donne **x = d - c**

L'équation x - c = d a pour solution **x = d + c**

Pour **résoudre** x - c = d, on ajoute **c** aux deux membres de l'équation

car x - c **+ c** = d **+ c** donne **x = d + c)**



L'équation c·x = d a pour solution **x** = $\frac{d}{c}$

Pour **résoudre** c·x = d , on divise par **c** les deux membres de l'équation

car $\frac{c \cdot x}{c} = \frac{d}{c}$ donne **x** = $\frac{d}{c}$

L'équation $\frac{x}{c}$= d a pour solution **x = d· c**

Pour **résoudre** $\frac{x}{c}$= d , on multiplie par **c** les deux membres de l'équation

car $\frac{x}{c}$ ·**c** = d ·**c** donne **x = d·c**

4. RESOLUTION D'ÉQUATIONS (II)

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour que l'égalité soit vraie. Il s'agit de la modifier jusqu'à obtenir x.
Pour résoudre une équation (trouver la solution de l'équation) :

1. On passe les termes contenant des "x" à une côté du symbole = en changeant leur opération, et les termes formés de nombres à l'autre côté du = en changeant leur signe.
Par exemple 3x+1=13+2x devient 3x-2x=13-1.

2. On réduit les expressions littérales obtenues. On obtient 2x=8.

3. On divise les deux côtés par le nombre qui est devant "x", y compris si il est négatif.
On obtient x=8÷2 donc x=4.

5. ÉQUATIONS AVEC DÉNOMINATEURS

On peut écrire tous les termes avec un même dénominateur puis multiplier par ce dénominateur commun pour simplifier l'équation.

6. PROCÉDÉ POUR RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

Etapes à respecter
1. On supprime les parenthèses (règle des signes ou développement) puis on résout l'équation.
2. On peut écrire tous les termes avec un même dénominateur puis multiplier par ce dénominateur commun pour simplifier l'équation.
3. On isole l'inconnue dans un membre de l'égalité en transposant les termes.

7. RESOLUTION DE PROBLÈMES

Etapes à respecter :
1. Définir l'inconnue
2. **Mettre le problème en équation**
3. Résoudre l'équation
4. **Vérifier le résultat et conclure**

8. ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ.

Ce sont les équations qui, après transformations, se ramènent à la forme
$ax^2 + bx + c = 0$, dans laquelle **a, b** et **c** sont des nombres connus et **x** l'inconnue.
$a \neq 0$

9. RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Équations du second degré incomplètes.

- Si **b**=0 . Équations du type ***ax²+c=0***. Les solutions sont

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

- Si **c=0**. Équations du type ***ax²+bx=0***. Les solutions sont ***x=0*** et $x = -\frac{b}{a}$

- Si **b=0** et **c=0** . Équations du type ***ax²=0***. La solution est ***x=0***

Équations du second degré complètes

La formule pour résoudre une équation du second degré complète, c'est :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ACTIVITE 1B.1

On considère l'équation : 5x – 22 = 34 – 3x

a. 5 est-il une solution de cette équation ?

D'une part : **5x – 22 : 5 · 5 – 22 = 25 – 22 = 3**
D'autre part : **34 – 3x : 34 – 3 · 5 = 34 – 15 = 19**
5 n'est pas solution de l'équation.

b. 4 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

c. 7 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

ACTIVITE 1B.2

On considère l'équation : $x^2 + 1 = 6 - 4x$

a. 5 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

b. -3 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

c. -5 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

Exercice 1B.1

Résoudre ces équations :

a. $x + 5 = 9$	*b.* $x - 4 = 13$
c. $-7 = x - 3$	*d.* $7x = 21$
e. $-3x = 12$	*f.* $5x = -3$

Exercice 1B.2

Résoudre ces équations :

a. $5x - 25 = 0$	*b.* $3x + 1 = 7$
c. $7x + 13 = -2$	*d.* $4x - 3 = 0$
e. $4 - 3x = 11$	*f.* $5 - x = 7$

Exercice 1B.3

Résoudre ces équations :

a. $3x = 2x + 5$	*b.* $4 - 5x = 9x$
c. $4x + 2 = x + 11$	*d.* $3x - 7 = -2x - 9$
e. $5x - 1 = 7x - 1$	*f.* $3x - 2 + x = 6 + 4x$

Exercice 1B.4

Résoudre ces équations sur le cahier :

a. $4x = \frac{3}{5}$	*b.* $\frac{2}{3}x = 7$	*c.* $\frac{6}{5}x = \frac{-7}{11}$
d. $-7x = \frac{4}{-3}$	*e.* $\frac{-3}{2}x = 5$	*f.* $\frac{-5}{7}x = \frac{-2}{-3}$

Exercice 1B.5

Traduire chaque phrase par une équation, puis trouver le nombre x :

a. « Le double de x vaut 6 ».
b. « Le triple de x vaut 33 ».
c. « 9 retranché de x vaut 4 » .
d. « Le double de x ajouté à 6 vaut 0 ».
e. « 6 retranché du triple de x vaut 9 ».
f. « Le quintuple de x ajouté à 2 vaut x ».
g. « Le double de la somme de x et de 3 vaut x ».
h. « La somme de x et de 6 vaut le triple de la somme de x et de 1 ».

Exercice 1B.6

Mettre chaque problème en équation puis résoudre :

a. Un bouquiniste vend des livres à un prix unique de 12€. A la fin de la journée, la recette est de 1020€.
Combien de livres a-t-il vendu aujourd'hui ?

b. Chloé mesure aujourd'hui 1,54m. Elle a grandi de 7 cm depuis l'été dernier.
Combien mesurait-elle l'été dernier ?

c. Bastien achète un blouson à 99€, et comme il lui reste de l'argent, il achète 2 T-Shirts. Il dépense 127€ en tout.
Combien coûte un T-Shirt ?

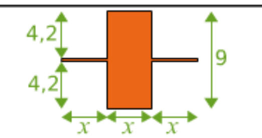
d. Quentin voulait s'acheter 3 bandes dessinées mais une fois au magasin, il en a choisi 5. Cela lui coûtera 18€ de plus que ce qu'il avait prévu.
Combien coûte une bande dessinée ?

e. La somme de deux nombres décimaux est 24. Sachant que l'un des nombres est le double de l'autre, trouver ces deux nombres.

f. La somme de trois nombres consécutifs est 24. Trouver ces trois nombres.

g. Voici la règle d'un jeu :
→ Si on gagne, on reçoit 10€.
→ Si on perd, on donne 4€.
J'ai joué à ce jeu 25 fois, et j'ai perdu 2€ en tout.
Combien de fois ai-je gagné ?

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	Les équations sont :	$A = 3x + 4$	$5x^2 + 6x - 3 = 0$	$6a + 1 = a - 2$	$6y + 7$
2	$x = -3$ donc…	$4x > 0$	$2x + 5 = \frac{2x}{3} + 1$	$x^2 + 6x + 9 = 0$	$x + 7 = -21$
3	-8 est la solution de l'équation…	$2a + 17 = 1$	$(8 + x)(x + 3) = 0$	$0x = 0$	$n^2 = 64$
4	$3x - 4 = -2x + 11$ donc…	$-1x = 9x$	$5x = 7$	$x = 3$	$5x - 15 = 0$
5	L'équation $2x - 6 = 2(-2 + x)$…	admet 0 pour solution	n'a pas de solution	a les mêmes solutions que $0x = 2$	est impossible
6	$4a + 5 = a + 15$ donc…	$3a = 10$	$a = 1{,}3333$	$a = 4$	$a = \frac{3}{10}$
7	« Le double de la somme d'un nombre et de 3 est égal à la moitié de ce nombre, augmentée de 5 »	$\frac{x}{2} + 3 = 2x + 5$	$2x + 3 = \frac{x}{2} + 5$	$2(x + 3) = \frac{x + 5}{2}$	ce nombre n'a pas d'écriture décimale
8		Le périmètre de la figure est, en fonction de x : $3x + 9$	On peut trouver x pour que la figure ait le même périmètre qu'un carré de côté x	Pour la figure, l'équation $6x + 18 = 10{,}2x$ a un sens	L'aire de la figure est en fonction de x : $10{,}2x$

EXERCICE 5 : **/6 points** (Les deux premières équations ne valent que 0,5 point chacune.)
Résous les sept équations suivantes. On donnera, dans chaque cas, la solution sous la forme d'un nombre entier, d'un décimal ou d'une fraction simplifiée.

a. $m + 3 = 11$ **b.** $2t = -6{,}4$ **c.** $\frac{3}{5} + x = \frac{5}{4}$ **d.** $-y - 3{,}5 = 4{,}2$

e. $7b - 1 = 3b + 2$ **f.** $2(x + 1) = 3 - (4x + 5)$ **g.** $\frac{3}{4}p - 5 = \frac{2}{3}$

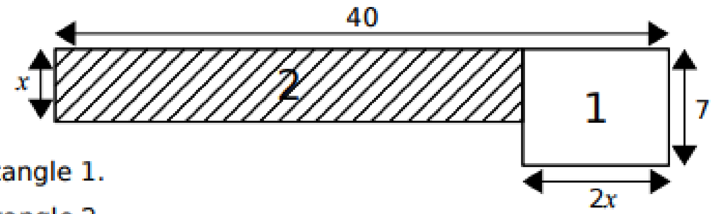
EXERCICE 6 : **/1 point**

Jules dépense $\frac{3}{5}$ du contenu de son porte-monnaie dans une boutique. Il lui reste 23,50 €.

En résolvant une équation, détermine quelle somme Jules possédait avant cet achat.

EXERCICE 7 : **/3 points**

Dans la figure ci-contre, les dimensions sont données en centimètres.



a. Donne en fonction de x le périmètre du rectangle 1.
b. Donne en fonction de x le périmètre du rectangle 2.
c. Détermine pour quelle valeur de x les périmètres des deux rectangles sont égaux.

EXERCICE 8 : **/1,5 points**

En résolvant une équation, trouve le nombre tel que la somme de son triple et de 5,4 soit égale au produit de son double par 2,1.