1. La relation de divisibilité.

- Soient a et b deux entiers naturels. Si la division est exacte alors :
  - a est un MULTIPLE de b
  - b est un DIVISEUR de a

❖ Multiples d'un nombre

Les multiples d'un nombre entier naturel ***a*** s'obtiennent en multipliant ***a*** par un autre nombre entier naturel K :

K·***a*** → $multiple de a$

- 150 = 2 x 75 → 150 est donc un multiple de 2, mais aussi de 75.

- Un nombre non-nul possède une infinité de multiples
- *Tout nombre est multiple de soi-même et* tout nombre est multiple de 1.

$$a\cdot 1=a \begin{cases} a \text{ est multiple de } 1 \\ a \text{ est multiple de } a \end{cases}$$

❖ Diviseurs d'un nombre

On dira que le nombre entier non nul b est un diviseur du nombre entier <u>a</u> s'il existe un nombre entier k qui vérifie : **a : b = k**

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre ***a***, ***on cherche toutes les divisions exactes :***
a :b=c
a:c=b ***a=b·c*** Alors b et c sont diviseurs de ***a***

- Un nombre non-nul possède un nombre fini de diviseurs.
- Tout nombre se divise par soi-même et 1 divise tout nombre

a est DIVISIBLE par b
b DIVISE a

❖ Critères de divisibilité

Règles

Il existe des **règles**, appelées critères de divisibilité, qui permettent de savoir si un nombre entier est divisible par un autre.

Par exemple :

- un nombre est divisible **par 2** si le chiffre des unités est pair ;
- un nombre est divisible **par 3** si la somme de tous ses chiffres est divisible par 3 ;
- un nombre est divisible **par 5** si le chiffre des unités est 0 ou 5.

2. Nombres premiers et nombres composés

Un entier naturel est **premier** lorsqu'il a exactement deux diviseurs: 1 et lui-même.

Un nombre **composé** a plus de deux facteurs

❖ Les plus petits nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23,…

❖ $12= 2\cdot6$ $12= 3\cdot4$ $12= 2\cdot2\cdot3$

Diviseurs : 1- 2- 3- 4-6 12 est un nombre composé

Le nombre 1 n'est ni un nombre premier, ni un nombre composé.

❖ **Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers**

Tout nombre entier non premier s'écrit de manière unique comme produit de nombres premiers.

$12=2^2\cdot3$

3. Le plus petit commun multiple

PPCM le plus petit commun multiple. Parmi tous les multiples communs à deux nombres entiers a et b, il y a en un qui est plus petit que tous les autres : c'est le Plus Petit Commun Multiple à a et b. On le note **PPCM(a,b)**

4. Le plus grand commun diviseur

PGCD le plus grand commun diviseur. Parmi tous les diviseurs communs à deux nombres entiers a et b, il y a en un qui est plus grand que tous les autres : c'est le Plus Grand Commun Diviseur à a et b. On le note **PGCD(a,b)**

5. PRIORITÉS

Dans une expression, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exemple : Calcule A = 7 + 2 × (5 + 7) – 5.

A = 7 + 2 × (5 + 7) – 5 ⟶ On effectue les calculs entre parenthèses.
A = 7 + 2 × 12 – 5 ⟶ On effectue les multiplications.
A = 7 + 24 – 5 ⟶ On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
A = 31 – 5 ⟶ On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
A = 26

EXERCICES

1) (6 page 22) Calcule

a) $30 : 5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5 =$
b) $(30 : 5 - 2)^2 + 2 \cdot (7 - 5) =$
c) $30 : (5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5) =$
d) $30 : [(5 - 2^2 + 2) \cdot (7 - 5)] =$
e) $[(30 : 5 - 2)^2 + 2] \cdot (7 - 5) =$

2) (7 page 22) Calcule

a) $19 - 11 - 7 + 13 + 6 - 12 =$
b) $18 - 5 \cdot 3 + 12 : 6 - 5 =$
c) $43 - 4 \cdot (6 + 3) + 28 : (10 - 3) =$
d) $[(13 + 7) : (6 - 1)] \cdot (5 + 1) =$
e) $12 - 48 : [40 - 3 \cdot (21 - 13)] =$
f) $(6^2 + 2^2) : [(12 - 8) \cdot (9 - 7)] =$

3) (9 page 22) Calcule

a) $[(5 \cdot 6 - 6) : (6^2 - 24)] \cdot (3 + 2)^2$
b) $[(26 - 4^2) : \sqrt{30 - 5}] \cdot (8 - 5)$
c) $\left(11 - \sqrt{2^4 + 3^2}\right) \cdot [(7 \cdot 4 - 4) : 8]$
d) $(\sqrt{108 + 13} - 6)^2 - \sqrt{(6 + 7)^2 - 5^2}$

4) (10 page 22) Réponds et justifie la réponse :

1. 132 est un multiple de 11 ?
2. 11 est un diviseur de 132 ?
3. 574 est un multiple de 14 ?
4. 27 est un diviseur de 1542 ?

5) (19 page 23) Calcule

a) PPCM (12, 15)	b) PPCM (24, 60)	c) PPCM (48, 54)
d) PPCM (90, 150)	e) PPCM (6, 10, 15)	f) PPCM (8, 12, 18)

6) (22 page 23) Calcule

a) PGCD (36, 45)	b) PGCD (48, 72)	c) PGCD (105, 120)
d) PGCD (135, 180)	e) PGCD (8, 12, 16)	f) PGCD (45, 60, 105)

7) (23 page 23) Marta a acheté plusieurs balles pour 69 €. Le prix d'une balle était un nombre exact d'euros, sans décimales. Combien de balles a-t-elle acheté et combien a coûté chaque balle?

8) (35 page 25) Lors d'une rencontre culturelle entre deux clubs, A et B, des équipes égales sont organisées sans mélanger les éléments. Le club A compte 40 membres et B, 60 membres. Combien d'éléments chaque équipe aura-t-il au maximum?

9) (36 page 25) Des cubes de 30 cm de bord sont empilés dans une tour et des cubes de 36 cm de bord sont placés à côté dans une autre tour. A quelle hauteur coïncident les sommets des deux tours?

10)(37 page 25) Un rouleau de câble mesure plus de 150 m et moins de 200 m. Quelle est sa longueur exacte, sachant qu'il peut être divisé en morceaux de 15 m et aussi en morceaux de 18 m sans rien gaspiller?

11)(38 page 25) Dans une gare de bus quelconque, il y a deux lignes, A et B, qui commencent leur activité à 7 heures du matin. La ligne A fourni un service toutes les 24 minutes et la ligne B toutes les 36 minutes. A quelle heure les bus des deux lignes coïncident-ils à nouveau à la gare?

12)(39 page 25) Un lièvre qui court 2,5 mètres, est poursuivi par un lévrier qui saute 3 mètres. Chaque combien de mètres les traces du lévrier tombent-elles sur celles du lièvre?

13)(40 page 25). Pour paver le sol d'un navire de 12,3 m de long par 9 m de large, des tuiles carrées sont utilisées, sans les couper du tout. Quelle taille aura le côté de chaque tuile, sachant que les plus grandes ont été utilisées?

14)(41 page 25) Julia a formé la plus petite place possible en joignant des morceaux de carton rectangulaires de 12 cm sur 18 cm. Combien mesure le côté carré? Combien de pièces a-t-elle utilisé?

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 1

1) Calcule
   a) 37 - 30 - 5 + 8 = 10 b) 22: 11 + 63: 9 = 9
   b) 11 · 7 - 72 - 2 = 77 - 72 - 2 = 3 d) (12 + 4): 2 = 8

2) Réponds et justifie:
   a) 31 est le diviseur de 744?
   b) 999 est-il un multiple de 99?

3) Recherche le premier multiple de 17 après 1000.

4) Écris les nombres premiers entre 20 et 40.

5) 143 est-il un nombre premier ou composé ?

6) Indique lequel de ces nombres est un multiple de 2, lequel de 3, lequel de 5 et lequel de 10: 897 - 765 - 990 - 2713 - 6077 - 6324 – 7005

7) Décompose les nombres 150 et 225 en facteurs premiers.

8) Calcule :
   a) PGCD (150, 225) b) PPCM (150, 225)

9) On souhaite poser des plinthes en bois sur deux des murs d'une pièce rectangulaire de 420 cm × 540 cm. Afin de ne pas avoir à couper, ils vont commander à la menuiserie des sections de ruban, toutes aussi longues et aussi largues que possible, qui correspondent exactement aux deux murs. Combien peuvent mesurer chacune des pièces à commander?

10) Dans une usine, vous entendez l'évacuation d'une soupape de gaz toutes les 45 secondes et le coup de marteau de poteau toutes les 60 secondes. Si vous venez d'entendre les deux sons en même temps, combien de temps faudra-t-il pour les écouter ensemble à nouveau?

1. Operations avec des nombres entiers relatifs

❖ Additions et soustractions

La somme de deux entiers de même signe s'obtient en additionnant les deux valeurs absolues et en conservant le signe commun

−3 − 5 = −8 **4 + 7 = 11**

La somme de deux entiers relatifs de signe contraire s'obtient en calculant la différence entre les deux valeurs absolues et en lui affectant le signe de l'entier ayant la plus grande valeur absolue

3 − 5 = −2 -5 + 8 = 3

❖ Additions et soustractions avec parenthèses

+(+a) = +a +(-a) = -a
-(+a) = -a -(-a) = +a

❖ Multiplication et division des nombres entiers relatifs

Règle des signes

- **Multiplier** deux nombres **avec les mêmes signes,** donne comme produit **plus**.
  (+)·(+)=+
  (−)·(−)=+

- Multiplier deux nombres **avec différents signes**, donne comme produit **moins**
  (+)·(−)= −
  (−)·(+)=−

- **Diviser** deux nombres **avec les mêmes signes,** donne **plus**.
  (+) : (+)=+
  (−) : (−)=+

- Diviser deux nombres **avec différents signes**, donne **moins**
  (+) : (−)= −
  (−) : (+)=−

PRIORITÉS

Dans une expression, on effectue :

- les calculs entre les parenthèses les plus intérieures
- les puissances et les racines
- les multiplications et les divisions
- les additions et les soustractions

Exemple :

$10-\left((-5)^2-(6-11)\cdot(8-4\cdot3)\right)$ Dans ce calcul, on commence par les parenthèses les plus intérieures et dans la 2ème parenthèse, la multiplication est prioritaire par rapport à l'addition.

$10-\left((-5)^2-(-5)\cdot(8-12)\right)$

$10-\left((-5)^2-(-5)\cdot(-4)\right)$ Dans cette parenthèse, on peut effectuer simultanément le calcul du carré et le calcul du produit.

$10-\left(25-(+20)\right)$ On peut simplifier

$10-(25-20)$ On effectue la parenthèse

$10-5$ On finit

5

❖ Puissances de nombres entiers relatifs

Rappel $a^n = \underline{a\cdot a\cdot \quad \cdot a}$ (n facteurs) $n > 0$

Soit a^n une puissance de base un nombre entier relatif et exposant positif

- Si la base est positive, la puissance est toujours positive

$(+2)^4 = +16$ $(+3)^3 = +27$

- Si la base est négative, la puissance est positive si l'exposant est pair et négative si l'exposant est impair.

$(-a)^{nombre\ \ pair}$ est positif

$(-a)^{nombre\ \ impair}$ est négatif

$(-2)^3 = -8$ $(-3)^2 = +9$

❖ OPÉRATIONS AVEC PUISSANCES

Pour tous réels non nuls a et b, pour tous entiers relatifs n, p et q, on a:

- PUISSANCE D'UNE MULTIPLICATION $(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- PUISSANCE D'UNE DIVISION $(a : b)^n = a^n : b^n$
- MULTIPLICATION DE PUISSANCES AVEC LA MÊME BASE

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

- DIVISION DE PUISSANCES AVEC LA MÊME BASE

$$a^p : a^q = a^{p-q}$$

- PUISSANCE D'UNE PUISSANCE

$$(a^p)^q = a^{p\cdot q}$$

❖ RACINE CARRÉ d'un nombre entier relatif

Racine exacte $\sqrt{25} = 5$
Racine entière $\sqrt{45} \approx 6$ la racine entière de 45 est 6

La racine carrée d'un nombre entier relatif

- La racine carrée d'un nombre entier relatif positif a deux solutions
- Tout nombre strictement négatif n'admet pas de racine carrée.

RACINE $\sqrt[n]{a}$

a est le radicant
n est l'indice
$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

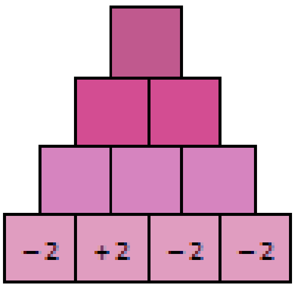
1.- Relie chaque calcul à son résultat :

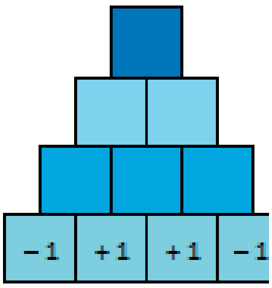
(+ 5) × (– 4)	– 15
(– 5) × (– 3)	– 20
(– 3) × (+ 4)	– 12
(+ 4) × (+ 4)	+ 12
(– 4) × (– 3)	– 16
(– 5) × (– 4)	+ 20
(– 5) × (+ 3)	+ 15
(– 4) × (+ 4)	+ 16

2.-Relie les expressions dont les produits sont égaux :

(+ 5) × (– 12)	(– 1) × (+ 20)
(– 8) × (– 3)	(+ 12) × (+ 5)
(+ 4) × (– 6)	(+ 2) × (+ 12)
(+ 5) × (– 4)	(+ 5) × (+ 4)
(+ 2) × (+ 10)	(– 3) × (+ 20)
(– 2) × (– 30)	(– 12) × (+ 2)

3.-Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





4.-Effectue les calculs suivants :

A = (– 2) × (– 3) × (+ 5)

B = (– 3) × (– 2) × (– 4)

C = (+ 6) × (– 1) × (+ 3)

5.-Calcule astucieusement :

A = (– 2) × (– 1,25) × (– 2,5) × (– 8)

B = (– 75) × (– 0,25) × (+ 2) × (+ 4)

C = (+ 0,01) × (– 25) × (– 13,2) × 4 × (– 3)

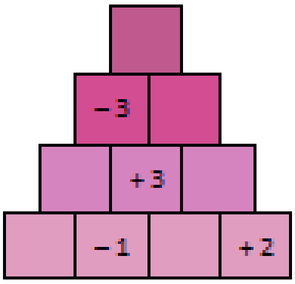
6.- *Températures*

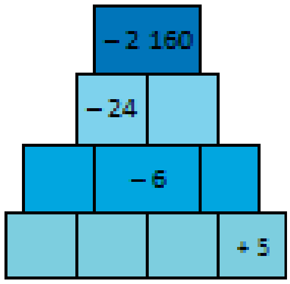
Il fait 0°C et la température chute de deux degrés toutes les heures.

a. Combien de temps faudra-t-il pour que la température atteigne – 10°C ?

b. Quelle sera la température dans huit heures ?

7.-Complète les « pyramides » suivantes sachant que le nombre contenu dans une case est le produit des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui :





8.- Effectue les calculs suivants en soulignant, à chaque étape, le calcul en cours :

A = 7 + (– 6) × (– 6)

B = 13 – (+ 3) × (– 4) – 8

C = – 30 ÷ (– 9 + 15)

D = – 3 – 9 × (– 3)

E = – 3 × 6 × (– 2 + 8)

QCM

COCHE LES BONNES RÉPONSES :

		R1	R2	R3	R4
1	$-7\times(-3)=\ldots$	-10	-21	10	21
2	$(-10)+15=\ldots$	-5	-150	5	-25
3	$4\times(-3)=\ldots$	1	-12	-7	12
4	$-15\div(-5)=\ldots$	$\frac{-15}{-5}$	-3	$15\div5$	3
5	$4\times(-4)=\ldots$	0	-8	16	-16
6	$-10\div10=\ldots$	-0	1	0	-1
7	Le produit de l'opposé de -6 par l'opposé de 7 vaut…	42	-42	-1	$\frac{6}{-7}$
8	Pour tout nombre relatif a, le nombre $-a$ est…	négatif	l'opposé de a	positif ou négatif suivant le signe de a	égal à $(-1)\times a$
9	$-6+6\times(-10)=\ldots$	0	120	66	-66
10	-12 est le résultat de…	$3+3\times(-2)$	$5\times(-3)+3$	$(-12+5)\div5$	$-8+4\div(2-3)$
11	Pour tous nombres relatifs u et v, le produit $-u\times v\times u\times v$ est…	nul	positif	négatif	de signe impossible à déterminer
12	Le produit de 108 facteurs égaux à -1 est égal à…	-108	0	-1	1
13	x est le relatif tel que $x\times(-3)=-10$ donc…	$x=-7$	$x=3{,}33$	$x=\frac{10}{3}$	$x=-\frac{10}{3}$
14	a est un nombre négatif donc…	a^2 est négatif	$-a^2$ est négatif	$(-a)^2$ est négatif	$\frac{a}{-a}=0$
15	Dans un produit de 90 facteurs…	un facteur est égal à 0 donc ce produit est égal à 0	il y a deux fois plus de facteurs positifs donc ce produit est positif	il n'y a que des facteurs négatifs donc ce produit est négatif	on remplace la moitié des facteurs par leurs opposés donc le signe du produit change

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	$5^3 = \dots$	15	8	125	$\frac{1}{125}$
2	$-2^4 = \dots$	$-2 \times 2 \times 2 \times 2$	$(-2)^4$	-8	-16
3	$(-1)^{123} = \dots$	-123	-1	1	0
4	$10^{-3} = \dots$	un millième	0,010	0,001	$\frac{1}{10^3}$
5	$2^{-3} = \dots$	0,125	-6	$(-3) \times (-3)$	3^{-2}
6	$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \dots$	$-\frac{2}{4}$	$\frac{1^2}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$
7	Fin 2006, la population mondiale était d'environ 6 500 000 000 habitants. Ce nombre peut s'écrire…	65×10^{-8}	$6,5 \times 10^9$	65×10^8	$0,65 \times 10^{10}$
8	$6,4 \times 10^7 = \dots$	$6,4^7$	6,400 000 00	64 000 000	0,000 000 64
9	$873 \times 10^{-6} = \dots$	0,000 873	873 millionièmes	0,000 000 873	873^{-6}
10	La taille d'une bactérie est 0,000 000 003 m, c'est-à-dire…	3^{-9} m	$\frac{3}{100\ 000\ 000}$ m	3×10^{-9} m	3×10^{-10} m
11	L'écriture scientifique de 0,000 045 9 est…	4,59	459×10^{-7}	$0,459 \times 10^{-4}$	$4,59 \times 10^{-5}$
12	Dans l'écriture décimale de $10^{-5} \times (10^7)^3$, il y a…	16 zéros	5 zéros	16 chiffres dont 15 zéros	d'autres chiffres que des « 0 » et des « 1 »
13	Mille milliards de mille sabords est égal, en sabords, à…	$10^3 \times 10^9 \times 10^3$	1^{15}	10^{81}	10^{15}
14	$10^6 + 10^4 = \dots$	1 010 000	10^{10}	10^{24}	$1,01 \times 10^6$
15	$\frac{76 \times 10^5}{5 \times 10^{-5}}$	15,2	$1,52 \times 10^{11}$	$1,52 \times 10^9$	$15,2 \times 10^{-25}$

Exercice 1

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

►1. $\frac{5^{10}}{5^5} = \dots\dots\dots\dots$
►2. $\frac{2^5}{2^2} = \dots\dots\dots\dots$
►3. $9^8 \times 9^{11} = \dots\dots$
►4. $7^{10} \times 4^{10} = \dots\dots$
►5. $5^7 \times 10^7 = \dots\dots$
►6. $(9^3)^2 = \dots\dots\dots$
►7. $(11^6)^{10} = \dots\dots$
►8. $9^6 \times 9^3 = \dots\dots$

Exercice 2

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

►1. $\frac{11^8}{11^5} = \dots\dots\dots\dots$
►2. $\frac{5^{11}}{5^4} = \dots\dots\dots\dots$
►3. $3^8 \times 11^8 = \dots\dots$
►4. $11^{11} \times 11^2 = \dots$
►5. $(3^8)^{11} = \dots\dots\dots$
►6. $2^9 \times 7^9 = \dots\dots$
►7. $(11^5)^6 = \dots\dots\dots$
►8. $4^{11} \times 4^6 = \dots\dots$

Exercice 3

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

►1. $\frac{6^5}{6^2} = \dots\dots\dots\dots$
►2. $11^{11} \times 11^6 = \dots$
►3. $(3^4)^{10} = \dots\dots\dots$
►4. $(5^5)^{11} = \dots\dots\dots$
►5. $7^3 \times 7^4 = \dots\dots$
►6. $10^5 \times 6^5 = \dots\dots$
►7. $9^2 \times 8^2 = \dots\dots$
►8. $\frac{3^9}{3^5} = \dots\dots\dots\dots$

Exercice 4

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

►1. $\frac{5^6}{5^3} = \dots\dots\dots\dots$
►2. $(6^3)^{10} = \dots\dots\dots$
►3. $11^7 \times 11^2 = \dots\dots$
►4. $10^{10} \times 2^{10} = \dots$
►5. $9^{10} \times 9^4 = \dots\dots$
►6. $(3^7)^{10} = \dots\dots\dots$
►7. $\frac{2^9}{2^5} = \dots\dots\dots\dots$
►8. $7^5 \times 3^5 = \dots\dots$

Exercice 5

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

►1. $8^9 \times 4^9 = \dots\dots$
►2. $4^{11} \times 4^9 = \dots\dots$
►3. $11^4 \times 11^6 = \dots\dots$
►4. $9^3 \times 10^3 = \dots\dots$
►5. $(3^8)^3 = \dots\dots\dots$
►6. $(7^6)^8 = \dots\dots\dots$
►7. $\frac{6^8}{6^3} = \dots\dots\dots\dots$
►8. $\frac{8^9}{8^3} = \dots\dots\dots\dots$

Exercice 6

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

►1. $9^4 \times 9^8 = \dots\dots$
►2. $\frac{10^{10}}{10^7} = \dots\dots\dots\dots$
►3. $\frac{4^8}{4^5} = \dots\dots\dots\dots$
►4. $(8^8)^6 = \dots\dots\dots$
►5. $(7^5)^{10} = \dots\dots\dots$
►6. $11^9 \times 11^5 = \dots\dots$
►7. $2^{11} \times 9^{11} = \dots\dots$
►8. $10^7 \times 2^7 = \dots\dots$

Exercice 1

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

- ▶1. $3^{11} \times 6^{11} = \ldots\ldots$
- ▶2. $\dfrac{3^8}{3^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶3. $(3^{11})^9 = \ldots\ldots\ldots$
- ▶4. $8^{11} \times 8^9 = \ldots\ldots$
- ▶5. $4^7 \times 8^7 = \ldots\ldots$
- ▶6. $(8^9)^2 = \ldots\ldots\ldots$
- ▶7. $\dfrac{5^7}{5^3} = \ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶8. $10^9 \times 10^4 = \ldots\ldots$

Exercice 2

Compléter par un nombre de la forme a^n avec a et n entiers :

- ▶1. $(4^{10})^9 = \ldots\ldots\ldots$
- ▶2. $8^5 \times 8^9 = \ldots\ldots$
- ▶3. $2^5 \times 5^5 = \ldots\ldots$
- ▶4. $8^7 \times 8^{11} = \ldots\ldots$
- ▶5. $\dfrac{10^9}{10^2} = \ldots\ldots\ldots$
- ▶6. $3^{11} \times 11^{11} = \ldots$
- ▶7. $(5^{11})^9 = \ldots\ldots\ldots$
- ▶8. $\dfrac{8^{11}}{8^5} = \ldots\ldots\ldots$

Exercice 3

Écrire sous la forme d'une puissance de 10 puis donner l'écriture décimale de ces nombres :

- ▶1. $\dfrac{10^{-1}}{10^{-4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶2. $10^{-3} \times 10^{-3} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶3. $(10^{-4})^1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶4. $10^{-2} \times 10^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶5. $(10^2)^{-2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶6. $\dfrac{10^{-1}}{10^4} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 4

Écrire sous la forme d'une puissance de 10 puis donner l'écriture décimale de ces nombres :

- ▶1. $\dfrac{10^{-2}}{10^{-1}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶2. $\dfrac{10^5}{10^{-4}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶3. $(10^1)^1 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶4. $10^0 \times 10^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶5. $10^2 \times 10^{-1} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- ▶6. $(10^{-3})^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 5

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{40 \times 10^{-2} \times 90 \times 10^{-4}}{240 \times \left(10^7\right)^5}$$

$$B = \frac{0{,}2 \times 10^{-6} \times 81 \times 10^8}{1{,}8 \times \left(10^{-9}\right)^4}$$

Exercice 6

Calculer les expressions suivantes et donner l'écriture scientifique du résultat.

$$A = \frac{270 \times 10^{-6} \times 500 \times 10^{10}}{75 \times \left(10^4\right)^3}$$

$$B = \frac{800 \times 10^{-9} \times 1{,}5 \times 10^{10}}{2\,400 \times \left(10^{-9}\right)^2}$$

EXERCICES

1. **(19 page 38)** Écris sous la forme d'une puissance

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4$ b) $m^7 : (m^2 \cdot m^3)$

c) $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4)$ d) $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2)$

2. **(20 page 38)** Calcule comme dans l'exemple

a. $[(-4)^7 \cdot 4^3] : [(-4)^2]^4 = -4^{10} : (-4)^8 = -4^2 = -16$

a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$ b) $[(-2)^6 \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$

c) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$ d) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$

3. **(21 page 38)** Calcule comme dans l'exemple

a. $12^5 : 6^5 = (12 : 6)^5 = 2^5 = 32$

a) $15^4 : 5^4$ b) $(-12)^3 : 6^3$

c) $(-20)^5 : (-2)^5$ d) $8^6 : (-2)^6$

e) $(6^3 \cdot 4^3) : (-8)^3$ f) $[8^4 \cdot (-5)^4] : (-20)^4$

4. **(22 page 38)** Calcule :

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$ b) $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5]$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$ d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$

e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$ f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

5. **(17 page 41)** Calcule :

a) $5 \cdot (-4) - 2 \cdot (-6) + 13$ b) $-6 \cdot (+4) + (-3) \cdot 7 + 38$

c) $(-2) \cdot (+8) - (-5) \cdot (-6) + (-9) \cdot (+4)$ d) $-(-9) \cdot (+5) \cdot (-8) \cdot (+7) - (+4) \cdot (-6)$

6. **(18 page 41)** Calcule :

a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot (11 - 7)]$ b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (5 - 8)]$

c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot (9 - 4)] - 13$ d) $4 - (-2) \cdot [-8 - 3 \cdot (5 - 7)]$

e) $24 - (-3) \cdot [13 - 4 - (10 - 5)]$ f) $6 \cdot (7 - 11) + (-5) \cdot [5 \cdot (8 - 2) - 4 \cdot (9 - 4)]$

7. **(19 page 41)** Calcule :

a) 10 :[8- 12 : (11-9)]
b)6 : (13 – 15) – [(8 – 4) : (-2) – 6 : (-3)]
c) [16 : (-8) + (-21) : (-3)] – 9 : (-3)

8. **(25 page 1)** Écris sous la forme d'une seule puissance

a) $5^2 \cdot (-5)^3$ b)$(-6)^8 : (-6)^5$ c) $[7^4 \cdot (-7)^4] : (-7)^6$

d)$(2^4)^3 : 2^9$ e) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$ f) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$

9. **(26 page 41)** Calcule :

a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$ **b)**$10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$
c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$ **d)**$[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$
e) $[(3^4)^2 : 3^6] \cdot 2^2$ **f)** $7^2 \cdot [9^8 : (9^3)^2]$

JEU

	A	B	C	D	E	F
1	–	2	4	■		
2	1	3	■			
3		■				■
4	■			■		
5					■	
6			■			

176 Compléter par un signe ou un chiffre par case, comme montré ci-dessus.

Horizontalement

1. Le produit de 6 par – 4 ;
– 10 – 13 + 21
2. Le quotient de – 91 par – 7 ;
$10(x + 100)$, pour $x = -3$
3. La somme de – 2 par le quotient de 21 par 3 ;
$1 + xy \times (-10)$, avec $x = 2$ et $y = -30$
4. L'opposé de la somme de – 112 et 47 ;
– 16 – (– 107)
5. – 360 – 7 × 3 ;
$\frac{37 + 4}{-41} + 3$
6. Le double de 37 ;
$-x - 3 \times (-14)$, pour $x = -166$

Verticalement

A. Le quotient de – 45 par 3 ;
15 – 32 + 10
B. La somme de – 15 et de 38 ;
– 2 × (– 317)
C. Le produit de – 0,5 par – 8 ;
– 77 + 21 × 35
D. 23 × (– 2) + 136 ;
La distance entre deux points d'abscisses respectives – 18 et – 6.
E. $41 + \frac{19 \times (-18)}{4 - 13} \times (-20)$; – 13 + 4 + 13 – 4
F. $5x + 50$, pour $x = -6$;
$-2 \times x \times y + 100$, pour $x = -7$ et $y = 2$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 2

1. Écris la valeur absolue et l'opposé de chaque nombre :

   a) (-1) b) $(+13)$ c) (-16) d) $(+9)$

2. Copie et complète

   a) $|-6| = \square$ b) $|+6| = \square$ c) $-(|+6|) = \square$ d) $-(|-6|) = \square$

3. Ordonne du plus petit au plus grand

   $-7,\ -13,\ +8,\ -1,\ -11,\ +5,\ 0,\ +10,\ -24$

4. Enlève les parenthèses

   a) $+(+13)$ b) $-(+17)$ c) $+(-15)$ d) $-(-23)$

5. Calcule

   a) $6 - 11 + (9 - 13)$ b) $2 - (5 - 8)$

   c) $(7 - 15) - (6 - 2)$ d) $5 - [2 - (3 - 2)]$

6. Calcule

   a) $4 \cdot 5 - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-8) - 4 \cdot (-3)$

   b) $(10 - 3 \cdot 6) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (4 - 7)]$

   c) $10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 + 7 - 3)]$

7. Calcule

   a) $(-3)^4 + (-2)^6$ b) $10^3 + (-10)^3 + 10^2 + (-10)^2$

8. Réduis à une seule puissance

   a) $3^5 \cdot 3^2$ b) $(-12)^4 : (-3)^4$

   c) $2^3 \cdot 4^3$ d) $(-5)^7 : (-5)^5$

9. Calcule avec les propriétés des puissances

   a) $10^4 : (5^3 \cdot 2^3)$ b) $(-15)^6 : [(-5)^4 \cdot 3^4]$ c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 6^5$

10. Calcule, s'il est possible, les racines suivantes

a) $\sqrt{(+9)}$ b) $\sqrt{(-100)}$ c) $\sqrt{(-2)^2}$

d) $\sqrt[3]{-8}$ e) $\sqrt[4]{-16}$ f) $\sqrt[3]{(+5)^3}$

11. Réduis les racines suivantes

a) $\sqrt{x^6}$ b) $\sqrt[3]{x^6}$ c) $\sqrt[4]{x^{12}}$

12. La somme de deux nombres entiers relatifs est 4, et la somme de leurs valeurs absolues est, 16. Quels sont les nombres ?

JEU

Carrés magiques additifs

Dans un carré magique additif, les sommes des nombres situés dans chaque colonne, chaque ligne et chaque diagonale sont égales.

a. Vérifier que le carré 1 est magique
b. Recopier et compléter le carré magique 2.

1.

-2	3	-4
-3	-1	1
2	-5	0

2.

	-6	3	-3
	-5	2	
-2	4	-7	
		-4	

Carrés magiques multiplicatifs

Dans un carré magique multiplicatif, les produits des nombres situés dans chaque colonne, chaque ligne et chaque diagonale sont égaux.

Recopier et compléter ces carrés magiques.

18		
	-6	
-3		2

-15		-2	6
		-5	
-3	6		5
7	-10		

2° ESO

CHAPITRE 3 : LES NOMBRES DECIMAUX ET LES FRACTIONS

1. L'ordre de l'unité décimale

Une unité est divisée en dix parts égales, ce qui signifie qu'elle est partagée en dix dixièmes.

Une dixième est divisée en dix parts égales, ce qui signifie que chaque partie est une centième.

Dizaine de millions	millions	Centaine de milliers	Dizaine de milliers	milliers	centaines	dizaines	unités	virgule	dixièmes	centièmes	millièmes	....	....
						4	3	,	6	3	5		

0,1 se lit un dixième
0,01 se lit un centième
0,001 se lit un millième

- Ordre dans les nombres décimaux
  Sur une demi-droite graduée, un point est repéré par un nombre appelé son abscisse.
  Comparer deux nombres, c'est trouver lequel est le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Exemple :
Compare 45,36 et 45,357
Comme 45,36 et 45,357 ont la même partie entière, on compare alors les parties décimales et 360 millièmes est plus grand que 357 millièmes donc 45,36 >45,357

- Entre deux nombres décimaux il y a toujours i un nombre décimal
  On peut toujours intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux.

- ARRONDIR

L'arrondi à n décimales du réel x est le décimal d tel que :
- Si la décimale suivante est 0, 1, 2, 3 ou 4, l'arrondi se fait à la décimale inférieure, et
- Si la décimale suivante est 5, 6, 7, 8 ou 9, l'arrondi se fait à la décimale supérieure.

Exemple :
L'arrondi de 8,265 à 2 décimales est 8,27.
L'arrondi de 12,428 à 2 décimales est 12,43.
L'arrondi de 12,428 à 1 décimal est 12,4.

- Types de nombres décimaux

- Nombres ayant un développement décimal limité : 0,25
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et périodique à partir d'un moment : 6/7; 8/3;..
- Nombres dont le nombre de chiffres après la virgule est infini et non périodique :
  $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \pi, ..$

2. Fractions et nombres décimaux

- Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire

• Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale, (une fraction décimale a pour numérateur, un entier et pour dénominateur, 10, 100, 1 000, etc.).

Ainsi, 1,2 peut s'écrire $\frac{12}{10}$

Le nombre de zéros au dénominateur correspond au nombre de décimales.

4,62 = $\frac{462}{100}$ (2 décimales ← 2 zéros)

• De même, on peut toujours donner l'écriture décimale d'une fraction décimale.

$\frac{5438}{10}$= 543,8 (1 zéro ← 1 décimale)

$\frac{2897}{1000}$= 2,897 (3 zéros ← 3 décimales)

3. Fractions équivalentes

Deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, sont équivalentes et on écrit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à *ad=bc*

(b≠0, d≠0)

- Amplifier des fractions c'est multiplier le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

- Simplifier des fractions c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun.

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

Quand une fraction ne peut pas être simplifiée on dit qu'elle est irréductible.

Lire une fraction:

Exemple : $\frac{4}{7}$ se lit quatre septièmes; $\frac{3}{10}$ se lit trois dixièmes ; ...

4. Réduire a commun dénominateur

Si les dénominateurs ne sont pas les mêmes on réduit au même dénominateur : on cherche un dénominateur commun

- On calcule le PPCM des dénominateurs
- On multiplient les deux membres de chaque fraction par le nombre resultant de diviser le PPCM entre le dénominateur correspondant.

FAIRE

1 Multiplication de fractions

Calculez et donnez le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{21}{4} \times \frac{-18}{14} \times \frac{20}{-9}$; $B = -52 \times \frac{9}{4} \times \frac{-3}{13}$;

$C = -\frac{1}{2} \times 21 \times \frac{4}{-7} \times \frac{-1}{18}$; $D = \frac{15}{-63} \times \left(\frac{-49}{-35}\right)$.

2 Trouver l'inverse d'un nombre

Complétez le tableau suivant :

Nombre	-3		$1{,}5$	$-\frac{1}{8}$			$0{,}2$	
Inverse		2			$\frac{4}{3}$	-5		$-\frac{1}{3}$

3 Quotients

Calculez et donnez le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{17}{38} \div \frac{34}{2}$; $B = \frac{-33}{20} \div \frac{9}{-15}$;

$C = \frac{\frac{36}{28}}{-\frac{15}{42}}$; $D = 56 \div \frac{28}{15}$;

$E = \frac{15}{51} \div \frac{35}{27}$; $F = \frac{\frac{-8}{5}}{-32}$.

4 L'inverse d'une somme

L'inverse de $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$ est-il $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$?

Le but de cet exercice est de répondre à cette question.

a) Calculez $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$.

Donnez son inverse sous la forme d'une fraction irréductible, puis sa valeur décimale.

b) Calculez $\frac{3}{2} + \frac{9}{4}$.

Donnez sa valeur décimale.

c) Comparez les résultats et répondez à la question posée au début.

5 Devinette

Quels sont les deux entiers qui sont leurs propres inverses ?

6 Combien vaut a, sachant que l'inverse de son produit par l'opposé de $\frac{2}{5}$ vaut -1 ?

7 Pour $a = -\frac{2}{5}$ et $b = \frac{7}{5}$, calculez :

$X = a \times a$; $Y = b \times b$;

$Z = 2 \times a \times b$ puis $X + Y + Z$.

8 Chiffres croisés

N'oubliez pas de rendre irréductibles les fractions trouvées.

	I	II	III	IV	V
A					■
B				■	
C			■		
D		■			
E	■				

Horizontalement :

A : $111 \times \frac{15}{4} \times \frac{8}{21} \times 14$.

B : Le dénominateur de $\frac{3}{11} \div \frac{11}{5}$; il est son propre inverse.

C : $4 \times \frac{-5}{3} \div \left(\frac{4}{-15}\right)$;
6 fois l'inverse de 0,1.

D : Il n'a pas d'inverse ; $\left(6 \times \frac{8}{9} \times 45\right) \div \frac{2}{3}$.

E : Inverse de 0,000 4.

Verticalement :

I : Numérateur puis dénominateur de $\frac{-3}{5} \div \frac{4}{-7}$.

II : Les trois décimales de $\frac{3}{10} \div \frac{4}{3}$; inverse de 0,5.

III : Inverse de $\frac{4}{84}$; produit du numérateur et du dénominateur de $\frac{5}{3} \div \frac{7}{3}$.

IV : Le plus petit naturel positif ;
$\left(\frac{50}{7} \times \frac{33}{8}\right) \div \frac{5}{112}$.

V : Inverse de 0,001.

4e

Les fractions sont-elles irréductibles ? Justifie.

a.	b.	c.	d.	e.
$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{1}{82}$	$\frac{42}{39}$

a.

b.

c.

d.

e.

Rends chaque fraction irréductible en utilisant les critères de divisibilité.

a. $\frac{385}{165} =$

b. $\frac{153}{189} =$

c. $\frac{120}{90} =$

Complète les égalités. (Dans chaque cas, la fraction de droite doit être irréductible.)

a. $\frac{4 \times 15 \times 14}{21 \times 10 \times 22} =$

b. $\frac{2^2 \times 3 \times 5^3}{2 \times 3^3 \times 5^2} =$

En décomposant

a. Écris 504 et 540 sous forme de produits de facteurs entiers les plus petits possibles.

b. Rends alors la fraction $\frac{504}{540}$ irréductible.

Pour commencer avec le PGCD

a. Sachant que PGCD(225 ; 375) = 75, rends la fraction $\frac{225}{375}$ irréductible.

b. Sachant que PGCD(1 139 ; 1 407) = 67, rends la fraction $\frac{2\,278}{2\,814}$ irréductible.

Avec le PGCD

a. Calcule le PGCD de 1 204 et 258.

b. Rends la fraction $\frac{1\,204}{258}$ irréductible en effectuant une seule simplification et en détaillant les calculs.

La fraction $\frac{274}{547}$ est-elle irréductible ? Justifie.

2º ESO

CHAPITRE 4 : CALCULS SUR DES FRACTIONS

1. Addition et soustraction de fractions

- Addition dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes :
  On additionne les numérateurs et on conserve le dénominateur

- Addition dans le cas où les dénominateurs ne sont pas les mêmes :
  On ne peut additionner ou soustraire des fractions que si elles ont le même dénominateur.

Exemple : Calculons : $\frac{7}{6} - \frac{3}{4}$

- On réduit les fractions au même dénominateur : ici, 12.
  $\frac{7}{6} = \frac{14}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

- On effectue la différence :
- $\frac{7}{6} - \frac{3}{4} = \frac{14}{12} - \frac{9}{12} = \frac{5}{12}$

2. Multiplication et division de fractions

MULTIPLICATION

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ On multiplie les numérateurs et on multiplie les dénominateurs

DIVISION

Diviser, c'est multiplier par l'inverse ou c'est multiplier en croix

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

PRIORITÉS DES OPÉRATIONS

- Les calculs entre parenthèses sont prioritaires. On commence par effectuer les multiplications et divisions à l'intérieur des parenthèses.
- On effectue la multiplication et la division
- Et enfin les additions et soustractions.

Exemple :

Calculons : $\frac{6}{5} \cdot \left[\frac{11}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right)\right]$

On effectue d'abord l'addition dans les parenthèses les plus intérieures.

$$\frac{6}{5} \cdot \left[\frac{11}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right)\right] = \frac{6}{5} \cdot \left[\frac{11}{3} - \frac{1}{4}\right]$$

On fait la soustraction, après avoir réduit au même dénominateur.

$$\frac{6}{5} \cdot \left[\frac{4}{12} - \frac{3}{12}\right] = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{12}$$

On multiplie après simplification.

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

3. Problèmes avec fractions

Énoncé 1: Un cocktail est composé de $\frac{2}{3}$ de jus d'orange, de $\frac{1}{8}$de jus de citron et de sirop de canne. Quelle part du cocktail représente le sirop de canne?

• Dans ce cocktail, la part du jus de fruit (orange et citron) est égale à :

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{16}{24} + \frac{3}{24} = \frac{19}{24}$$

• La part de sirop de canne est donc égale à :

$$1 - \frac{19}{24} = \frac{24}{24} - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$$

Énoncé 2 : Jean a reçu une somme de son grand-père. Il en dépense d'abord le quart pour s'acheter un livre, puis la moitié du reste pour acheter un disque. Quelle fraction de la somme de départ a-t-il dépensée?

• Jean a d'abord dépensé $\frac{1}{4}$ de la somme puis la moitié du reste (reste = $\frac{3}{4}$), c'est-à-dire : $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$• Jean a donc dépensé en tout $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

CHAPITRE 4 : CALCULS SUR DES FRACTIONS

EXERCICE 1 : **/2 points**

Recopie et complète pour que l'égalité soit vraie.

$\frac{4}{7} = \frac{...}{14}$ $\frac{-2}{5} = \frac{6}{...}$ $\frac{-24}{16} = \frac{-3}{...}$ $\frac{25}{4,5} = \frac{...}{-9}$

EXERCICE 2 : **/2 points**

Range dans l'ordre croissant les nombres suivants.

$\frac{-2}{5}$; $\frac{4,5}{-10}$; $\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{2}$; -1 ; $\frac{7}{8}$.

EXERCICE 3 : **/7 points**

Calcule puis donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$A = \frac{1}{8} - \frac{2}{3}$ $B = \frac{3}{18} + \frac{7}{12}$ $C = 3 - \frac{-7}{6}$

$D = \frac{1,4}{3} \times \frac{-2}{1,2}$ $E = \frac{-3}{5} \times \frac{-10}{9}$ $F = \frac{-15}{7} \div \frac{-5}{4}$ $G = 5 \div \frac{-10}{3}$

EXERCICE 4 : **/5 points**

Effectue les calculs suivants en détaillant toutes les étapes et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$H = \frac{5}{6} - \frac{-23}{10} + \frac{3}{5}$ $J = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{-6}{5}$ $K = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{2}\right)$

EXERCICE 5 : **/2 points**

a) Les $\frac{5}{8}$ des 24 élèves d'une classe de 3ème ont été orientés en classe de seconde générale et technologique. Combien d'élèves de cette classe ont été orientés en seconde générale et technologique ?

b) 25 % des élèves de cette classe ont été orientés en classe de seconde professionnelle. Combien d'élèves ont-été orientés en seconde professionnelle ?

EXERCICE 6 : **/2 points**

Un ordinateur est vendu 1 500 €. Un tiers de son prix est versé à la commande, un cinquième est versé à la livraison et le reste en dix mensualités identiques.

a) Quelle fraction du prix de l'ordinateur reste-t-il à payer après la livraison ?

b) Quelle fraction du prix de l'ordinateur le montant d'une mensualité représente-t-elle ?

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES - ARITHMÉTIQUE

1. Traduis l'expression en fractions, et calcule la fraction finale:

   a. La moitié de la moitié =

   b. La moitié de la troisième partie =

   c. Le tiers de la moitié =

   d. Trois cinquièmes de 180 € =

   e. La partie qui reste quand nous dépensons un quart de ce que nous avons initialement =

2. Calcule en simplifiant d'abord le plus possible les fractions. Puis, exprime-les comme des nombres décimaux et, enfin, comme des pourcentages arrondis au premier décimal:

a) $\frac{18}{72} \cdot \frac{21}{49} =$

b) $\frac{28}{84} + \frac{13}{21} + \frac{6}{7} =$

c) $\frac{17}{28} - \frac{4}{7} =$

d) $\frac{9}{7} - \frac{7}{8} =$

e) $\frac{5}{9} + \frac{5}{6} =$

f) $\frac{7}{9} + \frac{13}{18} + \frac{7}{3} =$

g) $\frac{19}{21} - \frac{7}{3} - \frac{2}{7} =$

h) $\frac{7}{6} + \frac{5}{9} - \frac{7}{12} =$

i) $\frac{7}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} =$

j) $\frac{9}{7} \cdot \frac{-7}{8} =$

k) $\frac{27}{-8} \cdot \frac{-4}{9} =$

l) $\frac{-18}{21} : \frac{9}{7} =$

m) $\frac{16}{27} : \frac{4}{9} =$

n) $5 \cdot \frac{4}{5} - \frac{5}{4} \div \left(-\frac{1}{2}\right)$

o) $\frac{7}{6} - \left[1 - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] =$

p) $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) =$

3. (2 page 80) Calcule comme dans l'exemple :

- $\dfrac{15^4}{5^4} = \left(\dfrac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$

a) $\dfrac{12^3}{4^3}$ b) $\dfrac{8^5}{4^5}$ c) $\dfrac{5^4}{10^4}$

d) $5^2 \cdot \left(\dfrac{1}{15}\right)^2$ e) $(-4)^3 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^3$ f) $10^2 \cdot \left(-\dfrac{1}{15}\right)^2$

4. (3, 4 page 80) Réduis et calcule :

a) $\dfrac{6^4 \cdot 3^4}{9^4}$ b) $\dfrac{2^5 \cdot 3^5}{6^5}$ c) $\dfrac{3^3 \cdot 3^3}{12^3}$

d) $\dfrac{5^7 \cdot 4^7}{(-20)^7}$ e) $\dfrac{4^2 \cdot (-3)^2}{18^2}$ f) $\dfrac{(-6)^5 \cdot (-3)^5}{36^5}$

a) $\dfrac{x^6}{x^2}$ b) $\dfrac{m^3}{m^5}$ c) $\dfrac{z^4}{z^4}$

d) $\dfrac{x^7 \cdot x^{10}}{x^{12}}$ e) $\dfrac{m^4}{m^5 \cdot m^4}$ f) $\dfrac{a^3 \cdot a^7}{a^4 \cdot a^5}$

5. (5, 6, 7 page 80) Réduis et écris comme une seule puissance :

a) $x^5 \cdot \left(\dfrac{1}{x}\right)^3$ b) $\left(\dfrac{1}{z}\right)^6 \cdot z^4$ c) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{x}{y}\right)^3$

d) $\left(\dfrac{z}{m}\right)^4 \cdot \dfrac{z}{m}$ e) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^4 \cdot \dfrac{y}{x}$ f) $\left(\dfrac{z}{m}\right)^6 \cdot \left(\dfrac{m}{z}\right)^4$

a) $x^3 : \left(\dfrac{1}{x}\right)^2$ b) $\left(\dfrac{1}{z}\right)^3 : z$ c) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^6 : \left(\dfrac{x}{y}\right)^5$

d) $\left(\dfrac{z}{m}\right)^8 : \left(\dfrac{z}{m}\right)^5$ e) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2 : \dfrac{y}{x}$ f) $\dfrac{z}{m} : \left(\dfrac{z}{m}\right)^3$

a) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^4 \cdot y^4$ b) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{1}{a}\right)^3$ c) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{b}{a}\right)^4$

d) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3 : x^3$ e) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^4 : \left(\dfrac{1}{b}\right)^3$ f) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^5 : \dfrac{y}{x}$

6. Écris sous forme décimale les nombres suivants:

a) $10^5 =$

b) $10^{-6} =$

c) $1234 \cdot 10^{-2} =$

d) $0{,}32 \cdot 10^{-3} =$

e) $0{,}042 \cdot 10^2 =$

f) $274 \cdot 10^3 =$

7. Calcule :

a. $2^2 - (-2)^2 \cdot 3 + (-1)^7 + (-5)^0 =$

b. $-3 \cdot 2^2 + (2-4)^2 \cdot (-3)^0 =$

c. $2^5 + 3(7-2)^2 + 7 - 7(3-7) =$

d. $(-3)^4 + 3 \cdot (7^2 - 6^2) - 13 - 13 \cdot 5 - 7 =$

e. $-2^6 - 2 \cdot [5 - (6 - 3 \cdot 5)] - 2^0 - (-1)^{12} =$

f. $(-3)^4 + 3 \cdot (7^2 - 5^2) - 13^0 + (-1)^7 - 3^2$

Problèmes (1-16, page 70)

1. Roberto fait 100 pas pour avancer de 80 mètres. Quelle fraction correspond aux nombre de mètres parcourus à chaque pas ?

2. Une école compte 837 élèves dont 186 sont au premier cycle de l'ESO. Quelle proportion d'étudiants sont inscrits au premier cycle de l'ESO ?

3. Une école compte 837 élèves inscrits dont 2/9 en premier cycle de l'ESO. Combien d'étudiants y a-t-il en premier cycle de l'ESO ?

4. Une école compte 186 élèves inscrits au premier cycle de l'ESO, ce qui représente le 2/9 du total. Combien d'élèves y a-t-il au total ?

5. Un magasin de vêtements a mis en vente la semaine dernière un lot de robes de Madame. Il a déjà vendu les deux cinquièmes et il lui reste encore 60 unités. Combien de robes ont été vendues ?

6. Une famille consacre les deux tiers de ses revenus aux dépenses de fonctionnement, économise un quart du total et consacre le reste aux loisirs. Quelle fraction du revenu est consacrée aux loisirs ?

7. Dans une installation sportive, 3/8 des personnes présentes pratiquent l'athlétisme; 2/5 jouent au tennis; un dixième, au football, et les autres effectuent des tâches non sportives. Quelle fraction des personnes ne fait pas de sport ?

8. Dans une installation sportive, 3/8 des personnes présentes pratiquent l'athlétisme; 2/5 jouent au tennis; un dixième, au football, et les 16 autres exécutent des tâches non sportives. Combien de personnes y a-t-il dans l'établissement ?

9. Dans un hôtel, la moitié des chambres sont au premier étage; un tiers au deuxième étage, et le reste, dans le grenier, qui compte dix chambres. Combien de chambres y a-t-il à chaque étage ?

10. Une sauterelle parcourt 25 mètres en 40 sauts. Quelle fraction correspond au nombre de mètres parcourus à chaque saut ?

11. Combien de litres d'huile faut-il pour remplir 300 bouteilles de trois quarts de litre ?

12. Combien de bouteilles de vin de trois quarts de litre sont remplies avec un baril de 1 800 litres ?

13. Une bouteille d'assouplissant textile a un bouchon doseur d'une capacité de 3/40 litres. Quelle est la contenance de la bouteille sachant qu'elle remplit 30 bouchons ?

14. Une bouteille de deux litres et un quart d'assouplissant fournit, grâce à son bouchon doseur, 30 doses pour un lavage automatique. Quelle fraction de litres contient chaque dose ?

15. 3/4 des salariés d'une entreprise ont un contrat à durée indéterminée; 2/3 des autres ont un contrat temporaire, et les autres sont temporaires. Quelle fraction représente les travailleurs temporaires ?

16. Une entreprise compte 60 employés. Les 3/4 ont un contrat à durée indéterminée; 2/3 des autres ont un contrat temporaire et les autres sont temporaires. Combien de travailleurs temporaires y a-t-il dans l'entreprise ?

Exercice 1 :

À la fin du collège, en troisième, on constate que la moitié des élèves entre en classe de seconde générale, $\frac{5}{12}$ des élèves entrent en seconde professionnelle, et les autres élèves redoublent.
Calculer la fraction des élèves qui redoublent.

Exercice 2 :

Au retour des vacances de la Toussaint, Anne-Laure la documentaliste du collège fait un sondage auprès des élèves d'une classe de cinquième

$\frac{1}{6}$ des élèves de la classe n'a lu aucun livre.

$\frac{1}{3}$ des élèves de la classe a lu un livre.

$\frac{5}{12}$ des élèves de la classe ont lu deux livres.

$\frac{1}{12}$ des élèves a lu trois livres.

a) Vérifier par un calcul que tous les élèves de la classe ont participé au sondage.
b) Est-ce qu'on peut dire que $\frac{3}{4}$ des élèves ont lu un ou deux livres ?

Exercice 3 :

Dans un collège, les élèves de quatrième peuvent choisir comme deuxième langue vivante (LV2) l'anglais, l'allemand, l'espagnol ou l'italien.
Cette année, $\frac{7}{21}$ des élèves ont choisi l'anglais, $\frac{7}{42}$ ont choisi l'allemand, et $\frac{7}{63}$ ont choisi l'italien.
Calculer la proportion des élèves qui ont choisi l'espagnol.

Exercice 4 :

Pour le gouter de la récré, Louis et Martin ont apporté deux tablettes de chocolat Lindt identiques.
Louis a mangé un quart des cinq sixièmes de sa tablette.
Martin a mangé un demi des trois quarts de la sienne.

a) Quelle fraction d'une tablette a mangé Louis ? Et Martin ?
b) Qui a été le plus gourmand ?

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 4

1. Calcule

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{9}$ b) $\frac{5}{9}-\frac{7}{12}+\frac{11}{18}$

2. Calcule

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}:\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3}\cdot 6$ d) $\frac{2}{3}:4$

3. Calcule

a) $\dfrac{2}{\frac{1}{3}}$ b) $\dfrac{\frac{10}{3}}{6}$ c) $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{4}}$ d) $\dfrac{\frac{1}{3}\cdot 5}{\frac{1}{6}\cdot 10}$

4. Calcule

a) $\frac{11}{12}-\left[1-\left(\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\right]$ b) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(2-\frac{2}{5}\right)$

5. Réduis

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^{3}$ b) $\left(\frac{2}{x}\right)^{2}:\left(\frac{x}{2}\right)^{2}$ c) $\left[\left(\frac{1}{y}\right)^{2}\right]^{3}$

6. Calcule

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\cdot 6^{3}$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^{2}:\left(\frac{3}{5}\right)^{3}$

7. Écris sous forme décimale

a) $1{,}38\cdot 10^{6}$ b) $8{,}451\cdot 10^{-7}$

8. Exprime en notation scientifique

a) $24\,700\,000\,000$ b) $0{,}0000000238$

9. Un kiosque a vendu le matin 1/3 du total reçu quotidiennement et l'après-midi 2/5 aussi du total. S'il reste sans avoir vendu 20 journaux, combien en ont-ils reçu?

10. Un homme fait ses courses et dépense 1/3 de son argent dans une veste et 2/5 de ce qu'il restait
au marché. S'il a encore 30 euros, combien d'argent avait-il avant les achats?

11. Dans un sac, il y a des balles blanches, noires et rouges. Les blanches représentent les trois cinquièmes du total et les rouges, les deux tiers des noires. Quelle fraction du total suppose les noires?

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	La valeur arrondie au dixième de $\frac{2}{3}$ est...	0	1	0,6	0,7
2	Une valeur approchée de $\frac{19}{13}$ au millième près est...	1,46	1,461	1,462	1,4615
3	$\frac{-24}{-18} = \ldots$	$\frac{20}{15}$	$-\frac{4}{3}$	1,33	$\frac{4}{3}$
4	L'opposé de $\frac{4}{5}$ est...	$\frac{5}{4}$	$\frac{-4}{-5}$	$\frac{-4}{5}$	$-\frac{4}{5}$
5	$\left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \ldots$	$\frac{3}{5}$	$\frac{-4}{-5}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{4}{5}$
6	$\frac{37}{15}$ est supérieur à...	2	$\frac{77}{30}$	$\frac{598}{599}$	$\frac{25}{10}$
7	$\frac{-14}{5}$ est inférieur à...	$\frac{14}{-5}$	-2	$\frac{-14}{3}$	son inverse
8	$\frac{17}{24}$ est le résultat de...	$\frac{10}{12} + \frac{7}{12}$	$\frac{5}{24} + \frac{1}{2}$	$16 + \frac{1}{24}$	$\frac{15}{8} - \frac{7}{6}$
9	$\frac{-5}{6}$ est le résultat de...	$\frac{-1}{3} \times \frac{-5}{2}$	$\frac{-5}{11} \times \frac{11}{6}$	$\frac{-30}{36} \div 6$	$-5 \times \frac{1}{6}$
10	$-\frac{7}{5} \div \frac{2}{-3} = \ldots$	2,1	$\frac{10}{21}$	$\frac{3,5}{1,6}$	$-\frac{21}{10}$
11	$\frac{\frac{2}{3}}{4} = \ldots$	$2 \div 3 \div 4$	$\frac{8}{3}$	$\frac{2}{12}$	On ne peut pas calculer
12	$\frac{3}{2} + \frac{-3}{2} \times \frac{5}{6} = \ldots$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{-33}{12}$	$\frac{-12}{14}$
13	L'inverse de $\frac{3}{5} + \frac{3}{11}$ est...	$\frac{16}{3}$	$\frac{55}{48}$	$\frac{16}{6}$	$\frac{48}{55}$
14	$\frac{3}{4}$ est égal...	au double de $\frac{3}{8}$	à la moitié de $\frac{63}{42}$	à $\frac{3+13}{4+13}$	à $\frac{-3}{x} \div \frac{-4}{x}$ pour tout nombre x non nul

CHAPITRE 4 : CALCULS SUR DES FRACTIONS

Exercice 1 Compléter

$\frac{7}{6} = \frac{21}{\dots}$ $\qquad \frac{8}{6} = \frac{\dots}{36} = \frac{4}{\dots}$ $\qquad \frac{13}{10} = \frac{130}{\dots} = \frac{\dots}{30}$ $\qquad \frac{49}{21} = \frac{7}{\dots}$

$\frac{13}{16} = \frac{\quad}{48}$; $\qquad \frac{19}{24} = \frac{\quad}{48}$; $\qquad \frac{7}{8} = \frac{\quad}{48}$; $\qquad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{48}$

$\frac{\dots}{8} = \frac{24}{64}$ $\qquad \frac{13}{11} = \frac{39}{\dots}$ $\qquad \frac{16}{42} = \frac{32}{\dots}$ $\qquad \frac{64}{160} = \frac{4}{\dots}$

Exercice 2 Calculer et donner le résultat sous forme de fractions irréductibles

$A = \frac{2}{11} + \frac{4}{11}$ $\qquad B = \frac{2}{15} + \frac{8}{15}$ $\qquad C = \frac{7}{8} - \frac{3}{8}$

$D = \frac{13}{15} + \frac{4}{5}$ $\qquad E = \frac{5}{14} - \frac{2}{7}$ $\qquad F = \frac{5}{2} + \frac{7}{6} + \frac{8}{3}$

$G = 3 + \frac{1}{5}$ $\qquad H = \frac{7}{2} - \frac{3}{4}$ $\qquad I = \frac{3}{5} + \frac{7}{10} - 1$

$J = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} + \frac{7}{5}$ $\qquad K = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \times \frac{7}{10}$ $\qquad L = \left(3 + \frac{5}{7}\right) \times 7$

Exercice 3 Calculer en respectant les priorités de calcul

$E = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{16}{9}$ $\qquad F = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9}$ $\qquad G = \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ $\qquad H = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$

Exercice 4 Complète le carré magique (pour l'addition).

$\frac{20}{7}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{7}$
$\frac{15}{14}$		

	A	B	C
$\frac{6+3}{7+3}$ est égal à :	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7}+1$	$\frac{9}{10}$
$\frac{3}{2}+\frac{7}{5}$ est égal à :	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{29}{10}$
$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$ est égal à :	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
$-\frac{3}{7}+\frac{5}{6}$ est :	> 0	< 0	Nul
$\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{4}$ est égal à :	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\times\frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{3}{2}+\frac{11}{5}\times\frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
$\left(\frac{3}{14}-\frac{2}{7}\right)\times\frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{14}$

$\frac{6+12}{7+12}$ est égal à :	$\frac{6}{7}$	$1-\frac{1}{19}$	$\frac{6}{7}+1$
$\frac{3}{2}+\frac{7}{3}$ est égal à :	$\frac{10}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{23}{6}$
$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$ est égal à :	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
$-\frac{3}{7}+\frac{5}{14}$ est :	> 0	< 0	nul
$\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$ est égal à :	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{4}$
$\frac{(-2)^3}{(-3)^3}$ est égal à :	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{-2}{-3}\right)$
$\frac{3}{2}+\frac{11}{5}\times\frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
$\left(\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
$\left(\frac{-3}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^3$ est égal à :	$\frac{17}{8}$	$\frac{-19}{8}$	$\frac{7}{16}$
$\left(\frac{-3}{4}-\frac{3}{2}\right)\times\frac{5}{2}$ est égal à :	$\frac{-15}{2}$	$\frac{-45}{8}$	0
$-3\div\frac{5}{2}$ est égal à :	$-\frac{5}{6}$	$\frac{-15}{2}$	$-\frac{6}{5}$
$\frac{7}{4}\div\frac{5}{2}$ est égal à :	$\frac{7}{10}$	$\frac{35}{8}$	$\frac{10}{7}$
$\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{4}$ est égal à :	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$
$\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\div\frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{7}{4}$	-1	$\frac{13}{5}$
$\frac{3}{2}+\frac{11}{5}\times\frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
$\left(\frac{3}{14}-\frac{2}{7}\right)\div\frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{7}$	$\frac{-1}{28}$	$\frac{2}{7}$

socle commun **1** **QCM : Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).**

		a	b	c
1	Le quotient de 2 par 3 peut se noter :	$2 \div 3$	$\frac{2}{3}$	0,66666
2	Le produit de deux nombres négatifs est :	négatif.	positif.	On ne peut pas savoir.
3	On obtient un nombre négatif quand on calcule :	-3×7	$-3+7$	$3 \div (-7)$
4	$-30+(-3)$ est égal à :	$-5+15$	-2×5	$-8-2$
5	$-29-(-8) =$	-37	37	-21
6	$\frac{18+6}{18}$ peut s'écrire :	$\frac{4}{3}$	6	$\frac{8}{6}$
7	La fraction $\frac{54}{24}$ peut se simplifier par :	2	4	6
8	Il faut écrire $\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{9}$ avec le même dénominateur pour calculer :	leur somme.	leur différence.	leur produit.
9	$\frac{4}{5} \times \frac{7}{10}$ est égal à :	$\frac{15}{10}$	$\frac{28}{50}$	$\frac{14}{25}$
10	$\frac{7}{3} + \frac{5}{3}$ est égal à :	$\frac{12}{6}$	4	2
11	$\frac{7}{9} - \frac{2}{3}$ est égal à :	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{9}$	On ne peut pas savoir.

J'utilise un vocabulaire précis

exercice interactif sur www.4e.zenfuseleve.magnard.fr

2 **Compléter les phrases en utilisant une seule fois chaque étiquette.**

dénominateur — multiple — diviseur — numérateur — fraction — écriture fractionnaire

1. a. 42 est un … de 6.
b. 3 est un … de 6.

2. a. $\frac{12{,}5}{41}$ est une …
b. $\frac{11}{8}$ est une …

3. a. 13 est le … de $\frac{13}{27}$.
b. 27 est le … de $\frac{13}{27}$.

2º ESO

CHAPITRE 5 : PROPORTIONNALITÉ ET POURCENTAGES

1. RAISONS ET PROPORTIONS

La raison de deux nombres est la fraction $\frac{a}{b}$
Une proportion est une identité entre deux raisons $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
Pour calculer le terme inconnu dans une proportion, on utilise la propriété des fractions équivalentes :
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow$ a·d=b·c

2. GRANDEURS DIRECTEMENT PROPORTIONNELLES

Deux grandeurs sont dites proportionnelles lorsque les valeurs de la deuxième s'obtiennent en multipliant les valeurs de la première par un même nombre. Ce nombre est appelé le coefficient de proportionnalité.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES :

- **Le retour à l'unité**

Le principe est simple : il consiste à calculer la valeur associé à l'unité. Il suffit ensuite de **multiplier** cette valeur « à l'unité » appelé coefficient de proportionnalité par le nombre correspondant pour obtenir la quantité.

- **RÈGLE DE TROIS SIMPLE**

La **règle de trois** ou **règle de proportionnalité** est une méthode mathématique permettant de déterminer l'un des termes d'un tableau de proportionnalité à partir des autres. Elle peut aussi être utilisée pour vérifier qu'un tableau de valeurs satisfait une relation de proportionnalité.

- **Règle de trois simples directes**

Cette règle repose sur l'égalité des **produits en croix**, qui sont les produits des termes de chaque diagonale dans un tableau de proportionnalité à deux lignes et deux co**lonnes.**

3. GRANDEURS INVERSEMENT PROPORTIONNELLES PROPORTIONNALITÉ INVERSE

Deux grandeurs sont inversement proportionnelles, si l'une est proportionnelle à l'inverse de l'autre. Cette condition équivaut à ce que leur produit soit constant.

K= a·b
Cette constante est un coefficient de proportionnalité inverse

Exemple : Une voiture parcourt une distance en 5 heures à une vitesse de 100 km/h. On demande de compléter le tableau de proportionnalité suivant qui concerne cette voiture :

Vitesse km/h	100	50		
Temps (heures)	5		4	

PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ INVERSE

- **Le retour à l'unité**

Le principe est simple : il consiste à calculer la valeur associée à l'unité. Il suffit ensuite de **diviser** cette valeur « à l'unité » appelée coefficient de proportionnalité par le nombre correspondant pour obtenir la quantité.

- **Règle de trois simples inverses**

Il y a des grandeurs qui **diminuent** proportionnellement à un accroissement des données.

Par exemple, si on demande en combien de temps 10 ouvriers construiront un certain mur que 15 ouvriers ont pu élever en 12 jours, on considérera qu'il faut, pour construire un tel mur, un travail égal à 18 jours.

4. PROBLÈMES DE PROPORTIONNALITÉ MULTIPLE

Il s'agit de problèmes faisant intervenir la composition de plus de deux relations de proportionnalité simple.

Exemple : La classe de CM2 prépare une classe de mer pour 50 enfants pendant 28 jours. Comment calculer la consommation de sucre nécessaire, sachant qu'il faut compter 3,5 kg de sucre par semaine pour 10 enfants ?

5. RÉPARTITIONS PROPORTIONNELLES

Répartitions directement proportionnelles

Pour répartir une somme N de façon directement proportionnelle à a, b, c,…, les parties on peuvent obtenir en multipliant chaque nombre a,b,c,…. par la constante de proportionnalité $\frac{N}{a+b+c+..}$

Répartitions inversement proportionnelles

Pour répartir une somme N de façon inversement proportionnelle à a, b, c,…, on fait la répartition directement proportionnelle à $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \dots$

6. POURCENTAGES

Calculer un pourcentage

Un pourcentage est un rapport exprimé d'une manière particulière; il s'agit de comparer une quantité à 100.
On écrit avec le signe % → **a% et on le lit "a pourcent".**

Fractions et pourcentages

Un pourcentage, c'est une fraction dont le dénominateur est 100

$a\% \rightarrow \frac{a}{100}$

Pourcentages et nombres décimaux

Il faut écrire le pourcentage sous forme de fraction décimale puis calculer la valeur de la fraction obtenue.

Pourcentages spéciaux

- Le 50% c'est la moitié. Pour calculer le 50%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,5 ou bien diviser la quantité par 2.
- Le 25% c'est la quart part. Pour calculer le 25%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,25 ou bien diviser la quantité par 4.
- Le 20% c'est la cinquième part. Pour calculer le 20%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,2 ou bien diviser la quantité par 5.
- Le 10% c'est la dixième part. Pour calculer le 10%, d'une quantité, on peut la multiplier par 0,1 ou bien diviser la quantité par 10.

7. LES INTÉRÊTS SIMPLES

L'intérêt est simplement le prix de mettre à disposition un montant d'argent (un capital) pendant une certaine période. C'est donc la rémunération de la location d'argent qui doit se déterminer en fonction d'un pourcentage (taux d'intérêt) appliqué sur le montant prêté ou emprunté et de la durée de mise à disposition de cet emprunt/prêt

I = (C. r. t)/100 (r taux d'intérêt, t temps en années)

EXERCICES DE PROPORTIONNALITÉ ET POURCENTAGES

1) Une dose d'un certain médicament contient 15 mg du principe actif. Combien de doses peut-on préparer avec 240 g de ce principe actif?

2) Pour un melon de trois kilos et un quart j'ai payé 4,55 €. Je paierai combien pour un autre melon de deux kilos et demi?

3) 6 ouvriers nettoient un gymnase en dix heures. Combien de temps mettraient 8 ouvriers pour faire le même travail?

4) Un maçon, un plombier et un électricien ont présenté une facture de 3600 € pour leur travail. Le maçon a mis dix-huit heures; le plombier, quinze, et l'électricien, douze heures. Quel prix correspond à chacun, si l'on considère que l'heure de chaque spécialité vaut le même?

5) Des quatre-vingts mille kilos de raisins qu'on projette de récolter dans une vigne, on a déjà récolté trente mille. Quel pourcentage du projeté avons-nous déjà récolté?

6) Un pull-over qui coûtait quatre-vingt-huit euros a été réduit un 15%. Combien coûte-t-il maintenant?

7) Nous avons payé douze euros pour un maillot avec une réduction du 20%. Combien coûtait-il avant la réduction?

8) Pour un travail, nous avons payé le peintre 80 €, en appliquant une TVA réduite, du 10%. Combien aurait-on dû payer si l'on avait ajouté le 21% ordinaire?

<u>Résoudre des problèmes de proportionnalité composée</u>

9) 1. Une équipe de maçons, travaillant 10 heures par jour, a construit 600 m2 de mur en 18 jours. Combien de mètres carrés construiront-ils en 15 jours, en travaillant 8 heures par jour ?

10) 2. Un agriculteur a eu besoin de 294 kilos de nourriture pour nourrir 15 vaches pendant 7 jours. Pendant combien de jours pourrait-il nourrir 10 vaches s'il disposait de 840 kilos de nourriture ?

11) 3. Une pelleteuse, travaillant 10 heures par jour, ouvre une tranchée de 1000 m en 8 jours. Combien de temps faudrait-il pour ouvrir une tranchée de 600 m, en travaillant 12 heures par jour?

12) 4. Si trois arroseurs d'un débit de 1,5 litre par seconde chacun sont ouverts, un réservoir est vidé en 8 heures. Combien de temps faudrait-il pour vider le réservoir si quatre arroseurs d'un débit de 0,9 litre par seconde chacun étaient ouverts ?

13)26. Cinquante veaux consomment 4 200 kilos de luzerne par semaine.
a) Quelle est la consommation de luzerne par veau et par jour?
b) Combien de kilos de luzerne sont nécessaires pour nourrir 20 veaux pendant 15 jours?
c) Pendant combien de jours peut-on nourrir 10 veaux si on dispose de 600 kilos de luzerne?

14)27. Dans un atelier de confection avec 6 machines à tisser, 600 vestes ont été produites en 10 jours.
a) Combien de vêtements seraient fabriqués avec 5 machines en 15 jours?
b) Combien de machines devraient être mises en production pour fabriquer 750 vêtements en 15 jours ?
c) Si seulement 5 machines étaient utilisées, combien de jours faudrait-il pour fabriquer 750 vêtements ?

15)28. Cinq enquêteurs travaillant 8 heures par jour complètent les données d'une étude de marché en 27 jours. Combien de temps faudrait-il à 9 enquêteurs travaillant 10 heures par jour pour faire le même travail ?

<u>Parts proportionnelles</u>

16)29. Divisez 1710 en :
a) Parties directement proportionnelles à 3, 6 et 10.
b) Parties inversement proportionnelles à 3, 6 et 10.

17)30. Un entrepreneur lance une entreprise de vente de colis qui réussit à distribuer 2800 colis au cours du premier trimestre d'activité. Au cours du premier mois, il a effectué quelques livraisons, au cours du deuxième mois, il a triplé son activité, et au cours du troisième mois, il a quadruplé l'activité du mois précédent. Combien de livraisons a-t-il effectuées au cours de chacun de ces mois ?

18)31. Comment trois associés vont-ils se partager 50.000 € de bénéfices générés par leur entreprise si le premier a investi deux fois plus de capital que le second et le second trois fois plus que le troisième ?

19)32. Le propriétaire d'une entreprise décide de distribuer une prime de résultat de 1 300 E à ses trois employés. Chacun recevra un montant inversement proportionnel aux jours où il a manqué le travail. Le greffier a manqué 4 jours, le comptable a manqué 3 jours, et le livreur a manqué 2 jours. Quel montant attribuera-t-il à chacun ?

20)33. Dans un jeu télévisé, le prix est divisé entre les trois finalistes qui recevront des montants inversement proportionnels au nombre de questions ratées. Le troisième, qui a échoué à 4 questions, a reçu 3 000 euros. Combien ont reçu le premier et le deuxième, qui ont respectivement échoué à une et trois questions ?

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 5

1. Complète ce tableau dans ton cahier

Grandeur M	1	2	4	5
Grandeur N	20			

   a) ... en supposant que les quantités M et N sont directement proportionnelles.
   b) ... en supposant que les grandeurs M et N sont inversement proportionnelles.

2. a) Une source jette 180 l d'eau en 6 min. Combien de litres va-t-il jeter en un quart d'heure?
   b) En ouvrant 6 robinets, un réservoir se vide en 50 minutes. Combien de temps faudra-t-il pour vider en n'ouvrant que 4?

3. a) Une voiture, à une moyenne de 70 km / h, fait un trajet en 6 heures. Combien de temps allez-vous consacrer au retour si vous conduisez à une moyenne de 100 km / h?
   b) Pour une daurade de 875 g, Eva a payé 10,85 €. Combien Miguel paiera-t-il pour une autre de 1,2 kg?

4. Si 50 veaux d'engraissement consomment 1 400 kg de luzerne par semaine, combien de kilos de luzernes sont nécessaires pour nourrir 30 veaux pendant 20 jours?

5. Partage 585 dans:
   a) Parties directement proportionnelles à 3, 4 et 6.
   b) Parties inversement proportionnelles à 3, 4 et 6

6. Complète ce tableau dans ton cahier

Pourcentage	25%	80%	6%		
Fraction				1/5	
Nombre décimal					0,07

7. Calcule :
   a) 65 % de 80 **b) 4 % de 3 200** **c) 16 % de 160**

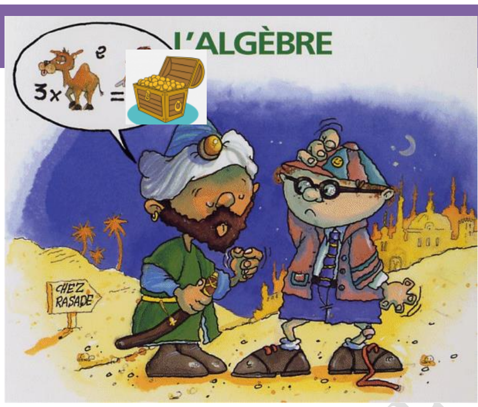
8. Sur un pylône à eau contenant 36 000 litres, 15% ont été dépensés. Combien de litres reste-t-il?

9. Aujourd'hui, dans une classe de 30 étudiants, 6 ont manqué. Quel est le pourcentage de manquant?

10. Un hôpital a 210 lits occupés, ce qui représente 84% des lits disponibles. Combien de lits l'hôpital a-t-il?

2° ESO

CHAPITRE 6 : ALGÈBRE



1. L'ALGÈBRE: À QUOI SERT?

Le calcul littéral, c'est du calcul avec des lettres. Ces lettres représentent des nombres inconnus.

Le calcul littéral permet de résoudre des problèmes compliqués, en utilisant des équations.

Suivant les problèmes, le nombre inconnu, souvent représenté par la lettre x, peut être une distance à parcourir, le cours d'une action en bourse, la température dans une ville dans 3 jours,...Les météorologues par exemple utilisent beaucoup de nombres inconnus dans leurs calculs.

- Quand les lettres expriment nombres, peuvent être traités de la même façon pour les opérations et leurs propriétés.
- La partie des mathématiques qui a pour objet l'étude des grandeurs en substituant des lettres aux valeurs numériques est l'algèbre.

2. EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

Travailler en algébrique c'est faire des relations des nombres et des lettres.

- **Monômes**

Expression algébrique la plus simple, où les opérations à effectuer sur les lettres sont des multiplications ou des élévations à une puissance.
Un monôme est composé de deux parties un facteur numérique que l'on appelle coefficient et un produit de facteurs littéraux que l'on appelle partie littéral

$-6x^3$; $5xy$

Le **degré** d'un monôme est la somme des exposants de toutes ses lettres.

Les **monômes semblables** sont des monômes qui ont la même partie littérale, c'est-à-dire les mêmes lettres avec mêmes exposants.

- **Addition et soustraction de monômes**

On peut sommer des monômes seulement s'ils sont semblables. La somme de monômes semblables est un monôme semblable dont :
• le coefficient est la somme des coefficients des monômes ;
• la partie littérale est la même.

Exemple : $8x^2 + 5x^2 - 2x^2 = 11x^2$

- **Multiplication de monômes**

Le produit de monômes est un monôme dont le coefficient est le produit des coefficients des monômes et la partie littérale comprend les lettres contenues dans les monômes, chacune d'elles étant affectée d'un exposant égal à la somme de ses exposants dans les facteurs (propriété de la multiplication de puissances à même base).

Exemple : $(-3x^3) \cdot (2x^2) = -6x^5$

- **Division de monômes**

La division de monômes peut être :

- Un nombre

Exemple : $(8x^3) : (2x^3) = 4$

- Un monôme.

Exemple : $(-8x^3) : (2x^2) = -4x$

Le quotient de monômes est un monôme dont le coefficient est le quotient des coefficients des monômes et la partie littérale comprend les lettres contenues dans les monômes, chacune d'elles étant affectée d'un exposant égal à la différence de ses exposants dans les facteurs (propriété de la division de puissances à même base).

- Une fraction algébrique

Exemple : $\frac{2xy}{5x^2z}$

3. POLYNÔMES

C'est une expression littérale avec plus d'un terme. On doit écrire avec le moins de termes possible.
Le **degré** du polynôme, c'est le plus grand des degrés des termes.

❖ **La valeur d'un polynôme**, c'est le résultat qu'on obtient en remplaçant les lettres ou variables par des nombres déterminés et en faisant après les opérations.

❖ **OPÉRATIONS AVEC POLYNÔMES**

- Addition et soustraction de polynômes

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire avec le moins de termes possible.

- Multiplication de polynômes

Pour multiplier deux polynômes on multiplie chaque monôme d'un polynôme par tous les monômes de l'autre polynôme, puis on réduit les termes semblables.

4. IDENTITÉS REMARQUABLES

- **Carré d'une somme**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$$

Carré d'une somme = carré du premier terme + double produit+ carré du second terme

- **Carré d'une différence**

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$$

Carré d'une différence carré du premier terme - double produit+ carré du second terme

- **Produit d'une somme par une différence**

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Produit d'une somme par une différence= différence de deux carrés

❖ FACTEUR COMMUN

Remplacer une somme par un produit égal, c'est factoriser. La **mise en évidence** simple est une méthode qui permet de factoriser un polynôme composé de monômes qui contiennent tous un même facteur commun. Pour factoriser, suivant le cas, on peut utiliser :

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction.

$A\cdot B+A\cdot C= A\cdot(B+C)$ $A\cdot B-A\cdot C= A\cdot(B-C)$

EXERCICES

https://mathenpoche.sesamath.net/?page=seconde#seconde_2_3_1_sesabibli/5cbad2914bb1527df9236c01

EXERCICE 1A.1

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont sous forme réduite ?	FORME REDUITE	FORME NON-REDUITE
$A = 4x^2 + 6x - 7$		
$B = 7x + 6 - 3x^2 - x$		
$C = 2x^3 + 4 - 6x^2 + x^2$		
$D = 4a - 6a + 5a - 3$		
$E = b^2 + (3b + b^5) - 6$		
$F = 3x - 9x^3 + 6x^2$		
$G = 9 - x^2 + 3x^2 - 9x$		
$H = 6x - (x + 5) + x^2$		
$I = (4 + 3x - 2x^2) + (4x - x^2)$		
$J = 5x^2 - (6x + 1)$		

EXERCICE 1A.2

Associer chaque expression de gauche à sa forme réduite (à droite) :

$3x + 2 + 4x$	•	•	$7x^2 + 2$
$x^2 - 3 + 6x^2 + 1$	•	•	$7x^2 - 3$
$4x^2 + 5 + 3x - 3$	•	•	$7x + 2$
$5x^2 + 2 + 2x^2$	•	•	$4x^2 + 3x + 2$
$x^2 + 5x^2 - 4 + x^2$	•	•	$7x^2 - 2$

EXERCICE 1A.3

Réduire les expressions suivantes :

$A = 2x^2 + 3x + 5 - x^2 + 2x - 4$

A = ... x² + ... x + ...

$B = 6x^2 - 5x + 9 - 7x^2 + 3x - 3$

B = ... x² ...... x ......

$C = 6x - 5x^2 + 7 - x^2 + 3x - 12$

C = ... x² ...... x ......

$D = 5 + 6x - 3 + 7x^2 - x - 9 + x^2 - 12x^2 - 4x - 10$

D = ... x² ...... x ......

$E = x^3 + 6 - 8x + x^2 - 3x^3 - 5 + 3x^2 - 3x - 2x^2$

E = ... x³ ...... x² ...... x ......

EXERCICE 1A.4

Réduire les expressions suivantes :

$A = 4x^2 - 6x + 8 - 3x^2 + 9x - 2$

$B = -8x^2 + 7x - 3 + 4x^2 - 9x + 11$

$C = -4x + x^2 - 6 + 5x^2 + 3x - 10 - 8x^2 + 2x$

$D = 2x^2 + 6x + x^2 - 3x - x^2 + 3x - 2x - 6x$

$E = 9 - x^2 + 3x^2 - 9x + 7 + 5x^3 - 7x^3$

$F = 2x^3 + 4 - 6x^2 + x^2 - 2x + 9x - 3x - 9x$

EXERCICE 1B.5

Recopier puis réduire les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3} + \frac{5}{2}x + \frac{7}{4}x$$

$$B = \frac{3}{5}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{10}x - \frac{5}{6} + \frac{3}{4}x^2$$

EXERCICE 1A.1 - Donner le carré de chaque expression :

a. $(3x)^2$ = $9x^2$ **b.** $(2x)^2$ = ... **c.** $(5x)^2$ = ... **d.** $(6x)^2$ = ... **e.** $(9x)^2$ = ...

f. $(7x)^2$ = ... **g.** $(10t)^2$ = ... **h.** $(4a)^2$ = ... **i.** $(x^2)^2$ = ... **j.** $(-5x)^2$ = ...

EXERCICE 1A.2 - Réduire chaque produit :

a. $2 \times 3x \times 4$ = $24x$ **b.** $3 \times 5x \times 2x$ = ... **c.** $4 \times 2x \times 5$ = ... **d.** $x \times 8 \times 2x$ = ... **e.** $3 \times x \times 2x$ = ...

f. $7 \times 4 \times 2x$ = ... **g.** $2 \times 7x \times 3$ = ... **h.** $3 \times 5x \times 2x$ = ... **i.** $2 \times 6x \times 3x$ = ... **j.** $4 \times 10x \times 6x$ = ...

EXERCICE 1A.3 - Développer en utilisant l'identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$Z = (x + 3)^2$ $Z = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$ $Z = x^2 + 6x + 9$	$A = (3 + x)^2$	$B = (x + 5)^2$
$C = (2x + 1)^2$	$D = (1 + 3x)^2$	$E = (3x + 2)^2$
$F = (5x + 3)^2$	$G = (x^2 + 1)^2$	$H = (3 + 4x)^2$

EXERCICE 1A.4 - Développer en utilisant l'identité remarquable : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$Z = (5 - x)^2$ $Z = 5^2 - 2 \times 5 \times x + x^2$ $Z = 25 - 10x + x^2$	$A = (x - 2)^2$	$B = (1 - 3x)^2$
$C = (3 - x)^2$	$D = (2x - 1)^2$	$E = (3 - 5x)^2$
$F = (3x - 2)^2$	$G = (4x - 3)^2$	$H = (4 - 3x^2)^2$

EXERCICE 1A.5 - Développer en utilisant l'identité remarquable : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$Z = (2x + 5)(2x - 5)$ $Z = (2x)^2 - 5^2$ $Z = 4x^2 - 25$	$A = (x + 2)(x - 2)$	$B = (x + 3)(x - 3)$
$C = (3x - 1)(3x + 1)$	$D = (2x + 1)(2x - 1)$	$E = (5 + 3x)(5 - 3x)$
$F = (3x - 2)(3x + 2)$	$G = (3 + 4x)(3 - 4x)$	$H = (4x^2 + 3)(4x^2 - 3)$

EXERCICE 2A.1

Souligner le **facteur commun** dans chaque expression:

$A = \underline{3}x + \underline{3}y$

$B = -3a + 3b$

$C = 7x + 12x$

$D = -6(3x-2) - (3x-2)(x-4)$

$E = (x+2)(x+1) + (x+2)(7x-5)$

$F = (2x+1)^2 + (2x+1)(x+3)$

$G = (x+1)(2x-3) + (x+1)(5x+1)$

$H = (3x-4)(2-x) - (3x-4)^2$

$I = (6x+4)(2+3x) + (2+3x)(7-x)$

$J = (3+x)(5x+2) + (x+3)^2$

EXERCICE 2A.2

Factoriser chaque expression en utilisant la règle « $ka + kb = k(a+b)$ » :

A =	**$4x + 4y$**	**=**	**$4(x+y)$**
B =	$6 \times 9 + 6 \times 3$	=	
C =	$8a + 8b$	=	
D =	$5 \times 3 + 3 \times 14$	=	
E =	$2 + 2x$	=	
F =	$7a + 7$	=	
G =	$4x^2 + 4x$	=	
H =	$6y + 6y^2$	=	
I =	$3x^2 + 5x$	=	
J =	$2ab + b^2$	=	

EXERCICE 2A.3

Compléter l'intérieur des parenthèses, comme dans l'exemple :

A =	**$4a + 12$**	**=**	**$4(\ a + 3\ )$**
B =	$2x + 6y$	=	$2(\qquad)$
C =	$5x^2 - 30x$	=	$5x(\qquad)$
D =	$5(x-1) + 3x(x-1)$	=	$(x-1)(\qquad)$
E =	$15x - 20y$	=	$5(\qquad)$
F =	$-7xy + 14y$	=	$7y(\qquad)$
G =	$a + 2ax$	=	$a(\qquad)$
H =	$3x^2 + x$	=	$x(\qquad)$
I =	$7x(x+3) - 6(x+3)$	=	$(x+3)(\qquad)$
J =	$4xy^2 + 12x^2y$	=	$4xy(\qquad)$

EXERCICE 2A.4

Écrire le terme souligné sous forme d'un produit puis factoriser l'expression :

A =	**$4a + \underline{12}$**	**=**	**$4a + 4 \times 3$**	**=**	**$4(a+3)$**
B =	$5x + \underline{10}$	=		=	
C =	$6x - \underline{24}$	=		=	
D =	$\underline{36} - 4x$	=		=	
E =	$7x + \underline{14}$	=		=	
F =	$\underline{35} - 5x$	=		=	
G =	$8x - \underline{24}$	=		=	
H =	$\underline{12}x + \underline{18}$	=		=	
I =	$\underline{6} - \underline{15}x$	=		=	
J =	$\underline{30}x - \underline{42}$	=		=	

EXERCICE 2A.5

Factoriser les expressions suivantes comme dans l'exemple :

$Z = 5\underline{(x+1)} + 3\underline{(x+1)}$ **$Z = (x+1)(5+3)$** **$Z = 8(x+1)$**	$A = 13(x+2) + 5(x+2)$	$B = 7(2x-3) + 2(2x-3)$
$C = 3x(x+2) - 5(x+2)$	$D = 4(x+3) + 9x(x+3)$	$E = 7x(3x+1) - 10x(3x+1)$

1.- Développez et réduisez l'expression suivante (penser à ordonner):

$A = (7x + 9)^2$; A = ________________________________

$B = (3x - 7)^2$; B = ________________________________

$C = (7x + 3)(7x - 3)$; C = ________________________________

$D = (3 + 7x)^2$; D = ________________________________

$E = (5 - 7x)^2$; E = ________________________________

2.-Factorisez l'expression suivante:

$F = 25x^2 + 70x + 49$; F = ________________________________

$G = 81x^2 - 54x + 9$; G = ________________________________

$H = 81x^2 - 9$; H = ________________________________

$I = 9x - 49x^2$; I = ________________________________

3.-

Déterminez la forme développée de chacune des expressions suivantes.

Exercice 1 $f(x) = (4x + 3)^2$.

Exercice 2 $f(x) = (5x - 9)(5x + 9)$.

Exercice 3 $f(x) = (9x + 6)^2$.

Exercice 4 $f(x) = (x - 8)(x + 8)$.

Exercice 5 $f(x) = (9x - 9)(9x + 9)$.

Exercice 6 $f(x) = (4x - 7)(4x + 7)$.

Exercice 7 $f(x) = (2x - 10)^2$.

Exercice 8 $f(x) = (10x + 5)^2$.

Exercice 9 $f(x) = (7x + 2)^2$.

Exercice 10 $f(x) = (7x - 5)(7x + 5)$.

Exercice 11 $f(x) = (x + 4)^2$.

Exercice 12 $f(x) = (5x - 1)^2$.

Exercice 13 $f(x) = (7x - 1)^2$.

Exercice 14 $f(x) = (8x - 7)^2$.

Exercice 15 $f(x) = (2x + 5)^2$.

4.-

Déterminez une forme factorisée de chacune des expressions suivantes.

Exercice 1 $f(x) = 16x^2 + 8x + 1.$

Exercice 2 $f(x) = 36x^2 - 96x + 64.$

Exercice 3 $f(x) = 9x^2 - 36.$

Exercice 4 $f(x) = 64x^2 + 144x + 81.$

Exercice 5 $f(x) = 49x^2 - 100.$

Exercice 6 $f(x) = x^2 - 2x + 1.$

Exercice 7 $f(x) = 64x^2 - 9.$

Exercice 8 $f(x) = 49x^2 - 112x + 64.$

Exercice 9 $f(x) = 81x^2 - 25.$

Exercice 10 $f(x) = 9x^2 + 30x + 25.$

Exercice 11 $f(x) = x^2 - 100.$

Exercice 12 $f(x) = 4x^2 - 24x + 36.$

Exercice 13 $f(x) = 16x^2 - 9.$

Exercice 14 $f(x) = 9x^2 - 42x + 49.$

Exercice 15 $f(x) = 4x^2 + 24x + 36.$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 6

1. NON
2. En appelant x un nombre, exprime en langage algébrique :
   a) Le double.
   b) Le suivant de son double.
   c) Le double du suivant.
   d) Trois fois sa moitié.
3. Quel est le coefficient et le degré du monôme $\frac{-2}{3}xy^2$?
4. Calcule la valeur numérique du polynôme $2x^3-7x-2$
   a. Pour x=0
   b. Pour x=1
   c. Pour x=-1
5. Réduit les expressions suivantes :
   a) $2x+4+x-6$
   b) $5x^2+2+6x-x-3x^2+1$
   c) $6x^3+7x-2x^2+x^2-5x^3+17$
6. NON
7. Calcule :
   $A = 3x^3+5x^2-6x+8$ $\quad B = x^3-5x^2+1$
   a) $A+B$ b) $A-B$
8. Calcule le produit de $(2x-1)\cdot(x^3+3x-6)$
9. Calcule
   a) $(x-3)^2$ b) $(1+2x)^2$ c) $(x-3)\cdot(x+3)$
10. Factorise :
   a) $3a^2+6a$ b) $4x^3+6x^2-2x$
11. Simplifie :
   a) $\frac{3a}{3a^2+6a}$ b) $\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}$

1. ÉQUATIONS

- **Égalités algébriques : identités et équations**

Une égalité algébrique est formée de deux membres séparés par le signe =. Il y a deux types d'égalités :

- **Identité** : c'est vrai pour toutes les valeurs des lettres

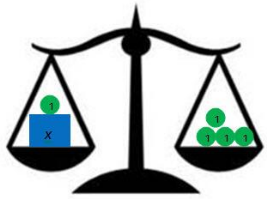
Exemple : 2x+x =3x VRAI

- **Équation** : ce n'est pas vrai pour toutes les valeurs des lettres

Exemple : 2x-5=3 seulement vrai pour x=4

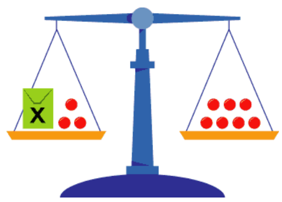
Résoudre l'équation consiste à déterminer les valeurs que peut prendre la variable pour rendre l'égalité vraie

2. ÉLÉMENTS D'UNE ÉQUATION



- Les deux **membres** séparés par le signe =
- **Terme** : c'est chaque terme d'une addition.
- Les inconnues : ce sont les lettres qui ont des valeurs inconnues
- **Degré** : c'est le plus grand des degrés des termes après avoir fait une réduction.
- **Solutions** : Ce sont les valeurs pour lesquelles l'égalité est vérifiée

3. RESOLUTION D'ÉQUATIONS (I)



L'équation x + c = d a pour solution **x = d - c**

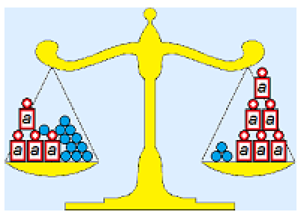
Pour **résoudre** x + c = d, on retranche **c** aux deux membres de l'équation

car x + c − **c** = d − **c** donne **x = d - c**

L'équation x - c = d a pour solution **x = d + c**

Pour **résoudre** x - c = d, on ajoute **c** aux deux membres de l'équation

car x - c + **c** = d + **c** donne **x = d + c)**



L'équation c·x = d a pour solution **x** = $\frac{d}{c}$

Pour **résoudre** c·x = d , on divise par **c** les deux membres de l'équation

car $\frac{c \cdot x}{c} = \frac{d}{c}$ donne **x** = $\frac{d}{c}$

L'équation $\frac{x}{c}$= d a pour solution **x = d· c**

Pour **résoudre** $\frac{x}{c}$= d , on multiplie par **c** les deux membres de l'équation

car $\frac{x}{c}$ ·**c** = d ·**c** donne **x = d·c**

4. RESOLUTION D'ÉQUATIONS (II)

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour que l'égalité soit vraie. Il s'agit de la modifier jusqu'à obtenir x.
Pour résoudre une équation (trouver la solution de l'équation) :

1. On passe les termes contenant des "x" à une côté du symbole = en changeant leur opération, et les termes formés de nombres à l'autre côté du = en changeant leur signe.
Par exemple $3x+1=13+2x$ devient $3x-2x=13-1$.

2. On réduit les expressions littérales obtenues. On obtient $2x=8$.

3. On divise les deux côtés par le nombre qui est devant "x", y compris si il est négatif.
On obtient $x=8\div2$ donc $x=4$.

5. ÉQUATIONS AVEC DÉNOMINATEURS

On peut écrire tous les termes avec un même dénominateur puis multiplier par ce dénominateur commun pour simplifier l'équation.

6. PROCÉDÉ POUR RÉSOUDRE DES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

Etapes à respecter
1. On supprime les parenthèses (règle des signes ou développement) puis on résout l'équation.
2. On peut écrire tous les termes avec un même dénominateur puis multiplier par ce dénominateur commun pour simplifier l'équation.
3. On isole l'inconnue dans un membre de l'égalité en transposant les termes.

7. RESOLUTION DE PROBLÈMES

Etapes à respecter :
1. Définir l'inconnue
2. **Mettre le problème en équation**
3. Résoudre l'équation
4. **Vérifier le résultat et conclure**

8. ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ.

Ce sont les équations qui, après transformations, se ramènent à la forme
$ax^2+bx+c=0$, dans laquelle **a, b** et **c** sont des nombres connus et **x** l'inconnue.
$a\neq0$

9. RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

- **Équations du second degré incomplètes.**
- Si **b**=0 . Équations du type ***ax²+c=0***. Les solutions sont

$$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

- Si **c=0**. Équations du type ***ax²+bx=0***. Les solutions sont ***x=0*** et $x = \frac{-b}{a}$

- Si **b=0** et **c=0** . Équations du type ***ax²=0***. La solution est ***x=0***

- **Équations du second degré complètes**
  La formule pour résoudre une équation du second degré complète, c'est :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ACTIVITE 1B.1

On considère l'équation : 5x – 22 = 34 – 3x

a. 5 est-il une solution de cette équation ?

D'une part : **5x – 22 : 5 · 5 – 22 = 25 – 22 = 3**
D'autre part : **34 – 3x : 34 – 3 · 5 = 34 – 15 = 19**
5 n'est pas solution de l'équation.

b. 4 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

c. 7 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

ACTIVITE 1B.2

On considère l'équation : $x^2 + 1 = 6 - 4x$

a. 5 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

b. -3 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

c. -5 est-il une solution de cette équation ?

D'une part :
D'autre part :

EXERCICE 1B .1

Résoudre ces équations :

a. $x + 5 = 9$	***b.*** $x - 4 = 13$
c. $-7 = x - 3$	***d.*** $7x = 21$
e. $-3x = 12$	***f.*** $5x = -3$

EXERCICE 1B.2

Résoudre ces équations :

a. $5x - 25 = 0$	***b.*** $3x + 1 = 7$
c. $7x + 13 = -2$	***d.*** $4x - 3 = 0$
e. $4 - 3x = 11$	***f.*** $5 - x = 7$

EXERCICE 1B.3

Résoudre ces équations :

a. $3x = 2x + 5$	***b.*** $4 - 5x = 9x$
c. $4x + 2 = x + 11$	***d.*** $3x - 7 = -2x - 9$
e. $5x - 1 = 7x - 1$	***f.*** $3x - 2 + x = 6 + 4x$

EXERCICE 1B.4

Résoudre ces équations sur le cahier :

a. $4x = \frac{3}{5}$	***b.*** $\frac{2}{3}x = 7$	***c.*** $\frac{6}{5}x = \frac{-7}{11}$
d. $-7x = \frac{4}{-3}$	***e.*** $\frac{-3}{2}x = 5$	***f.*** $\frac{-5}{7}x = \frac{-2}{-3}$

EXERCICE 1B.5

Traduire chaque phrase par une équation, puis trouver le nombre x :

a. « Le double de x vaut 6 ».
b. « Le triple de x vaut 33 ».
c. « 9 retranché de x vaut 4 » .
d. « Le double de x ajouté à 6 vaut 0 ».
e. « 6 retranché du triple de x vaut 9 ».
f. « Le quintuple de x ajouté à 2 vaut x ».
g. « Le double de la somme de x et de 3 vaut x ».
h. « La somme de x et de 6 vaut le triple de la somme de x et de 1 ».

EXERCICE 1B.6

Mettre chaque problème en équation puis résoudre :

a. Un bouquiniste vend des livres à un prix unique de 12€. A la fin de la journée, la recette est de 1020€.
Combien de livres a-t-il vendu aujourd'hui ?

b. Chloé mesure aujourd'hui 1,54m. Elle a grandi de 7 cm depuis l'été dernier.
Combien mesurait-elle l'été dernier ?

c. Bastien achète un blouson à 99€, et comme il lui reste de l'argent, il achète 2 T-Shirts. Il dépense 127€ en tout. Combien coûte un T-Shirt ?

d. Quentin voulait s'acheter 3 bandes dessinées mais une fois au magasin, il en a choisi 5. Cela lui coûtera 18€ de plus que ce qu'il avait prévu. Combien coûte une bande dessinée ?

e. La somme de deux nombres décimaux est 24. Sachant que l'un des nombres est le double de l'autre, trouver ces deux nombres.

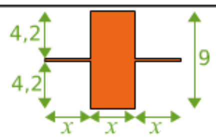
f. La somme de trois nombres consécutifs est 24.Trouver ces trois nombres.

g. Voici la règle d'un jeu :

→ Si on gagne, on reçoit 10€.
→ Si on perd, on donne 4€.

J'ai joué à ce jeu 25 fois, et j'ai perdu 2€ en tout.
Combien de fois ai-je gagné ?

Coche les bonnes réponses :

		R1	R2	R3	R4
1	Les équations sont :	A = $3x + 4$ ☐	$5x^2 + 6x - 3 = 0$ ☐	$6a + 1 = a - 2$ ☐	$6y + 7$ ☐
2	$x = -3$ donc…	$4x > 0$ ☐	$2x + 5 = \frac{2x}{3} + 1$ ☐	$x^2 + 6x + 9 = 0$ ☐	$x + 7 = -21$ ☐
3	− 8 est la solution de l'équation…	$2a + 17 = 1$ ☐	$(8 + x)(x + 3) = 0$ ☐	$0x = 0$ ☐	$n^2 = 64$ ☐
4	$3x - 4 = -2x + 11$ donc…	$-1x = 9x$ ☐	$5x = 7$ ☐	$x = 3$ ☐	$5x - 15 = 0$ ☐
5	L'équation $2x - 6 = 2(-2 + x)$…	admet 0 pour solution ☐	n'a pas de solution ☐	a les mêmes solutions que $0x = 2$ ☐	est impossible ☐
6	$4a + 5 = a + 15$ donc…	$3a = 10$ ☐	$a = 1{,}3333$ ☐	$a = 4$ ☐	$a = \frac{3}{10}$ ☐
7	« Le double de la somme d'un nombre et de 3 est égal à la moitié de ce nombre, augmentée de 5 »	$\frac{x}{2} + 3 = 2x + 5$ ☐	$2x + 3 = \frac{x}{2} + 5$ ☐	$2(x + 3) = \frac{x + 5}{2}$ ☐	ce nombre n'a pas d'écriture décimale ☐
8		Le périmètre de la figure est, en fonction de x : $3x + 9$ ☐	On peut trouver x pour que la figure ait le même périmètre qu'un carré de côté x ☐	Pour la figure, l'équation $6x + 18 = 10{,}2x$ a un sens ☐	L'aire de la figure est en fonction de x : $10{,}2x$ ☐

Exercices du livre ANAYA

1. (1 page 150) Résoudre:

a) $x^2 = 81$ b) $x^2 = 25$ c) $x^2 = 7$

d) $5x^2 = 20$ e) $4x^2 = 1$ f) $x^2 - 9 = 0$

g) $x^2 + 6 = 10$ h) $3x^2 - 7 = x^2 + 9$ i) $\frac{5x^2}{8} = \frac{2}{5}$

j) $\frac{2x^2}{9} - \frac{1}{50} = 0$ k) $\frac{4x^2}{25} - \frac{1}{25} = 0$ l) $\frac{x^2}{21} - 21 = 0$

2. (2 page 150) Réduire, factoriser et résoudre:

a) $x^2 - 4x = 0$ b) $x^2 + 2x = 0$ c) $x^2 - x = 0$

d) $x^2 + x = 0$ e) $3x^2 - 2x = 0$ f) $5x^2 + x = 0$

g) $5x^2 = 4x$ h) $2x^2 = -x$ i) $2x + x^2 = 7x$

j) $3x^2 - 2x = 2x^2 - 4x$ k) $\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3}$ l) $\frac{x}{3} + \frac{x^2}{4} = \frac{5x}{6}$

3. (3 page 150) Résoudre en utilisant la formule:

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$ b) $x^2 - 6x + 5 = 0$ c) $x^2 + x - 12 = 0$ d) $x^2 + 7x + 10 = 0$

e) $2x^2 - 7x + 6 = 0$ f) $x^2 - 2x + 1 = 0$ g) $x^2 + 6x + 9 = 0$ h) $x^2 - 3x + 3 = 0$

4. (4 page 150) Réduire et résoudre :

a) $x^2 - 3x - 5 = 2x + 9$ b) $6x^2 - 5(x - 1) = x(x + 1) + 4$

c) $2x^2 + \frac{x}{4} = x^2 + \frac{4x}{5} + \frac{1}{5}$ d) $x(x + 1) - \frac{1}{2} = \frac{x - 4}{6}$

e) $\frac{2x + 2}{3} + \frac{x^2 - x}{5} = \frac{3x + 7}{10}$

EXERCICE 5 : **/6 points** (Les deux premières équations ne valent que 0,5 point chacune.)
Résous les sept équations suivantes. On donnera, dans chaque cas, la solution sous la forme d'un nombre entier, d'un décimal ou d'une fraction simplifiée.

a. $m + 3 = 11$ **b.** $2t = -6,4$ **c.** $\frac{3}{5} + x = \frac{5}{4}$ **d.** $-y - 3,5 = 4,2$

e. $7b - 1 = 3b + 2$ **f.** $2(x + 1) = 3 - (4x + 5)$ **g.** $\frac{3}{4}p - 5 = \frac{2}{3}$

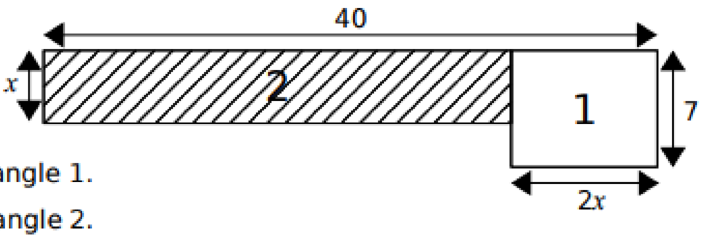
EXERCICE 6 : **/1 point**

Jules dépense $\frac{3}{5}$ du contenu de son porte-monnaie dans une boutique. Il lui reste 23,50 €.

En résolvant une équation, détermine quelle somme Jules possédait avant cet achat.

EXERCICE 7 : **/3 points**

Dans la figure ci-contre, les dimensions sont données en centimètres.



a. Donne en fonction de x le périmètre du rectangle 1.
b. Donne en fonction de x le périmètre du rectangle 2.
c. Détermine pour quelle valeur de x les périmètres des deux rectangles sont égaux.

EXERCICE 8 : **/1,5 points**

En résolvant une équation, trouve le nombre tel que la somme de son triple et de 5,4 soit égale au produit de son double par 2,1.

EXERCICE 9 : (11 page 152) Résoudre :

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$ b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

c) $x^2 + 9x + 40 = 0$ d) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

e) $15x^2 - 16x + 4 = 0$ f) $14x^2 + 5x - 1 = 0$

g) $x^2 - 10x + 25 = 0$ h) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

i) $6x^2 - 5x + 2 = 0$ j) $6x^2 - x - 5 = 0$

EXERCICES DU LIVRE ANAYA

1. Pratique

Solutions

31 3	32 2	33 2
34 3	35 –1	36 2/5
37 1	38 3/5	39 –1/2
40 –5	41 I. S.	42 S. S.

31 $2x - 1 = x + 2$

32 $3x + 2 = x + 6$

33 $2x + 1 = 5x - 5$

34 $1 - x = 4 - 2x$

35 $x - 6 = 5x - 2$

36 $3 + 7x = 2x + 5$

37 $6x - 2 + x = 2x + 3$

38 $8x + 3 - 5x = 7 - 2x - 1$

39 $4x + 5 + x = 7 + 3x - 3$

40 $8 - x + 1 = 4x - 1 - 7x$

41 $7x - 4 - 3x = 2 + 4x - 6$

42 $2 + 3x - 5 = 4x - 2 - x$

2. Pratique

Solutions

43 8	44 0	45 2
46 1/2	47 3/4	48 –1
49 2/3	50 1/6	51 –2
52 1	53 I. S.	54 S. S.

43 $x - 7 = 6 - (x - 3)$

44 $x - (1 - 3x) = 8x - 1$

45 $1 - (3x - 9) = 5x - 4x + 2$

46 $13x - 15 - 6x = 1 - (7x + 9)$

47 $7x - (4 + 2x) = 1 + (x - 2)$

48 $2(3x - 1) - 5x = 5 - (3x + 11)$

49 $1 - 2(2x - 1) = 5x - (5 - 3x)$

50 $7 - (2x + 9) = 11x - 5(1 - x)$

51 $4(5x - 3) - 7x = 3(6x - 4) + 10$

52 $4 - 7(2x - 3) = 3x - 4(3x - 5)$

53 $16x - 7(x + 1) = 2 - 9(1 - x)$

54 $6 - (8x + 1) = 4x - 3(2 + 4x)$

3. (1 page 142) Résoudre les équations

a) $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{2x}{3} + \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$

c) $4 - \frac{2x}{3} = x + \frac{2}{3}$

d) $1 + \frac{2x}{5} = \frac{1}{5} - 2x$

e) $\frac{1}{4} - x = \frac{3x}{4} - 1$

f) $\frac{3x}{2} + 5 = 2x - \frac{1}{2}$

4. (2 page 142) Résoudre :

a) $1 - \frac{x}{4} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

b) $\frac{3x}{2} - \frac{x}{4} = 1$

c) $\frac{5x}{6} + 1 = x - \frac{1}{3}$

d) $\frac{7x}{10} + 1 = \frac{2}{5} + x$

e) $x + \frac{1}{5} = \frac{2x}{3}$

f) $\frac{11x}{20} - x = \frac{3x}{4} - 1$

5. (2 page 143) Résoudre :

a) $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \frac{2x}{3} = \frac{1}{6}\left(x - \frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{1}{2}(2x - 3) + 1 = \frac{1}{3}(x - 5) - x$

c) $2\left(\frac{4x}{9} - \frac{7}{6}\right) + \frac{2x}{3} = 1 - \frac{2x}{3}$

d) $5\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{6}\right) - \frac{1}{3} = x - 2\left(1 - \frac{x}{3}\right)$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 7

1. Indiquer laquelle des valeurs suivantes est la solution de l'équation:

$$\frac{x^2-1}{5} = \sqrt{x} - 1$$

$\boxed{x = 1}$ $\boxed{x = 2}$ $\boxed{x = 4}$ $\boxed{x = 9}$ $\boxed{x = -\frac{1}{2}}$

2. Résoudre :

a) $7x - 3 - 2x = 6 + 3x + 1$

b) $1 - 4x - 6 = x - 3(2x - 1)$

3. Résoudre :

a) $\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$

b) $x - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} - 2$

c) $x - \frac{1}{2} = \frac{5x}{8} - \frac{3}{4}$

d) $\frac{2x}{3} - 4\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{15}$

4. Résoudre :

a) $3a^2 - 5 = 70$

b) $6x^2 - 3x = x$

c) $x^2 - 2x - 3 = 0$

d) $8x^2 - 6x + 1 = 0$

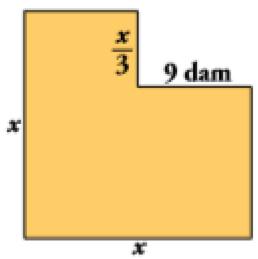
5. Écrire à la forme générale et trouver les solutions de l'équation:

$$\frac{3x}{2} - \frac{8}{x} = x - 3$$

6. Pour trois kilos de poires et deux de pommes, Ramón a payé 7,80 €. Découvrez le prix des deux, sachant qu'un kilo de poires coûte une fois et demie ce qu'un kilo de pommes.

7. Un agriculteur a planté 1/3 de la surface de son potager de bettes à cardes et 3/10 de carottes. S'il reste encore 110 m^2 libres, quelle est la superficie totale du potager?

8. Calculez le périmètre de cette figure, sachant qu'elle occupe une superficie de 180 décamètres carrés.



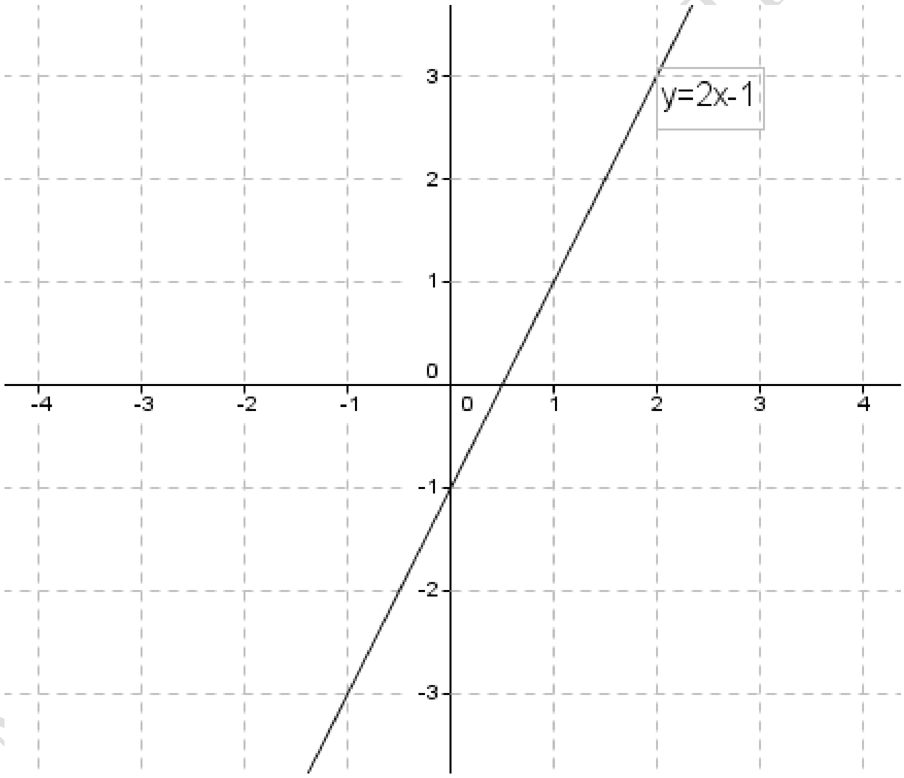
1. ÉQUATIONS LINÉAIRES

Une équation linéaire à deux inconnues est l'ensemble des points (x,y) du plan vérifiant ax + by = c, où a,b,c sont des réels et x, y sont deux inconnues.

Une **solution** de l'équation linéaire à deux inconnues est une paire de valeurs (une pour chaque inconnue) qui rendent vraie l'égalité.
Une équation linéaire à deux inconnues a une infinité de solutions.

- **Représentation graphique**

L'équation linéaire à deux inconnues ax+by=c c'est une droite. L'expression ax+by=c est l'équation d'une droite.
Les points (m,n) sont des solutions de l'équation ; c'est-à-dire x= m, y=n .
Exemple :



2. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES

Un système de deux équations linéaires à deux inconnues est un ensemble d'équations

$$ax + by = c$$
$$a'x + b'y = c'$$

Résoudre ce système c'est trouver tous les couples de valeurs (x,y) pour lesquels les deux égalités sont vraies simultanément. C'est donc trouver toutes les solutions communes aux équations.

- **SYSTÈMES ÉQUIVALENTES**

Deux systèmes d'équations sont équivalentes s'ils ont la même solution.

3. MÉTHODES POUR LA RÉSOLUTION DE SYSTÈMES

1. Résolution par la méthode de SUBSTITUTION :

On calcule, dans l'une des équations, une des inconnues en fonction de l'autre, et on porte la valeur trouvée dans l'autre équation.
Cette méthode est utile quand une des inconnues a 1 comme coefficient dans **une** des équations, qui sera celle où nous l'isolerons.

1. On isole l'une des deux inconnues (x ou y) $\begin{cases}2x+\boxed{y=}\,2{,}1\\ x+3y=3{,}05\end{cases}$
2. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ x+3y=3{,}05\end{cases}$ On va la remplacer dans l'autre équation
3. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ x+3\times(2{,}1-2x)=3{,}05\end{cases}$ On a remplacé y
4. Calcul. On développe. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ x+6{,}3-6x=3{,}05\end{cases}$
5. On va pouvoir trouver x. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ x-6x=3{,}05-6{,}3\end{cases}$
6. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ -5x=-3{,}25\end{cases}$ Equation à une inconnue.
7. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ x=-3{,}25\div(-5)\end{cases}$ Calcul.
8. On va remplacer x dans la première équation. $\begin{cases}y=2{,}1-2x\\ x=0{,}65\end{cases}$
9. $\begin{cases}y=2{,}1-2\times0{,}65\\ x=0{,}65\end{cases}$ On effectue un dernier calcul.
10. On obtient les deux solutions du système. $\begin{cases}y=0{,}8\\ x=0{,}65\end{cases}$

2. Résolution par la méthode de COMPARAISON :

Exprimer *y* en fonction de *x* ou *x* en fonction de *y* dans les deux équations. Comme les deux expressions sont égales et on se ramène à une équation avec une inconnue, on résout. On peut calculer l'autre inconnue avec l'une des deux expressions.
Cette méthode est utile quand une des inconnues a 1 comme coefficient dans **les deux équations**, où nous l'isolerons.

3. Résolution par la méthode de COMBINAISONS ou d'addition:

- On multiplie les deux membres de chaque équation par des nombres choisis de sorte qu'on obtient le **minimum multiple commun** pour une des inconnues dans les deux équations.
- Alors, en additionnant membre à membre les équations obtenues, l'une des inconnues disparaît, et nous obtenons une équation avec une inconnue, que nous pouvons résoudre.
- Nous portons la valeur trouvée de l'inconnue à une des équations originaires, que nous résolvons à son tour.

On se débrouille pour avoir les mêmes coefficients devant x dans les deux équations puis on soustrait les deux équations : il n'y aura plus de x dans l'équation obtenue et on pourra calculer y.

1. $\begin{cases} 2x+y=2{,}1 \\ x+3y=3{,}05 \ (\times 2) \end{cases}$ On mutliplie par 2 tous les termes de la 2ème équation

2. $\begin{cases} \boxed{2}x+y=2{,}1 \\ \boxed{2}x+6y=6{,}1 \end{cases}$ On obtient les mêmes coefficients devant x

3. On tire un trait sous le système et on soustrait les deux équations

$$\begin{array}{r} 2x+y=2{,}1 \\ - \quad 2x+6y=6{,}1 \\ \hline 0x-5y=-4 \end{array}$$

4. $y=\dfrac{-4}{-5}=0{,}8$ On en déduit la valeur de y.

5. Et enfin celle de x.

$$\begin{aligned} 2x+y &= 2{,}1 \\ 2x+0{,}8 &= 2{,}1 \\ 2x &= 2{,}1-0{,}8 \\ 2x &= 1{,}3 \\ x &= 1{,}3 \div 2 \\ x &= 0{,}65 \end{aligned}$$

4. Interprétation graphique

Puisque chaque équation est représentée par une droite dans le repère orthogonal, **la solution d'un système est le point où les droites se croissent**. Le couple de coordonnées du point d'intersection *x* et la *y* qui résolvent le système.

4. RÉSOLUTION DE PROBLÈMES AVEC SYSTÈMES

Pour résoudre un problème avec un système d'équations, il faut traduire un texte en langage algébrique (un système d'équations du premier degré à deux inconnues …), et après on doit trouver la solution.

PROBLÈMES DE SYSTÈMES D'ÉQUATIONS

1. L'addition de deux nombres donne 57, et la différence est égale à 9. Quels sont ces nombres ?

2. Didier et Marine portent un total de 15 €. S'il lui donnait 1,5 €, elle aurait le double de ce qu'il aurait. Combien porte chacun des deux ?

3. Une tige de bambou de 4,80 m hauteur est rompue par le vent, et l'extrémité supérieure, qui maintenant vise le sol, reste à une hauteur de 60 cm du sol. À quelle hauteur la tige a été rompue?

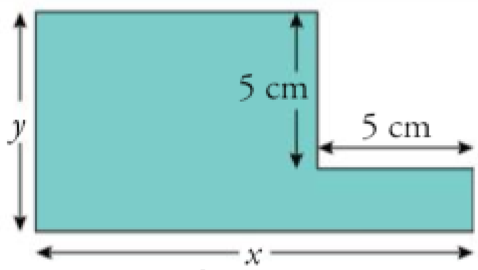
4. Un hôtel plein accueillit un total de 62 clients dans 35 chambres, simples et doubles. Combien y en a-t-il de chaque type ?

5. Le marchand de fruits met en vente 80 kg de cerises. Après quelques jours, il a vendu la plupart, mais il considère que le reste n'est pas en conditions acceptables pour la vente, et il les retire. Si pour chaque kg vendu il a gagné 1 €, et pour chaque kg retiré il a perdu 2 €, et le profit final a été 56 €, combien de kg a-t-il vendu et retiré ?

6. Au zoo, entre buffles et autruches il y a 12 têtes et 34 pattes. Combien y en a-t-il de chaque animal ?

7. *Problème typique des âges:* L'âge de Christine est le triple de celui de son frère Richard, mais en dix ans il ne sera que le double. Quel est l'âge de chacun ?

8. *(27 PAGE 172) Problème typique de géométrie:* Calcule la longitude des côtés du polygone à droite, si l'on sait que le périmètre mesure 42 cm et l'aire 73 cm^2 :



9. *Problème typique de mélanges:* Nous avons de l'huile d'olive vierge, à 3,00 €/L, et de l'huile de tourteau d'olive, à 2,00 €/L. Quelle quantité de chacun doit-on utiliser pour obtenir 600 L de mélange à 2,40 €/L ?

10. *Problème typique de parcours:* La distance entre Vilagarcía et Ponferrada est de 270 km. À un certain moment, une voiture part de Vilagarcía à Ponferrada à 110 km/h, et un camion de Ponferrada à Vilagarcía à 70 km/h en même temps. Quelle distance parcourt chacun jusqu'au moment où ils se trouvent ?

EXERCICES du livre ANAYA

1. (1 page 162) Faire la représentation graphique et dire la solution

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 2 + x/2 \\ y = 4 - x/2 \end{cases}$

2. (1 page 163) Résoudre les systèmes d'équations :

a) $\begin{cases} y = x \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = x + 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ 4x - y = 9 \end{cases}$

SOLUTIONS

a) $x = 3$, $y = 3$ b) $x = 4$, $y = 2$ c) $x = 9$, $y = 10$ d) $x = 2$, $y = -1$

3. (2 page 164) Résoudre les systèmes d'équations :

a) $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 7x - 3y = 5 \end{cases}$

SOLUTIONS

a) $x = 3$, $y = 4$ b) $x = 3$, $y = 5$ c) $x = 5$, $y = -2$ d) $x = -1$, $y = -4$

4. (3 page 165) Résoudre les systèmes d'équations :

a) $\begin{cases} x = y \\ x = 3y - 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 3x \\ y = 5x - 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + y + 6 = 0 \\ 5x - y + 1 = 0 \end{cases}$

SOLUTIONS

a) $x = 5$, $y = 5$ b) $x = 2$, $y = 6$ c) $x = 5$, $y = -1$ d) $x = -1$, $y = -4$

5. (3 page 170) Résoudre les systèmes d'équations :

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x - y = -7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x - 2y = -5 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases}$

6. (6 page 170) Résoudre les systèmes d'équations :

a) $\begin{cases} 2y = x + 8 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = -5 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 8

1. Représenter graphiquement les équations suivantes :

a) $y = 2x - 1$ **b)** $2x + 3y - 3 = 0$

2. Résoudre graphiquement le système d'équations :

a) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - y = 9 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$

3. Résoudre les systèmes d'équations en appliquant la méthode de substitution.

a) $\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$

4. Résoudre les systèmes d'équations en appliquant la méthode de comparaison.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$

5. Résoudre les systèmes d'équations en appliquant la méthode de combinaisons.

$$\text{a)}\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \qquad \text{b)}\begin{cases} -3x + y = -8 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

6. Simplifier les équations et résoudre les systèmes d'équations

$$\text{a)}\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{3} \\ \dfrac{2x}{5} = 1 + \dfrac{y}{4} \end{cases} \qquad \text{b)}\begin{cases} \dfrac{5x}{3} = 2y + 13 \\ \dfrac{3x}{5} - \dfrac{2y}{3} = 5 \end{cases}$$

7. Écrire et résoudre le système que montre le dessin :

8. Calculer deux nombres en sachant que la somme est 119 et le triple du plus petit est 17 unités plus que le double du plus grand.

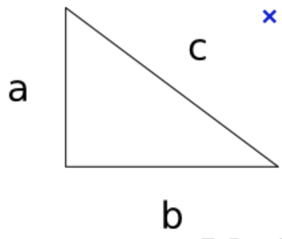
9. À la cafétéria, hier, nous avons payé 3 € pour deux cafés et une tartine. Aujourd'hui, nous avons payé 6,30 € pour trois cafés et trois tartines. Combien coûte un café et combien coûte une tartine ?

10. La base d'un rectangle est 8 cm plus longue que la hauteur et le périmètre mesure 42 cm. Calculer les dimensions du rectangle.

11. On a mélangé un café de qualité supérieure, à 7,60 euros / kg, avec un autre café de qualité inférieure, à 4,10 euros / kg, pour obtenir 100 kg de mélange obtenu à 5,43 euros / kg. Combien de kg de chaque classe doit-on mélanger?

1. THÉORÈME DE PYTHAGORE

Dans tout triangle rectangle, la somme des carrés des longueurs des **côtés** de l'angle droit est égale au carré de la longueur de l'**hypoténuse** et réciproquement.



$c^2 = a^2 + b^2$

Où **c** est l'hypoténuse et **a** et **b** sont les côtés de l'angle droit.

https://www.cmath.fr/4eme/theoremedepythagore/cours.php

2. CALCULE D'UN CÔTÉ EN CONNAISSANT LES DEUX AUTRES

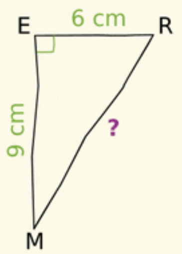
À connaître : Théorème de Pythagore

Si **un triangle est rectangle**
alors **le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés**.

Exemple 1 : Calcul de la longueur de l'hypoténuse

Soit MER un triangle rectangle en E tel que ME = 9 cm et ER = 6 cm.
Calcule la valeur exacte de MR puis donne la valeur arrondie au millimètre.

Figure à main levée :



Le triangle MER est rectangle en E, son hypoténuse est le côté [MR]. Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$MR^2 = ME^2 + ER^2$

$MR^2 = 9^2 + 6^2$

$MR^2 = 81 + 36$

$MR^2 = 117$

La longueur MR est positive donc MR = $\sqrt{117}$ cm (valeur exacte).

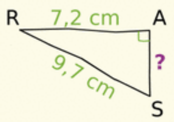
(On utilise ensuite la calculatrice et la touche $\sqrt{\ }$ pour obtenir une valeur de $\sqrt{117}$.
La calculatrice affiche alors : 10,81665383.
On a donc : $10{,}8 < \sqrt{117} < 10{,}9$.
Ainsi 10,8 et 10,9 sont deux valeurs approchées de $\sqrt{117}$ à un dixième près. 10,8 est la valeur la plus "proche" de la valeur affichée par la calculatrice)

Donc MR ≈ 10,8 cm (**valeur arrondie au millimètre**).

Exemple 2 : Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit

Soit RAS un triangle rectangle en A tel que RS = 9,7 cm et RA = 7,2 cm. Calcule AS.

Figure à main levée :



Le triangle RAS est rectangle en A, son hypoténuse est le côté [RS]. Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$RS^2 = RA^2 + AS^2$

$9{,}7^2 = 7{,}2^2 + AS^2$

$AS^2 = 9{,}7^2 - 7{,}2^2$

$AS^2 = 94{,}09 - 51{,}84$

$AS^2 = 42{,}25$

La longueur AS est positive donc AS = $\sqrt{42{,}25}$ cm.

(La valeur obtenue avec la calculatrice pour $\sqrt{42{,}25}$ est 6,5.
C'est une valeur exacte car $6{,}5^2 = 42{,}25$)

Donc AS = 6,5 cm (**valeur exacte**).

Réciproque du théorème de Pythagore

La réciproque du théorème de Pythagore est une propriété qui permet de dire si un triangle est rectangle ou non lorsqu'on connaît les longueurs de ses 3 côtés.

Énoncé

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs de ses deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.

3. APLICATIONS DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

a. CALCULER LA HAUTEUR D'UN TRIANGLE

On peut déterminer la hauteur d'un triangle isocèle ou équilatéral, si on connaît la longueur des côtés en utilisant le théorème de Pythagore.
Dans un triangle isocèle et équilatéral, la hauteur coupe la base dans son milieu et divise le triangle initial en deux triangles rectangles égaux.

b. CALCULER LA DIAGONALE D'UN RECTANGLE

On peut déterminer la longueur de la diagonale d'un carré ou d'un rectangle, si on connaît la longueur des côtés en utilisant le théorème de Pythagore.

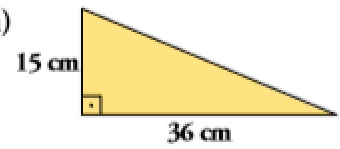
EXERCICES

1-(1 page 180) Donner une valeur arrondie au mm des longueurs manquants en sachant que la mesure **a** est l'hypoténuse de toutes les sous-parties

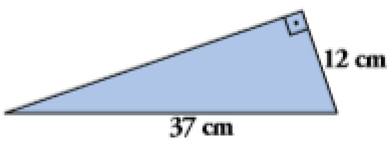
a) $c = 70$ mm $a = 74$ mm
b) $b = 15$ cm $a = 25$ cm
c) $b = 14$ m $c = 48$ m

e) $b = 5{,}5$ cm $a = 30{,}5$ cm
f) $c = 24$ km $a = 26$ km
g) $b = 65$ m $a = 425$ m

h)



i)



Exercice corrigé

NIV est un triangle rectangle en V tel que VI = 4 cm et VN = 5 cm.
Détermine la longueur de l'hypoténuse [NI] et donnes-en une valeur arrondie au mm.

Correction

Le triangle NIV est rectangle en V.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$NI^2 = NV^2 + VI^2$

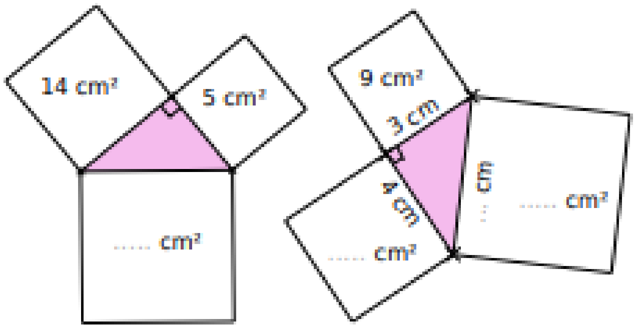
soit $NI^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 51$

NI est une distance, donc $NI > 0$ et on a :

$NI = \sqrt{51}$

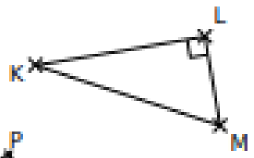
$NI \approx 7{,}1$ cm

1 Dans chaque figure, un carré est dessiné sur chaque côté du triangle rectangle. Détermine la mesure manquante (aire ou longueur).

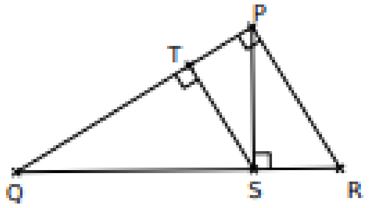


2 Pour chaque triangle rectangle, écris la relation du théorème de Pythagore.

a. ....



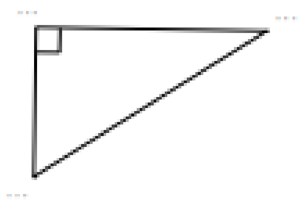
b.



Triangle rectangle	Égalité de Pythagore
PQR rectangle en P	

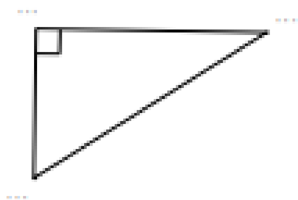
3 Calcul de la longueur de l'hypoténuse

ERL est un triangle rectangle en R tel que ER = 9 cm et RL = 12 cm. Calcule la longueur de son hypoténuse.



4 Calcul de la longueur de l'hypoténuse (bis)

LOI est un triangle rectangle en O tel que LO = 16 cm et OI = 12 cm. Calcule la longueur de [LI].



5 Le triangle PIE rectangle en I est tel que IP = 7 cm et IE = 4 cm.

a. Complète le schéma.

b. Calcule la valeur exacte de PE.

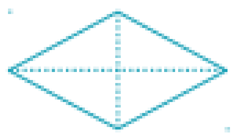
Soit PE = $\sqrt{\ldots\ldots}$ cm.

c. Donne la valeur de PE, arrondie au dixième de centimètre.

PE ≈ ....

6 **Périmètre d'un losange**

ABCD est un losange de centre O tel que AC = 6 cm et BD = 8 cm.

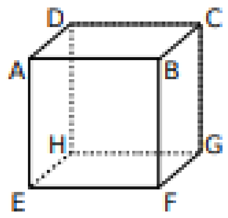


a. Place les sommets et le point O sur le schéma.

b. Calcule AB puis le périmètre de ce losange.

7 ABCDEFGH est un cube d'arête 10 cm.

On veut calculer la longueur de la grande diagonale [EC].
On admettra que le triangle AEC est rectangle en A.



a. Explique pourquoi le triangle ABC est rectangle.

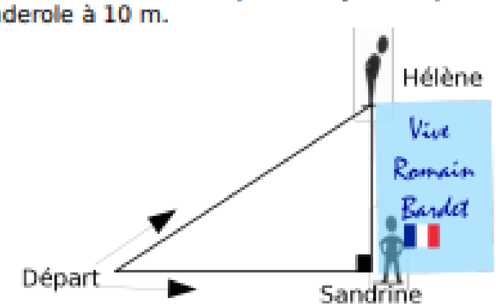
b. Calcule la valeur exacte de la longueur AC.

c. Donne une valeur arrondie au mm de la longueur AC.

d. Déduis-en la valeur exacte de EC^2.

9 **Tour de France**

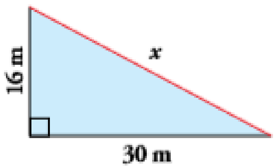
Hélène et Sandrine ont décidé d'aller sur les routes du tour de France cycliste 2016 pour encourager leur sportif préféré, Romain Bardet. Elles ont prévu une grande banderole de 4 m de haut. Hélène est montée sur une estrade et déroule la banderole. Sandrine, restée sur le plat, a rejoint le pied de la banderole à 10 m.



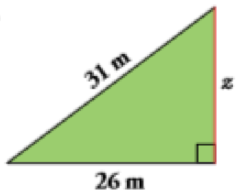
Quelle distance a parcourue Hélène ?

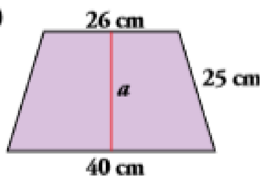
AUTOÉVALUATION

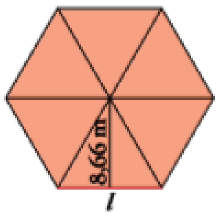
1. Classer les triangles suivants en rectangle, en angle aigu ou obtus.
   - a) 20 cm, 24 cm, 30 cm
   - b) 5 m, 6m, 10 m
   - c) 10 mm, 24 mm, 26 mm
   - d) 7 dm, 7 dm, 7 dm
2. Calculer le segment inconnu dans chacune de ces figures:

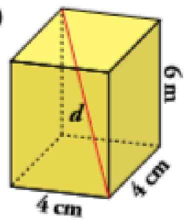
a)


b)

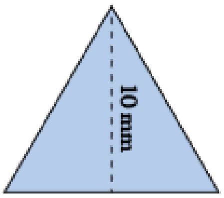

c)


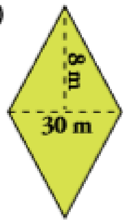
d)


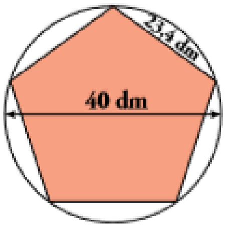
e)


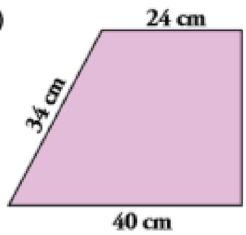
f)


3. Calculer les aires et les périmètres de ces figures:

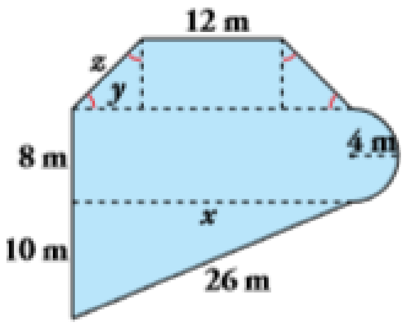
a)


b)


c)


d)


4. La place d'une ville a la forme et les dimensions qui apparaissent dans le dessin. Les angles indiqués sont tous à 45 °. Calculer l'aire et le périmètre de la place.



1. FIGURES SEMBLABLES

Figures géométriques dont l'une est un **agrandissement**, une **réduction** ou une **reproduction** d'une autre figure.

k est le symbole dont on se sert pour désigner le rapport entre les longueurs (côtés, hauteurs, rayons ou périmètres) homologues de deux figures semblables. k représente donc le rapport entre deux mesures d'une dimension.

Remarques:
-On le note aussi k1 plutôt que k.

-Ce rapport est aussi appelé rapport de longueurs.

k^2 est le symbole utilisé pour exprimer un rapport des **aires** de deux figures ou deux solides semblables.
k^3-est le symbole utilisé pour exprimer un rapport des **volumes** de deux solides semblables.

2. ÉCHELLES

Une **échelle** est le rapport entre la mesure d'un objet réel et la mesure de sa représentation (maquette, carte géographique). Elle est exprimée par une fraction.

Échelle $= \frac{représentation}{objet\ représenté}$

Ex : Une échelle **1 :100** signifie 1 centimètre dans la représentation pour 100 centimètres dans la réalité.

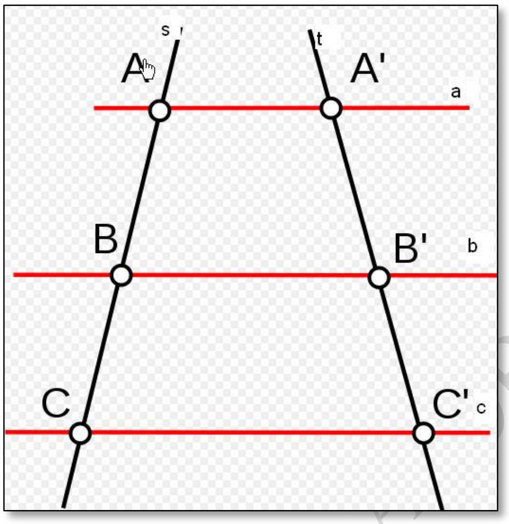
L'expression « à grande échelle » désigne donc un facteur d'échelle qui se rapproche de 1/1, soit une représentation relativement précise d'une réalité peu étendue (une maquette fidèle à son modèle, par exemple). Au contraire, « à petite échelle » désigne un facteur d'échelle élevé, soit une représentation moins précise d'une réalité plus étendue (un planisphère par exemple).

3. THÉORÈME DE THALÈS

Soient deux droites ***s*** et ***t***, et trois droites parallèles ***a***, ***b*** et ***c*** interceptant ***s*** et ***t*** respectivement en *A* et *A*', en *B* et *B*', et en *C* et *C*', alors les segments d'origine sur les droites ***s*** et ***t*** sont proportionnels.

Cette conclusion équivaut à l'une des deux égalités suivantes :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

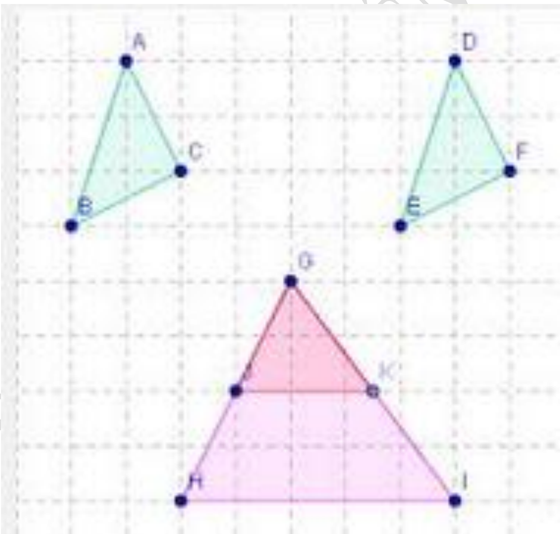


4. TRIANGLES SEMBLABLES

On dit que deux **triangles** sont **semblables** s'ils ont la même forme, mais pas nécessairement la même taille.

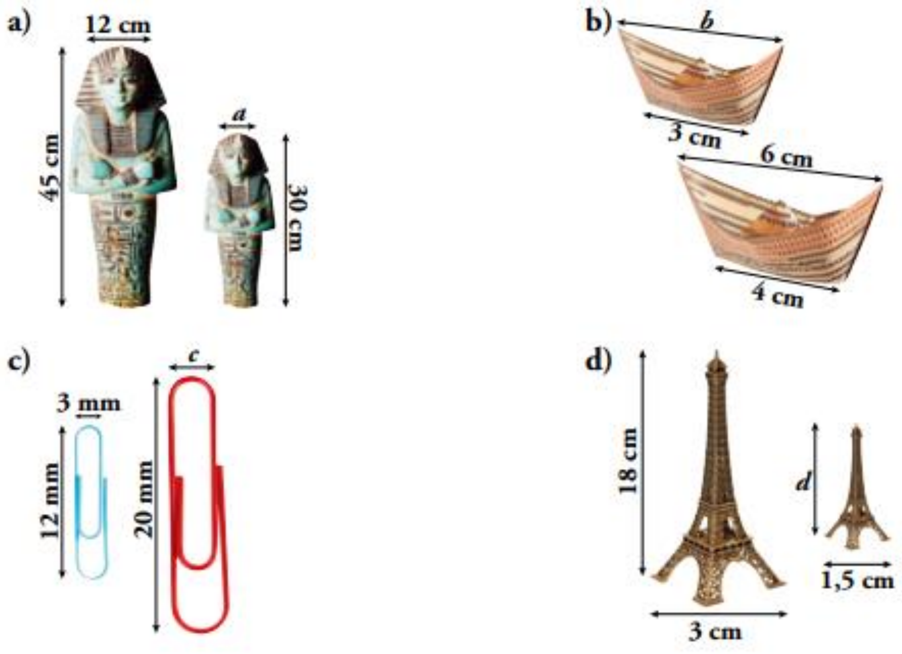
Parmi les multiples formalisations de cette définition intuitive, les deux plus courantes sont : Deux triangles sont semblables :

1. Si leurs côtés sont proportionnels, ou, ce qui est équivalent
2. S'ils ont les mêmes angles

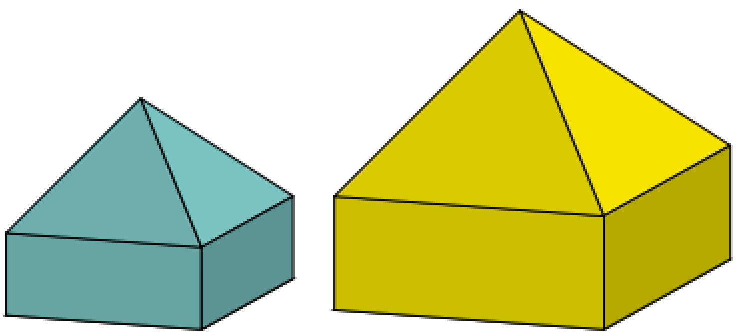


EXERCICE 1 :
Deux rectangles similaires ont un rapport de similarité de 0,8. Les dimensions du plus petit sont de 4 cm de large sur 12 cm de haut. Quelles sont les dimensions du plus grand rectangle ?

EXERCICE 2 :
En supposant que dans chaque section il y a deux figures similaires, calculez le rapport de similitude entre la première et la seconde, et trouvez les longueurs manquantes.



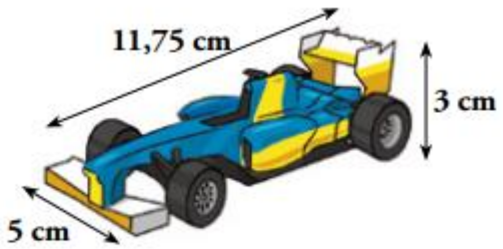
EXERCICE 3 :
Ces deux maisons en carton sont similaires. Le rapport de similitude est de 1,5. Pour fabriquer la petite, il a fallu 7,2 dm2 de carton, et son volume est de 6,4 l. Quelle quantité de carton la grande a-t-elle et quel est son volume ?



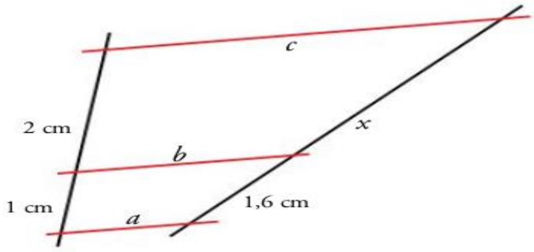
EXERCICE 4 : Sur le bord de la Seine (Paris) se trouve une réplique à l'échelle 1:4 de la Statue de la Liberté, dont la hauteur est de 11,5 m. Trouvez la hauteur de la statue à New York.

À Cenicero, un village de La Rioja, il existe une autre réplique de la statue de la Liberté, haute de 1,2 m. Quelle est l'échelle de celle-ci par rapport à celle de New York ?

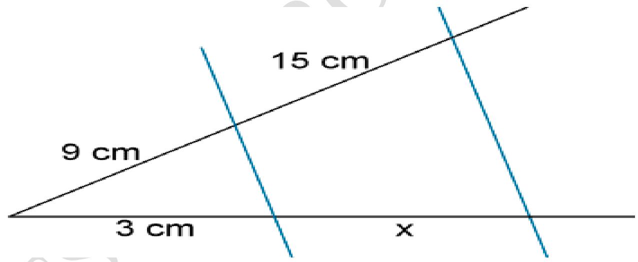
EXERCICE 5 :
La voiture télécommandée de Pablo est une reproduction à l'échelle 1:40 des voitures de "Formule 1". Observez sur le dessin les dimensions de la voiture jouet et trouvez les dimensions de la vraie voiture.



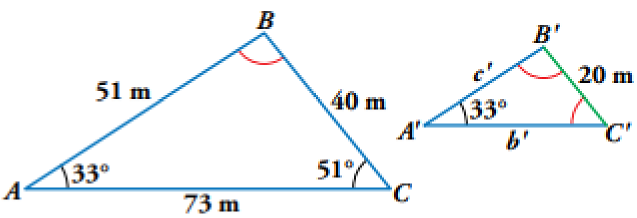
EJERCICIO 6 A: Calcule x



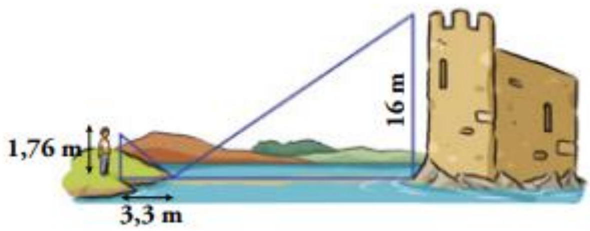
EJERCICIO 6B: Calcule X



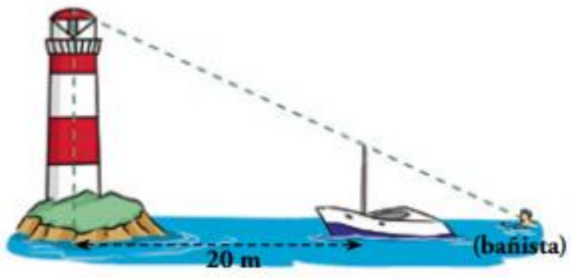
EXERCICE 7 : Nous savons que les triangles suivants sont semblables. Trouvez les côtés et les angles manquants.



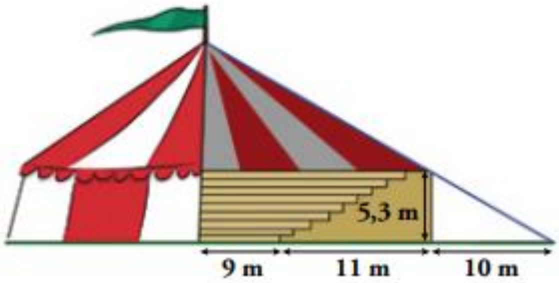
EXERCICE 8 : Trouvez la distance entre Marcos et la base de la tour à partir des données du dessin.



EXERCICE 9 :
Le baigneur est à 5 m du bateau. Le plat-bord du bateau est à 1 m au-dessus du niveau de la mer. Le mât du bateau dépasse de 3 m du plat-bord. Le baigneur voit l'extrémité du mât et le projecteur du phare alignés.
A quelle hauteur au-dessus du niveau de la mer se trouve le phare du phare ?



EJERCICIO 10: Quelle est la hauteur du cirque ci-dessous ?

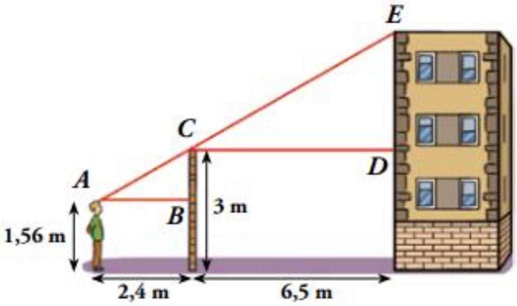


EXERCICE 11 : Observez la méthode ingénieuse qu'utilise Ramon pour connaître la hauteur du bâtiment : il se positionne de façon à ce que le sommet du portail et le sommet du bâtiment soient alignés avec ses yeux. Indiquez sa position et prenez les mesures indiquées sur le dessin.

a) Expliquez pourquoi les triangles ABC et CDE sont semblables.

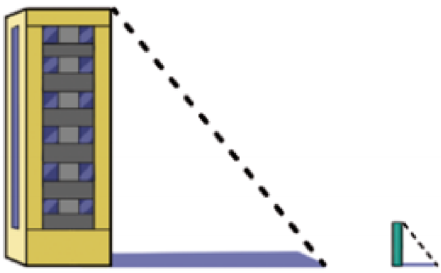
b)Calculez ED.

c) Calculez la hauteur du bâtiment.



EXERCICE 12 :

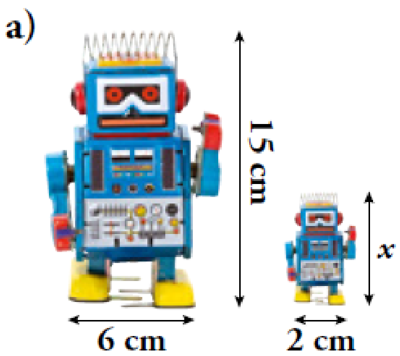
Calculez la hauteur d'un bâtiment projetant une ombre de 49 m au moment où une clôture de 2 m projette une ombre de 1,25 m.

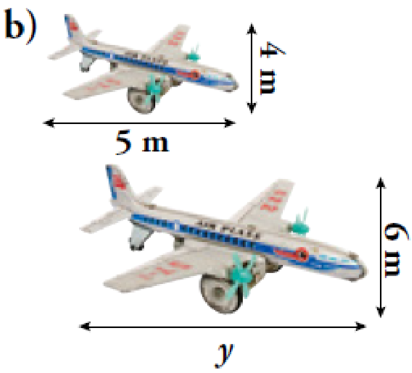


.

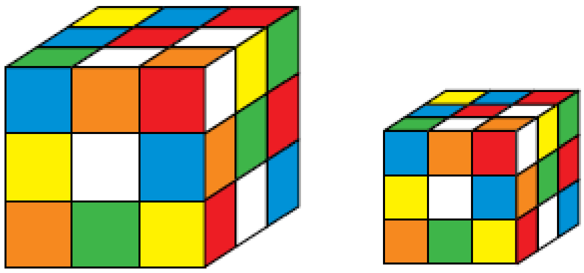
AUTOÉVALUATION CHAPITRE 10

1. Calculer les longueurs manquantes dans ces figures semblables et trouver la raison entre elles:





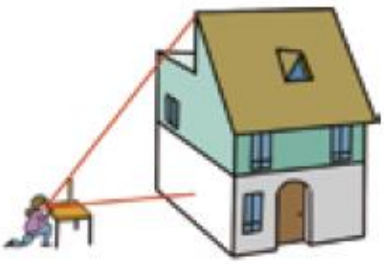
2. Le rapport de similarité entre ces deux figures est de 1,5. Pour colorier le grand, ils ont eu besoin de 216 cm^2 d'autocollant et son volume est de 216 cm^3. Combien d'autocollant il faut pour construire le petit? Quel volume a-t-il?



3. Un avion veut voyager en ligne droite entre Las Palmas de Grandes Canaries et Palma de Majorque.
   Dans un plan à l'échelle 1: 9 000 000, la distance mesurée est de 24 cm. Combien de kilomètres parcourra l'avion?

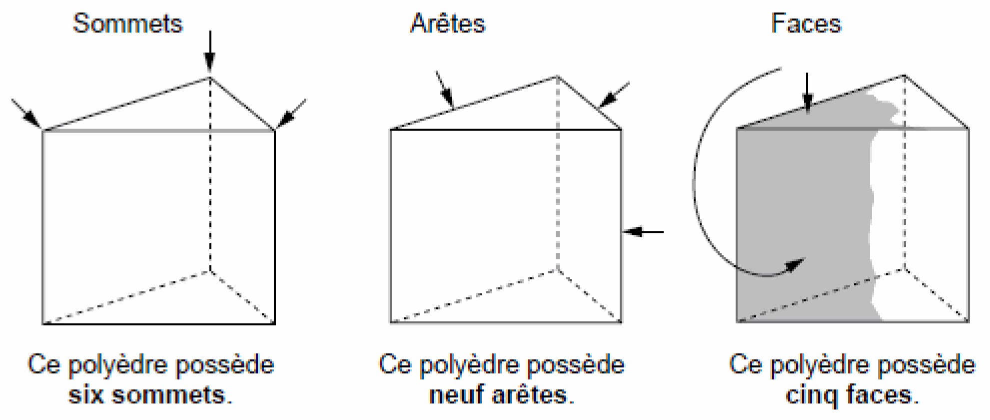
4. Les côtés d'un triangle mesurent 6 cm, 8 cm et 13 cm. Un autre triangle semblable à lui a un côté moyen de 12 cm.
   a) Combien mesurent les autres côtés?
   b) Si l'aire du premier est de 16,7 cm^2, quelle sera-t-elle l'aire du second?

5. La règle mesure 20 cm et se trouve à 38 cm du bord de la table la plus proche de Silvia. Trouver la hauteur de la maison sachant que la table mesure 75 cm de hauteur et que Silvia se trouve à 7,6 m de la maison.



1. PRISMES

Un **polyèdre** est un solide dont la frontière est formée de plans ou de portions de plan. Les portions de plan qui comprennent ainsi entre elles le polyèdre sont les faces. Chaque face, étant limité par des intersections (les arêtes) avec les faces voisines, est un polygone. Les côtés de ce polygone sont les arêtes du polyèdre. Nous appelons "sommet" d'un polyèdre tout sommet de n'importe quel de ses faces.



Un **prisme** est un polyèdre constitué par deux faces polygonales superposables situées dans deux plans parallèles (**bases**) et par des parallélogrammes joignant les bases (**faces latérales**). La distance séparant les deux bases est appelée **hauteur** du prisme.

Lorsque les faces latérales sont des rectangles, c'est-à-dire, sont perpendiculaires aux bases, le prisme est appelé **prisme droit**. En cas contraire, il est appelé **prisme oblique**.

On dit que le **prisme** est **régulier** s'il est droit et les bases sont des polygones réguliers.

Un pavé droit, ou parallélépipède rectangle, est un prisme délimité par six faces rectangulaires (boîte rectangulaire). Tous les angles sont des angles droits et les faces opposées du cuboïde sont égales. C'est aussi un prisme rectangulaire droit.

Aire d'un prisme

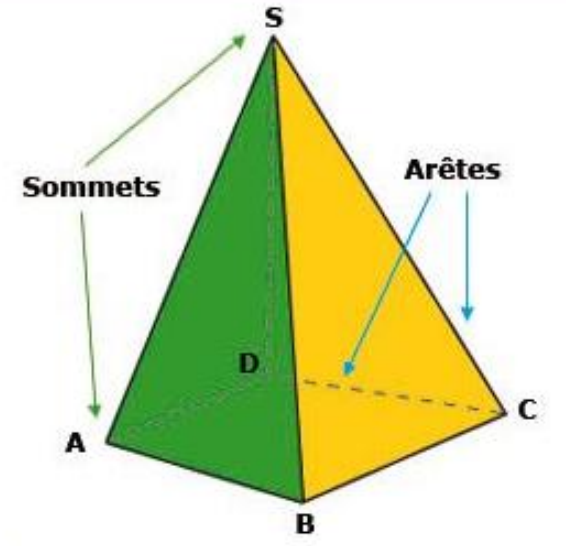
L'aire latérale d'un prisme est égale au produit p × h, où p désigne le périmètre d'une des deux bases et h la hauteur du prisme.

A = Aire latérale + 2 · Aire de la base

2. PYRAMIDES

Une **pyramide** à *n* côtés est un polyèdre formé en reliant une base polygonale de *n* côtés à un point, appelé l'**apex**, par *n faces triangulaires* ($n \geq 3$).

Pour une pyramide triangulaire chaque face peut servir de base, avec le sommet opposé pour apex. Le tétraèdre régulier est une pyramide triangulaire. Les pyramides carrées et pentagonales peuvent aussi être construites avec toutes les faces régulières.



Lorsque la perpendiculaire abaissée du sommet passe par le centre du polygone de base, la **pyramide** est **droite**. En cas contraire, il est appelé **pyramide oblique**.

On dit que la pyramide est **régulière** si elle est droite et la base est un polygone régulier.

On appelle apothème d'une pyramide régulier la hauteur d'une face latérale.

Aire d'une pyramide

L'aire totale d'une pyramide est égale à la somme de l'aire latérale plus l'aire de la base.

A = Aire latérale + Aire de la base

3. CLASSIFIER LES POLYÈDRES. LES AIRES

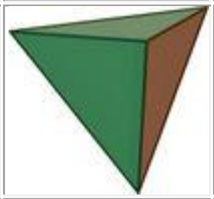
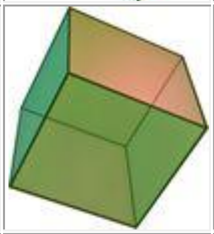
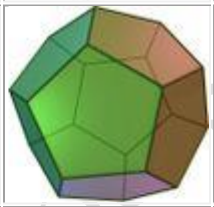
Relation d'Euler

C	**+**	***V***	**=**	***A***	**+**	**2**
Nombre de faces	+	Nombre de sommets	=	Nombre d'arêtes	+	2

4. POLYÈDRES RÉGULIERS

Un **polyèdre régulier** est constitué de faces toutes identiques et régulières et dans chaque sommet concourent le même nombre de faces.

Il n'existe que cinq polyèdres réguliers convexes qui sont donc appelés "les cinq solides platoniciens".

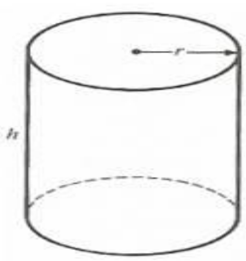
Nom (*m*,*n*)	Image	*V*	*A*	*C*	*C*- *A* + *V*
Tétraèdre (3,3)		4	6	4	2
Hexaèdre ou cube (4,3)		8	12	6	2
Octaèdre (3,4)		6	12	8	2
Dodécaèdre (5,3)		20	30	12	2
Icosaèdre (3,5)		12	30	20	2

Soient *m* le nombre de côtés de chaque face d'un polyèdre régulier et *n* le nombre des arêtes qui se rencontrent en chaque sommet.

5. CYLINDRE

Un **corps de révolution** est un corps géométrique que nous obtenons en faisant tourner une figure plane autour d'un axe.

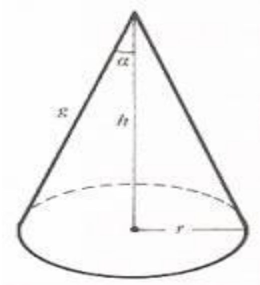
Un **cylindre** est une surface engendrée par un rectangle qui tourne autour d'un des ses côtés. Le développement d'un cylindre dans le plan est composé par un rectangle et deux disques.



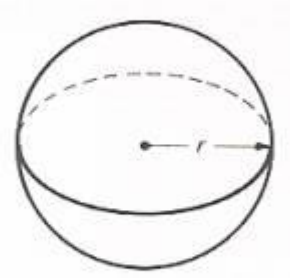
$$A = A_{latéral} + 2A_{base} = 2\pi r(h + r)$$

6. CÔNE

Un **cône** est une surface engendrée par un triangle qui tourne autour d'un de ses côtés perpendiculaires. Le développement d'un cône dans le plan est composé par un disque et un secteur de disque.



$$A = A_{latéral} + A_{base} = \pi r(g + r)$$



7. SPHÈRE

La **sphère** est une surface qui est formée par la rotation d'un demi-cercle autour de son grand axe. La sphère n'a pas un développement dans le plan.

$$A = 4\pi r^2$$

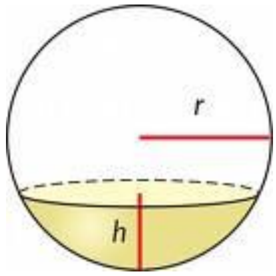
FIGURES SPHÉRIQUES

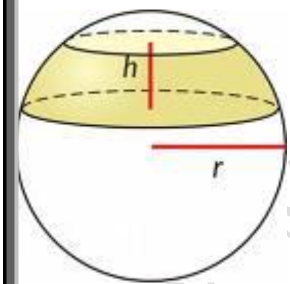
On obtient des figures sphériques quand on coupe la sphère avec un plan ou plus.

Calotte sphérique

Lorsqu'un plan coupe une sphère, il la divise en deux calottes sphériques. La section obtenue (intersection du plan et de la sphère) est un cercle.

$$A = 2\pi rh$$





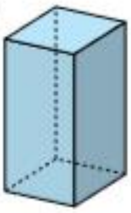
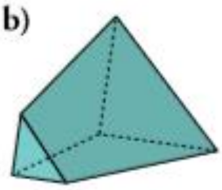
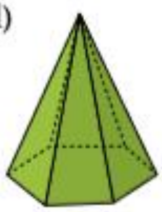
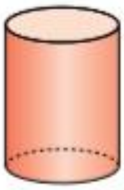
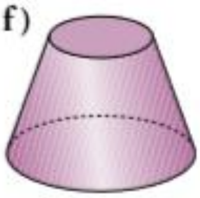
Zone sphérique

C'est la portion de sphère obtenue en la coupant par deux plans parallèles. En appelant h la distance entre les deux plans l'aire correspondante (zone sphérique) est

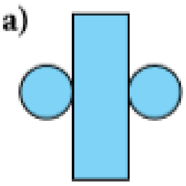
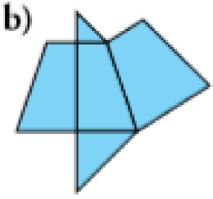
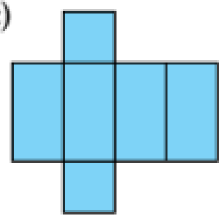
$$A = 2\pi rh$$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 11

1. Écrire les noms des corps géométriques suivants

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 
f) 

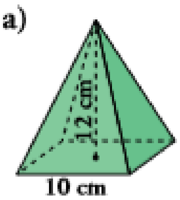
2. Indiquer lequel des corps géométriques de l'exercice précédent correspondent à chacun des développements suivants:

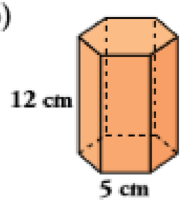
a) 
b) 
c) 

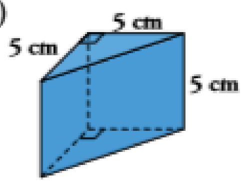
Tracer dans votre cahier le développement du polyèdre dans la section d) de l’exercice 1.

3. Tracer dans votre cahier la figure plate et l’axe sur lequel il tourne et qui génère chacun des corps de révolution de l’exercice 1.

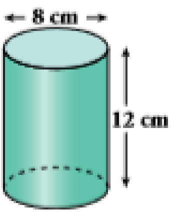
4. Calculer les aires des polyèdres :

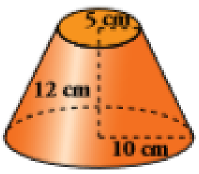
a) 

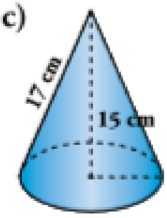
b) 

c) 

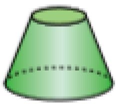
5. Calculer les aires des corps de révolution :

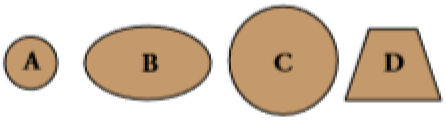
a) 

b) 

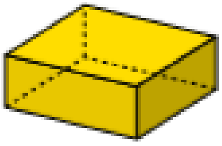
c) 

6. Copier dans votre cahier ce tronc de cône et tracer les plans que vous devez couper pour obtenir chacune de ces figures.



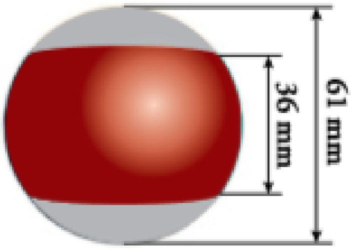


7. Indiquez les coupes à plat que nous devons donner à ce polyèdre pour obtenir ces polygones:



a) Triangle b) Carré c) Rectangle d) Trapèze e) Losange f) Pentagone.

8. Esther veut peindre 15 boules blanches de 61 mm de diamètre pour en faire des billards. Il y a 7 boules lisses (totalement peintes), une noire et 7 boules à rayures qui seront peintes comme indiqué sur la figure.



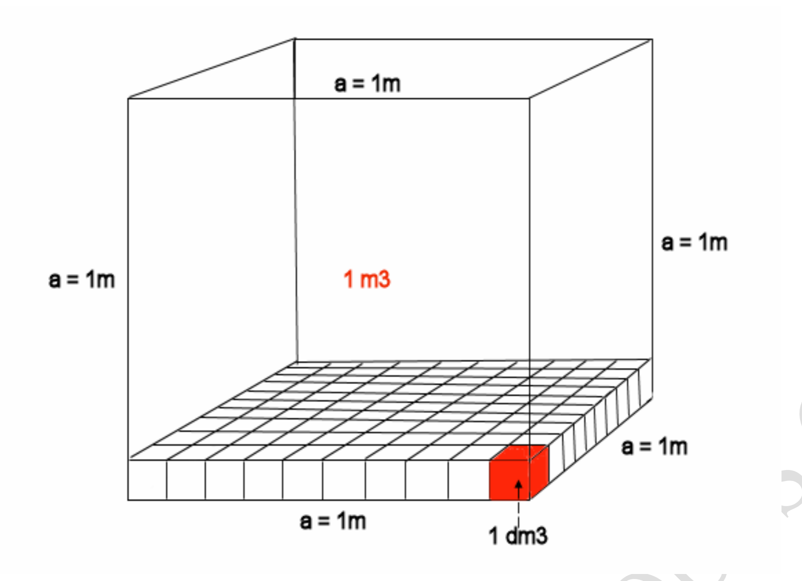
Si la peinture vaut 100 € / m^2, quel sera le prix pour peindre toutes les boules ?

1. UNITÉS DE VOLUME

Le volume d'un corps mesure l'extension dans l'espace qu'il possède dans les trois directions en même temps.

L'unité principale de volume est le mètre cube (m^3). C'est le volume d'un cube dont l'arête mesure 1 m.

Il existe des sous-multiples : le décimètre cube (dm^3), le centimètre cube (cm^3) et le millimètre cube (mm^3) .



Comme nous pouvons l'observer nous pouvons placer 10 dm^3 (cube dont l'arête est 1dm) sur une arête de 1m (1m = 10dm) , soit 10x10 sur une couche.

Comme nous pouvons placer 10 couches verticalement pour remplir notre cube, la formule est: $1m^3=10·10·10\ dm^3$

m^3	dm^3			cm^3			mm^3		
1	0	0	0						
			1	0	0	0			
						1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,	0	0	1						
			0,	0	0	1			
						0,	0	0	1

Pour transformer les unités de volume dans un tableau, il faut une tranche de 3 chiffres par unité.

1 dm^3 est 1000 fois plus petit que 1 m^3.

2. PRINCIPE DE CAVALIERI

Si deux corps ont la même hauteur, les volumes de deux objets sont égaux si les sections transversales correspondantes sont, dans tous les cas, égales. Deux sections transversales correspondent si elles sont des intersections de l'objet avec des plans équidistants d'un plan de base donné.

3. VOLUME DU PRISME ET DU CYLINDRE

Le volume d'un prisme est égal au produit de l'aire de sa base A_{base}, et de sa hauteur h.

$$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$$

$$V_{cylindre} = A_{base} \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

4. VOLUME D'UNE PYRAMIDE

Le volume d'une pyramide est égal à un tiers du volume d'un prisme, avec la même base et la même hauteur.

$$V_{pyramide} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$$

5. VOLUME DU CÔNE

Le volume du cône est égal à un tiers du volume d'un cylindre, avec la même base et la même hauteur.

$$V_{cône} = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

6. VOLUME D'UNE SPHÈRE

$$V_{sphère} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

AUTOÉVALUATION CHAPITRE 12

1. Effectuer les conversions suivantes à m^3

a) $450\ dam^3$ b) $1{,}2\ dam^3\ 1\,253\ dm^3$

c) $0{,}11\ km^3$ d) $35\,840\ dm^3$

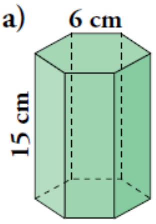
e) $500\ hl$ f) $30\,000\ l$

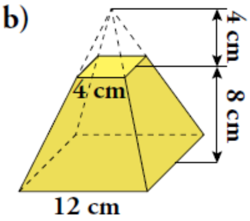
2. Exprimer de manière complexe.

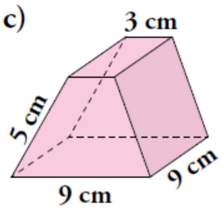
a) $75\,427\,038\ m^3$ b) $32{,}14962\ dm^3$

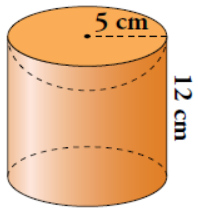
c) $0{,}0000084\ km^3$ d) $832\,000\ dam^3$

3. Calculer le volume de ces corps géométriques:

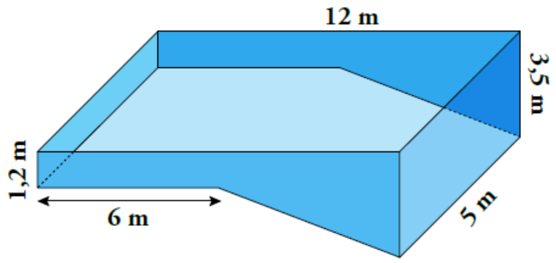
a)


b)


c)


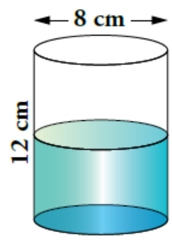
d)


4. Une piscine a cette forme:



a. Quelle est sa capacité?
b. On commence à la remplir avec un robinet qui verse 120 litres par minute. Après 9 heures, on ferme le robinet. A quelle distance du bord se trouve l'eau?

5. L'intérieur de ce verre mesure 8 cm de diamètre et 12 cm de hauteur. Il est à moitié plein d'eau. 20 billes de 3 cm de diamètre sont placées à l'intérieur.
a) L'eau sera-t-elle déversée? Si non, quelle sera sa hauteur?
b) Et si on coulait 22 billes?



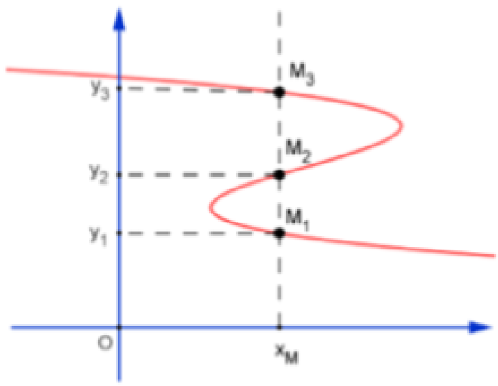
1. FONCTION

Une **fonction** est une relation entre deux variables. En général on désigne x et y :

- La variable x est appelée **variable indépendante**
- La variable y, **variable dépendante**.

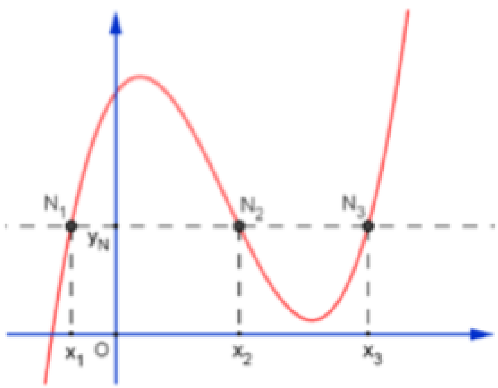
La **fonction** est une relation établie de telle manière qu'à chaque élément (x) de l'ensemble de départ est associé, **au plus, un élément (y)** de l'ensemble d'arrivée.

Contre-exemple :
Toutes les courbes ne représentent pas une fonction car une valeur de x ne peut avoir, au plus qu'une seule image. Voici une courbe qui n'est pas une fonction. En effet un x donné est en relation avec 3 images :



La courbe ne représente pas une fonction : image non unique

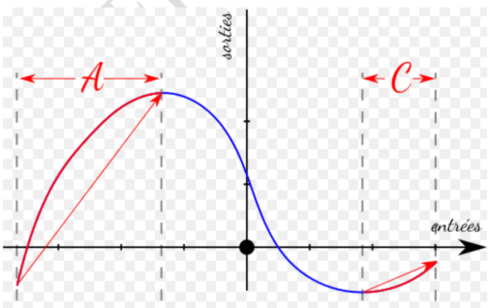
Exemple :
Par contre pour une image y, il peut y avoir éventuellement plusieurs antécédents comme le montre la représentation de la fonction suivante:



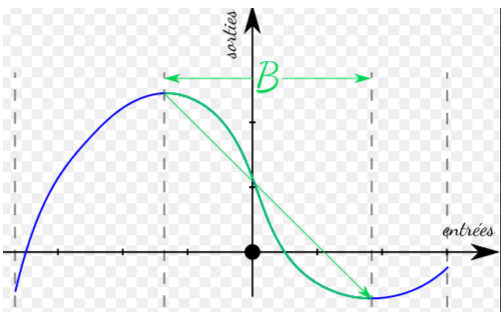
La courbe représente une fonction : image unique

2. CROISSANTE, DÉCROISSANTE, MAXIMUM ET MINIMUM

Une fonction est croissante sur un intervalle lorsque sa courbe "monte" sur cet intervalle.
Une fonction est décroissante sur un intervalle lorsque sa courbe "descend" sur cet intervalle.
Lorsque sur un intervalle, la courbe est horizontale, on dit que la fonction est constante.
Une fonction qui ne change pas de variation sur un intervalle est dite monotone sur cet intervalle.



la fonction est croissante sur les intervalles A et C



la fonction est décroissante sur l'intervalle B

3. TABLEAU DE VALEURS

Une fonction peut être définie par un tableau de valeurs.

Ex :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)=x^2$	4	1	0	1	4

4. ÉQUATION D'UNE FONCTION

Équation ou expression algébrique

On note par $y=f(x)$ et elle est appelée équation de la fonction.

- l'élément ***y*** est appelé **l'image** de *x*
- l'élément ***x*** est appelé un **antécédent** de *y*

Si on connaît l'équation d'une fonction il est possible d'obtenir tous les points dont on a besoin pour la représenter.

Exercice : Voici un tableau de valeurs de la fonction ***f (x)= x² - 4***

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

a. Détermine l'image de 0 par la fonction f.

b. Détermine le(s) antécédent(s) de 5 par la fonction f.

5. FONCTION LINÉAIRE y=mx

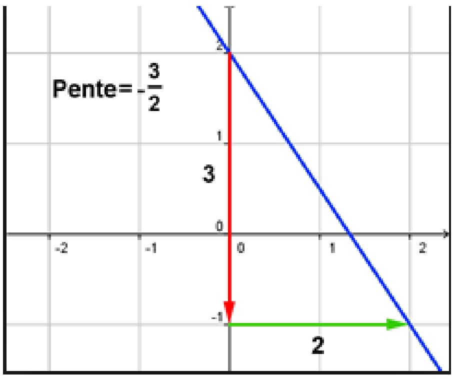
Une **fonction de proportionnalité** directe (ou **fonction linéaire**) est définie de la manière suivante

y= mx, où **m** est un nombre réel quelconque appelé la pente de la droite.

Les fonctions linéaires se représentent dans le plan par une **droite**. Cette droite passe par **l'origine du repère** (0, 0).

6. LA PENTE D'UNE DROITE

La **pente** d'une droite correspond à la valeur de son inclination par rapport à l'axe des abscisses.
Si m> 0, la droite est croissante
Si m<0, la droite est décroissante



7. FONCTION AFFINE y=mx+n

Une **fonction affine** est définie de la manière suivante ***y= mx + n***, où **m** et **n** sont des nombres réels quelconques.

- Les fonctions affines se représentent dans le plan par une **droite**
- Le nombre m s'appelle coefficient directeur ou **pente** de la droite.
- Le nombre **n est l'ordonnée à l'origine**. La droite coupe l'axe Y dans le point (0, n).

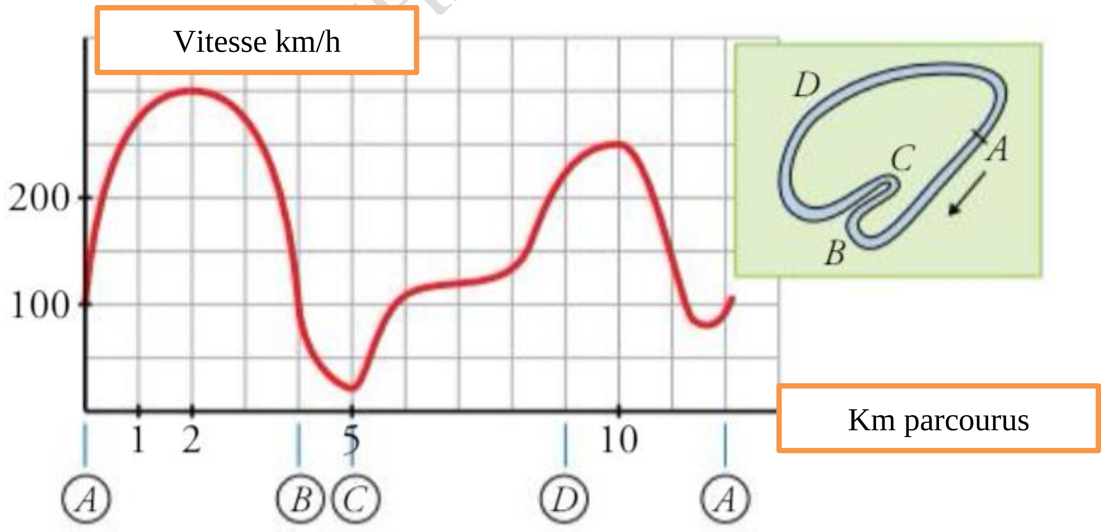
8. FONCTIONS CONSTANTES

Une droite ***parallèle à l'axe des abscisses*** possède une équation de la forme **y=n** où n est un nombre qui mesure la hauteur (positive ou négative) de la droite par rapport à l'axe des abscisses. On dit parfois qu'une telle droite est *horizontale*.
Tous les points d'une telle droite ont la *même ordonnée* : c'est n.

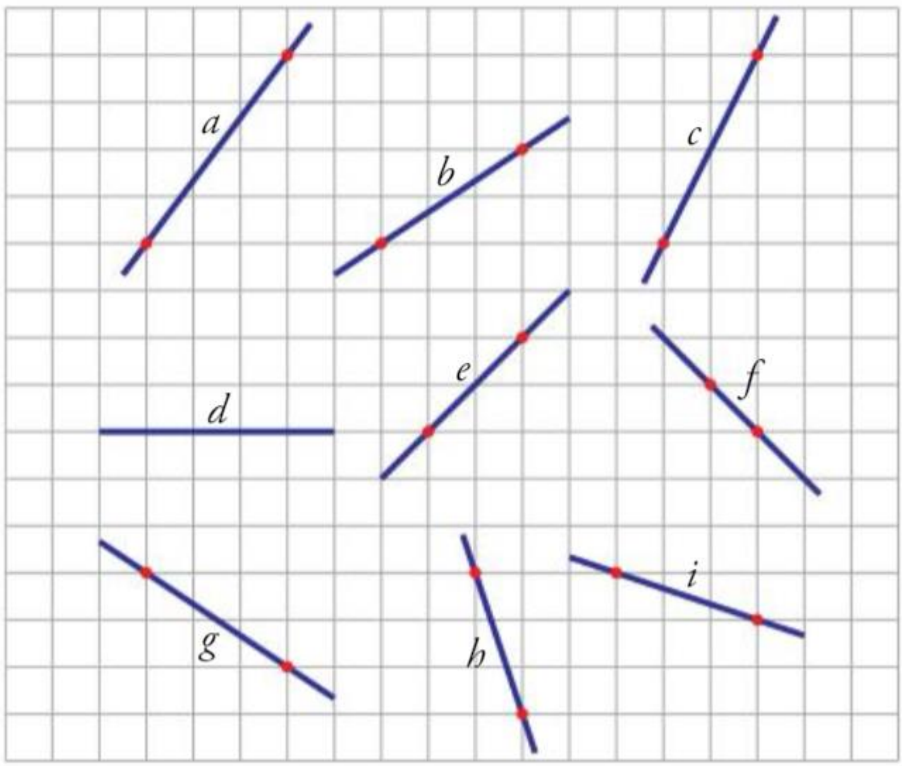
La pente de la fonction constante est 0

PROBLÈMES DE FONCTIONS

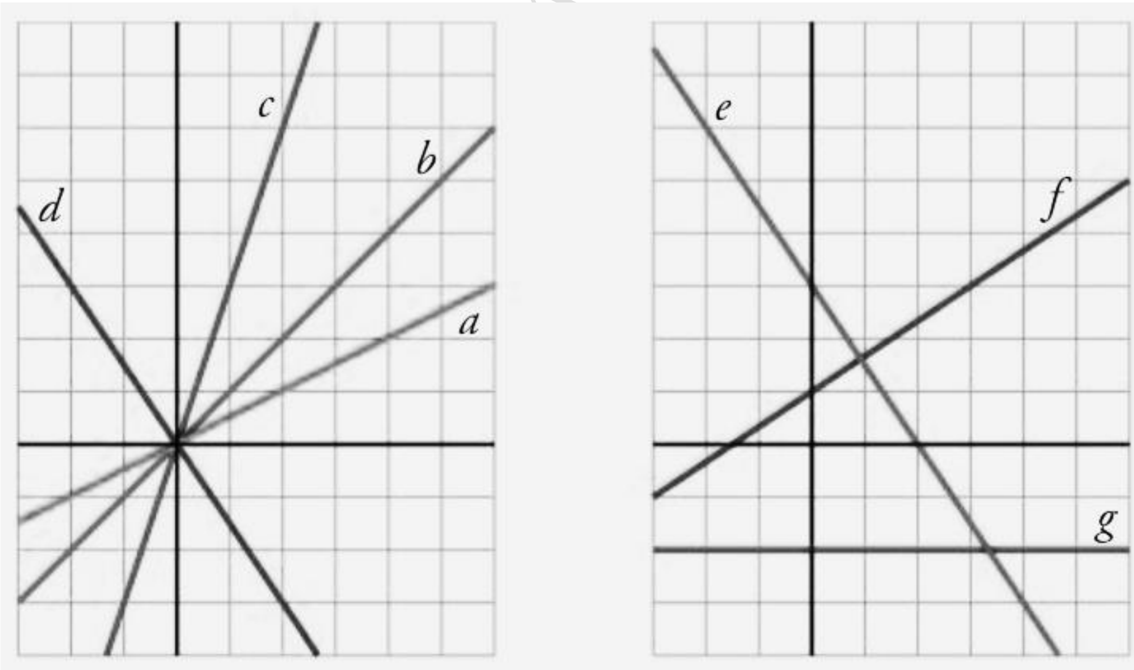
1. La graphique ci-dessous représente la vitesse d'une voiture de courses à chaque point du circuit.
   a. Indique dans quels intervalles il est en train d'accélérer et de ralentir.
   b. Indique la vitesse aux points A, B, C, D.
   c. Indique les différentes vitesses maximales et minimales qu'elle atteint.



2. Calcule la pente des droites suivantes:



3. Écris les équations des droites suivantes (rappelle-toi qu'il s'agit de déterminer les *m* et *n*):



4. Représente les fonctions suivantes dans un repère à quadrillage :

a. $y = -3x + 2$

b. $y = -\frac{2}{5}x$

c. $y = -2x + 5$

d. $y = -3$

e. $y = x$

f. $y = -x$

g. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$