

## 1. La relation de divisibilité.

✚ Soient  $a$  et  $b$  deux entiers naturels. Si la division est exacte alors :

- $a$  est un **MULTIPLE** de  $b$
- $b$  est un **DIVISEUR** de  $a$

### ❖ Multiples d'un nombre

Les multiples d'un nombre entier naturel  $a$  s'obtiennent en multipliant  $a$  par un autre nombre entier naturel  $K$  :

$K \cdot a \rightarrow$  multiple de  $a$

- $150 = 2 \times 75 \rightarrow 150$  est donc un multiple de 2, mais aussi de 75.

✚ Un nombre non-nul possède une infinité de multiples

✚ Tout nombre est multiple de soi-même et tout nombre est multiple de 1.

$$a \cdot 1 = a \quad \begin{cases} a \text{ est multiple de } 1 \\ a \text{ est multiple de } a \end{cases}$$

### ❖ Diviseurs d'un nombre

On dira que le nombre entier non nul  $b$  est un **diviseur** du nombre entier  $a$  s'il existe un nombre entier  $k$  qui vérifie :  $a : b = k$

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre  $a$ , *on cherche toutes les divisions exactes* :

$$a : b = c$$

$$a : c = b$$

$$a = b \cdot c \quad \text{Alors } b \text{ et } c \text{ sont diviseurs de } a$$

✚ Un nombre non-nul possède un nombre fini de diviseurs.

✚ Tout nombre se divise par soi-même et 1 divise tout nombre

$a$  est **DIVISIBLE** par  $b$

$b$  **DIVISE**  $a$

### ❖ Critères de divisibilité

Règles

Il existe des **règles**, appelées critères de divisibilité, qui permettent de savoir si un nombre entier est divisible par un autre.

Par exemple :

- un nombre est divisible **par 2** si le chiffre des unités est pair ;
- un nombre est divisible **par 3** si la somme de tous ses chiffres est divisible par 3 ;
- un nombre est divisible **par 5** si le chiffre des unités est 0 ou 5.

## 2. Nombres premiers et nombres composés

Un entier naturel est **premier** lorsqu'il a exactement deux diviseurs: 1 et lui-même.

Un nombre **composé** a plus de deux facteurs

❖ Les plus petits nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23,...

❖  $12 = 2 \cdot 6$

$12 = 3 \cdot 4$

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

Diviseurs : 1- 2- 3- 4-6 12 est un nombre composé

✚ Le nombre 1 n'est ni un nombre premier, ni un nombre composé.

❖ **Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers**

Tout nombre entier non premier s'écrit de manière unique comme produit de nombres premiers.

$12 = 2^2 \cdot 3$

## 3. Le plus petit commun multiple

**PPCM** le plus petit commun multiple. Parmi tous les **multiples** communs à deux nombres entiers  $a$  et  $b$ , il y a en un qui est plus petit que tous les autres : c'est le Plus Petit Commun Multiple à  $a$  et  $b$ . On le note **PPCM(a,b)**

#### 4. Le plus grand commun diviseur

**PGCD** le plus grand commun diviseur. Parmi tous les diviseurs communs à deux nombres entiers  $a$  et  $b$ , il y a en un qui est plus grand que tous les autres : c'est le Plus Grand Commun Diviseur à  $a$  et  $b$ . On le note **PGCD(a,b)**

#### 5. PRIORITÉS

Dans une expression, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

**Exemple** : Calcule  $A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$ .

$A = 7 + 2 \times (5 + 7) - 5$	$\longrightarrow$	On effectue les calculs entre parenthèses.
$A = 7 + 2 \times 12 - 5$	$\longrightarrow$	On effectue les multiplications.
$A = 7 + 24 - 5$	$\longrightarrow$	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
$A = 31 - 5$	$\longrightarrow$	On effectue les additions et les soustractions de gauche à droite.
$A = 26$		

#### EXERCICES

##### 1. (6 page 22) Calcule

- a)  $30 : 5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5 =$
- b)  $(30 : 5 - 2)^2 + 2 \cdot (7 - 5) =$
- c)  $30 : (5 - 2^2 + 2 \cdot 7 - 5) =$
- d)  $30 : [(5 - 2^2 + 2) \cdot (7 - 5)] =$
- e)  $[(30 : 5 - 2)^2 + 2] \cdot (7 - 5) =$

##### 2. (7 page 22) Calcule

- a)  $19 - 11 - 7 + 13 + 6 - 12 =$
- b)  $18 - 5 \cdot 3 + 12 : 6 - 5 =$
- c)  $43 - 4 \cdot (6 + 3) + 28 : (10 - 3) =$
- d)  $[(13 + 7) : (6 - 1)] \cdot (5 + 1) =$
- e)  $12 - 48 : [40 - 3 \cdot (21 - 13)] =$
- f)  $(6^2 + 2^2) : [(12 - 8) \cdot (9 - 7)] =$

##### 3. (9 page 22) Calcule

- a)  $[(5 \cdot 6 - 6) : (6^2 - 24)] \cdot (3 + 2)^2$
- c)  $(11 - \sqrt{2^4 + 3^2}) \cdot [(7 \cdot 4 - 4) : 8]$

- b)  $[(26 - 4^2) : \sqrt{30 - 5}] \cdot (8 - 5)$
- d)  $(\sqrt{108 + 13} - 6)^2 - \sqrt{(6 + 7)^2 - 5^2}$

**4. (10 page 22) Réponds et justifie la réponse :**

- a) 132 est un multiple de 11 ?
- b) 11 est un diviseur de 132 ?
- c) 574 est un multiple de 14 ?
- d) 27 est un diviseur de 1542 ?

**5. (19 page 23) Calcule**

- |                   |                     |                     |
|-------------------|---------------------|---------------------|
| a) PPCM (12, 15)  | b) PPCM (24, 60)    | c) PPCM (48, 54)    |
| d) PPCM (90, 150) | e) PPCM (6, 10, 15) | f) PPCM (8, 12, 18) |

**6. (22 page 23) Calcule**

- |                    |                     |                       |
|--------------------|---------------------|-----------------------|
| a) PGCD (36, 45)   | b) PGCD (48, 72)    | c) PGCD (105, 120)    |
| d) PGCD (135, 180) | e) PGCD (8, 12, 16) | f) PGCD (45, 60, 105) |

7. (23 page 23) Marta a acheté plusieurs balles pour 69 €. Le prix d'une balle était un nombre exact d'euros, sans décimales. Combien de balles a-t-elle achetées et combien a coûté chaque balle?
8. (35 page 25) Lors d'une rencontre culturelle entre deux clubs, A et B, des équipes égales sont organisées sans mélanger les éléments. Le club A compte 40 membres et B, 60 membres. Combien d'éléments chaque équipe aura-t-il au maximum?
9. (36 page 25) Des cubes de 30 cm de bord sont empilés dans une tour et des cubes de 36 cm de bord sont placés à côté dans une autre tour. A quelle hauteur coïncident les sommets des deux tours?
10. (37 page 25) Un rouleau de câble mesure plus de 150 m et moins de 200 m. Quelle est sa longueur exacte, sachant qu'il peut être divisé en morceaux de 15 m et aussi en morceaux de 18 m sans rien gaspiller?
11. (38 page 25) Dans une gare de bus quelconque, il y a deux lignes, A et B, qui commencent leur activité à 7 heures du matin. La ligne A fournit un service toutes les 24 minutes et la ligne B toutes les 36 minutes. A quelle heure les bus des deux lignes coïncident-ils à nouveau à la gare?
12. (39 page 25) Un lièvre qui court 2,5 mètres, est poursuivi par un lévrier qui saute 3 mètres. Chaque combien de mètres les traces du lévrier tombent-elles sur celles du lièvre?
13. (40 page 25). Pour paver le sol d'un navire de 12,3 m de long par 9 m de large, des tuiles carrées sont utilisées, sans les couper du tout. Quelle taille aura le côté de chaque tuile, sachant que les plus grandes ont été utilisées?

14. (41 page 25) Julia a formé la plus petite place possible en joignant des morceaux de carton rectangulaires de 12 cm sur 18 cm. Combien mesure le côté carré? Combien de pièces as-t-elle utilisé?

### AUTOEVALUATION CHAPITRE 1

1. Calcule

- a)  $37 - 30 - 5 + 8 = 10$  b)  $22 : 11 + 63 : 9 = 9$   
c)  $11 \cdot 7 - 72 - 2 = 77 - 72 - 2 = 3$  d)  $(12 + 4) : 2 = 8$

2. Réponds et justifie:

- a) 31 est le diviseur de 744?  
b) 999 est-il un multiple de 99?

3. Recherche le premier multiple de 17 après 1000.

4. Écris les nombres premiers entre 20 et 40.

5. 143 est-il un nombre premier ou composé ?

6. Indique lequel de ces nombres est un multiple de 2, lequel de 3, lequel de 5 et lequel de 10:  
897 - 765 - 990 - 2713 - 6077 - 6324 - 7005

7. Décompose les nombres 150 et 225 en facteurs premiers.

8. Calcule :

- a) PGCD (150, 225)    b) PPCM (150, 225)

9. On souhaite poser des plinthes en bois sur deux des murs d'une pièce rectangulaire de 420 cm × 540 cm. Afin de ne pas avoir à couper, ils vont commander à la menuiserie des sections de ruban, toutes aussi longues et aussi larges que possible, qui correspondent exactement aux deux murs. Combien peuvent mesurer chacune des pièces à commander?

10. Dans une usine, vous entendez l'évacuation d'une soupape de gaz toutes les 45 secondes et le coup de marteau de poteau toutes les 60 secondes. Si vous venez d'entendre les deux sons en même temps, combien de temps faudra-t-il pour les écouter ensemble à nouveau?