Dirección Xeral de Formación Profesional e Ensinanzas Especiais

Probas de acceso a ciclos formativos de grao superior

Parte xeral

Matemáticas

Índice

1. Formato e duración

Esta proba consta de catro problemas con varios apartados cada un. Débense xustificar todas as respostas.

A duración da proba é dunha hora e media

Pódese usar calculadora non gráfica e non programable.

2. Exercicio

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA

Probas de acceso a ciclos formativos de grao superior

Proba de

Matemáticas

Código

CSPX040

Control

Poña aquí a etiqueta de control do exame

(código só en letras)

Matemáticas

XUNTA DE GALICIA
CONSELLERÍA DE EDUCACIÓN
E ORDENACIÓN UNIVERSITARIA
Dirección Xeral de Formación Profesional
e Ensinanzas Especiais

Edificio administrativo San Caetano, s/n
15771 – Santiago de Compostela

PROBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRAO SUPERIOR

Convocatoria ordinaria: xuño de 2004

Parte xeral

MATEMÁTICAS

[CS.PX.040]

1. **Queremos realizar unha viaxe, para a que pedimos dous orzamentos. A axencia A cústanos 100 euros por cada día de estancia; a axencia B cóbranos unha cantidade inicial fixa de 120 euros, e 90 euros máis por cada día de estancia.** [2,50 puntos: 0,50 cada apartado]

   a) **Formule e resolva unha ecuación que nos permita saber cantos días ten que durar a estancia para que o custo polas dúas axencias sexa o mesmo.**

   b) **Escriba unha función lineal que relacione o custo da estancia coa axencia A e o número de días da mesma; e o mesmo para a axencia B.**

   c) **Efectúe unha representación gráfica aproximada das dúas rectas anteriores, no mesmo sistema de coordenadas, utilizando as escalas axeitadas.**

   d) **No caso de estancias superiores a 21 días, a axencia A ofrécenos un desconto do 20% por cada día que sobrepase os 21. A partir de cantos días de estancia é máis vantaxosa a oferta de A neste caso?**

   e) **Canto tería que valer o parámetro *n* para que o sistema do cadro da dereita tivese infinitas solucións?**

$$\left.\begin{aligned} nx + 3y &= 5 \\ 4x - 6y &= -10 \end{aligned}\right\}$$

1. *Queremos realizar un viaje, para el que pedimos dos presupuestos. La agencia A nos cuesta 100 euros por cada día de estancia; la agencia B nos cobra una cantidad inicial fija de 120 euros, y 90 euros más por cada día de estancia.* [2,50 puntos: 0,50 cada apartado]

   a) *Plantee y resuelva una ecuación que nos permita saber cuántos días tiene que durar la estancia para que el costo por las dos agencias sea el mismo.*

   b) *Escriba una función lineal que relacione el coste de la estancia con la agencia A y el número de días de la misma; y lo mismo para la agencia B.*

   c) *Efectúe una representación gráfica aproximada das dos rectas anteriores, en el mismo sistema de coordenadas, utilizando las escalas adecuadas.*

   d) *En el caso de estancias superiores a 21 días, la agencia A nos ofrece un descuento del 20% por cada día que sobrepase los 21. ¿A partir de cuántos días de estancia es más ventajosa la oferta de A en este caso?*

   e) *Cuánto tendría que valer el parámetro n para que el sistema del cuadro de la derecha tuviese infinitas soluciones?*

$$\left.\begin{aligned} nx + 3y &= 5 \\ 4x - 6y &= -10 \end{aligned}\right\}$$

2. Unha academia imparte tres cursos, nos que ten matriculados un total de 140 alumnos. Sábese, ademais, que o curso A ten catro veces máis alumnos ca o curso C, e que entre os cursos A e B teñen seis veces máis alumnos ca o curso C. [2,50 puntos]

a) Formule e resolva un sistema de ecuacións que permita saber cantos alumnos hai matriculados en cada curso. [0,75 puntos]

b) Indique cal das expresións da táboa seguinte corresponde ao sistema anterior, expresado en forma matricial. Xustifique a resposta. [0,50 puntos]

<table>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr>
<td>$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}\right) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$</td>
<td>$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$</td>
<td>$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$</td>
</tr>
</table>

c) Dada a matriz do cadro da dereita:

— Calcule o seu determinante. [0,50 puntos]

— Indique se esa matriz ten inversa. [0,25 puntos]

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

d) Dada a matriz do cadro da dereita, calcule o produto *C*.M, onde C é a matriz do apartado anterior. [0,50 puntos]

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. *Una academia imparte tres cursos, en los que tiene matriculados un total de 140 alumnos. Se sabe, además, que el curso A tiene cuatro veces más alumnos que el curso C, y que entre los cursos A y B tienen seis veces más alumnos que el curso C.* [2,50 puntos]

a) *Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones que permita saber cuántos alumnos hay matriculados en cada curso.* [0,75 puntos]

b) *Indique cuál de las expresiones de la tabla siguiente corresponde al sistema anterior, expresado en forma matricial. Justifique la respuesta.* [0,50 puntos]

<table>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr>
<td>$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 140 \\ 1 & 0 & -4 & 0 \\ 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}\right) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$</td>
<td>$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$</td>
<td>$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 140 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$</td>
</tr>
</table>

c) *Dada la matriz del cuadro de la derecha:*

— *Calcule su determinante.* [0,50 puntos]

— *Indique si esa matriz tiene inversa.* [0,25 puntos]

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix}$$

d) *Dada la matriz del cuadro de la derecha, calcule el producto C.M, donde C es la matriz del apartado anterior.* [0,50 puntos]

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Os beneficios obtidos por unha empresa en función do número de unidades producidas diariamente dunha determinada máquina veñen dados pola expresión que se amosa no cadro da dereita, onde *x* representa o número de unidades producidas diariamente e *f(x)* o beneficio diario en milleiros de euros. [2,50 puntos]

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 4}$$

a) Cal será o beneficio nun día no que se produzan 10 unidades? [0,25 puntos]

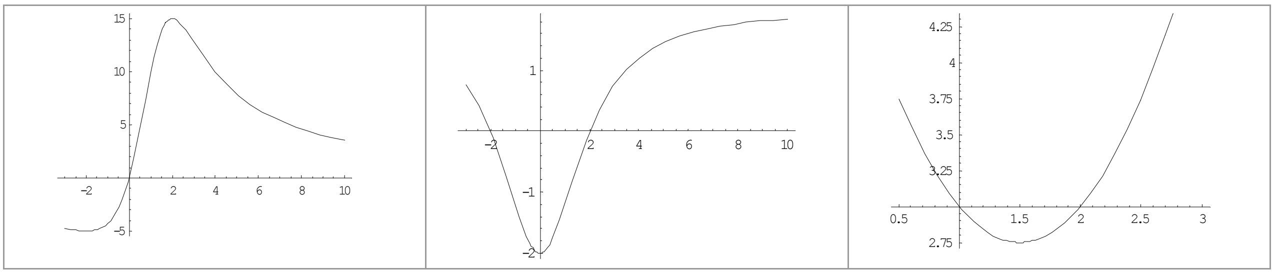
b) Cantas unidades diarias cómpre producir para cubrir gastos? [0,25 puntos]

c) A canto ascenden as perdas se a produción se paraliza tres días por causa dunha avaría no sistema de produción? [0,25 puntos]

d) — Xustifique razoadamente se a función *f(x)* ten algún máximo ou algún mínimo. [0,50 puntos]
— En caso afirmativo, explique o seu significado no contexto do problema. [0,25 puntos]

e) — Ten algunha asíntota horizontal a función *f(x)*? [0,25 puntos]
— En caso afirmativo, cal é o seu significado no contexto deste problema? [0,25 puntos]

f) Indique cal das tres gráficas seguintes corresponde á función *f(x)*, sinalando polo menos dúas razóns para a escolla realizada. [0,50 puntos]



3. Los beneficios obtenidos por una empresa en función del número de unidades producidas diariamente de una determinada máquina vienen dados por la expresión que se muestra en el cuadro de la derecha, donde x representa el número de unidades producidas diariamente y f(x) el beneficio diario en miles de euros. [2,50 puntos]

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 4}$$

a) ¿Cuál será el beneficio en un día en el que se produzcan 10 unidades? [0,25 puntos]

b) ¿Cuántas unidades diarias hay que producir para cubrir gastos? [0,25 puntos]

c) ¿A cuánto ascienden las pérdidas si la producción se paraliza tres días a causa de una avería en el sistema de producción? [0,25 puntos]

d) — Justifique razonadamente si la función f(x) tiene algún máximo o algún mínimo. [0,50 puntos]
— En caso afirmativo, explique su significado en el contexto del problema. [0,25 puntos]

e) — ¿Tiene alguna asíntota horizontal la función f(x)? [0,25 puntos]
— En caso afirmativo, ¿cuál es su significado en el contexto de este problema? [0,25 puntos]

f) Indique cuál de las tres gráficas anteriores corresponde a la función f(x), señalando por lo menos dos razones para la elección realizada. [0,50 puntos]

4. Nun instituto hai 156 estudantes; 120 deles utilizan o transporte escolar e, destes, a metade tamén usa o comedor. Sábese así mesmo que unicamente 12 dos que non usan transporte van ao comedor. [2,50 puntos]

a) Cantos alumnos non usan transporte nin comedor? [0,25 puntos]

b) Elixido un estudante ao chou:

- **Cal é a probabilidade de que asista ao comedor?** [0,25 puntos]
- **Sabendo que ese estudante elixido ao chou utiliza transporte, cal é a probabilidade de que tamén utilice comedor?** [0,50 puntos]

c) Analizada a evolución do alumnado dese instituto, obtense a táboa que se reproduce á dereita:

Ano	1992	1996	2000	2004
Alumnos	118	134	140	158

- **Represente os datos mediante un polígono de frecuencias.** [0,25 puntos]
- **Mediante interpolación, calcule o número de estudantes do instituto en 1995.** [0,25 puntos]
- **Calcule a media de estudantes do instituto durante eses anos.** [0,25 puntos]

d) Estudadas as estaturas dos alumnos do instituto, sábese que se corresponden cunha distribución normal de media aritmética 1,68 e desviación típica 0,40. Elixido un alumno ao chou, cal é a probabilidade de que mida polo menos 1,70 m? [0,75 puntos]

NOTA. Para a resolución deste apartado pódese facer uso do dato seguinte: nunha distribución normal *N(0,1)*, $P(Z \leq 0{,}05) = 0{,}5199$).

4. En un instituto hay 156 estudiantes; 120 de ellos utilizan el transporte escolar y, de estos, la mitad también usa el comedor. Se sabe asimismo que únicamente 12 de los que no usan transporte van al comedor. [2,50 puntos]

a) ¿Cuántos alumnos no usan transporte ni comedor? [0,25 puntos]

b) Elegido un estudiante al azar:

- *¿Cuál es la probabilidad de que asista al comedor?* [0,25 puntos]
- *Sabiendo que ese estudiante elegido al azar utiliza transporte, ¿cuál es la probabilidad de que también utilice comedor?* [0,50 puntos]

c) Analizada la evolución del alumnado de ese instituto, se obtiene la tabla que se reproduce a la derecha:

Año	1992	1996	2000	2004
Alumnos	118	134	140	158

- *Represente los datos mediante un polígono de frecuencias.* [0,25 puntos]
- *Mediante interpolación, calcule el número de estudiantes del instituto en 1995.* [0,25 puntos]
- *Calcule el promedio de estudiantes del instituto durante esos años.* [0,25 puntos]

d) Estudiadas las estaturas de los alumnos del instituto, se sabe que se corresponden con una distribución normal de media aritmética 1,68 y desviación típica 0,40. Eligiendo un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que mida por lo menos 1,70 m? [0,75 puntos]

NOTA. Para la resolución de este apartado se puede hacer uso del dato siguiente: en una distribución normal N(0,1), $P(Z \leq 0{,}05) = 0{,}5199$).

3. Criterios de avaliación e comentarios

3.1 Criterios que se empregan no exercicio

- Recoñecer as familias de funcións elementais, relacionar as súas gráficas e fórmulas alxébricas con fenómenos que se axusten a elas e valorar a importancia da elección de escalas.
  - Este criterio valórase nos problemas 1 e 3.
- Interpretar informacións sobre situacións reais que poden representarse graficamente, que esixan ter en conta intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, tendencias de evolución e continuidade.
  - Este criterio valórase no problema 3.
- Utilizar a linguaxe matricial e as operacións con matrices como instrumentos para representar datos, relacións e ecuacións e, en xeral, para resolver situacións diversas.
  - Este criterio valórase no problema 2 (apartados b, c, d).
- Tomar decisións ante situacións que se asusten a unha distribución binomial ou normal, por medio do estudo das probabilidades de sucesos
  - Este criterio valórase no problema 4 (apartado d).
- Asignar e interpretar probabilidades a sucesos simples e compostos, utilizando diferentes técnicas como o reconto directo, a combinatoria e as propiedades da probabilidade.
  - Este criterio valórase no problema 4 (apartado b).
- Utilizar as operacións con distintos tipos de números para afrontar ecuacións con solucións de diferentes campos numéricos e resolver problemas xurdidos delas, elixindo a forma de cálculo apropiada e interpretando os resultados obtidos.
  - Este criterio valórase nos problemas 1, 2 e 3 (apartados a, b, c).
- Resolver problemas concretos mediante a elaboración de estratexias que permitan expresalos na linguaxe alxébrica, aplicando as técnicas precisas para achar a súa solución.
  - Este criterio valórase nos problemas 1 e 2

3.2 Criterios que se empregan no exercicio modificando o procedemento base

- Non se modifica criterio ningún.

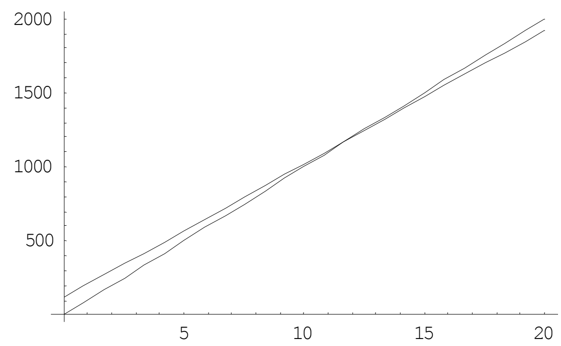
3.3 Criterios excluídos do exercicio

- A limitación canto á duración do exercicio impide a valoración exhaustiva de todos os criterios de avaliación. Neste exercicio concreto non se valora o seguinte criterio: "Utilizar en situacións reais, o coeficiente de correlación e a recta de regresión para interpretar o grao e o carácter da relación entre dúas variables dunha distribución bidimensional.

4. Solución completa con pautas de corrección e de puntuación

– **Problema 1**

- a) [0,50 puntos: 0,25 cada apartado]
  – Chamándolle x ao número de días de estancia, obtemos a ecuación $100x = 120 + 90x$, que dá como solución x = 12 días.
- b) [0,50 puntos: 0,25 cada función]
  – As funcións lineais que relacionan o número de días co custo da estancia son: $\begin{cases} y_A = 100x \\ y_B = 120 + 90x \end{cases}$
- c) [0,50 puntos]



- d) [0,50 puntos]
  – Chamándolle x ao número de días que exceden os 21, a ecuación para que se igualen os prezos é: $100.21 + 80.x = 120 + 90.(21 + x)$, que resolta dá x = 9. Xa que logo, no día trixésimo iguálanse os prezos. A partir do día trixésimo primeiro é máis interesante a oferta da axencia A.
- e) Valor de n para que o sistema proposto teña infinitas solucións [0,50 puntos]:

  $\left.\begin{aligned} nx + 3y &= 5 \\ 4x - 6y &= -10 \end{aligned}\right\}$ Aplicaremos o teorema de Rouché-Frobenius: o rango da matriz dos coeficientes é 1 no caso de que n = -2, pois $\begin{vmatrix} n & 3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix} = -6n - 12$, determinante que vale 0 no caso de que $n = -2$. Neste caso, os rangos da matriz dos coeficientes e da matriz ampliada valen 1, polo que o sistema é indeterminado (infinitas solucións).

– **Problema 2**

- a) [0,75 puntos]
  – Formulación do sistema [0,5 puntos]: chamándolles x, y e z ao número de alumnos dos cursos A, B e C respectivamente, resulta o sistema $\left.\begin{aligned} x+y+z&=140\\ x-4z&=0\\ x+y-6z&=0\end{aligned}\right\}$
  – Resolución do sistema [0,25 puntos]: x = 80, y = 40, z = 20
- b) [0,50 puntos]
  – Expresión do sistema en forma matricial [0,25 puntos]: a expresión matricial do sistema é a II)
  – Xustificación [0,25 puntos]: pódese comprobar que $\begin{pmatrix}1&1&1\\1&0&-4\\1&1&-6\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}80\\40\\20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}140\\0\\0\end{pmatrix}$
- c) [0,75 puntos]:
  – Cálculo do determinante de C [0,5 puntos]: $\begin{vmatrix}1&1&1\\1&0&-4\\1&1&-6\end{vmatrix}=7$
  – Existencia de matriz inversa [0,25 puntos]: a matriz C ten inversa porque o seu determinante é distinto de 0
- d) Cálculo de $C.M$ [0,5 puntos]: $\begin{pmatrix}1&1&1\\1&0&-4\\1&1&-6\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1&0\\0&2\\0&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5\\1&-12\\1&-16\end{pmatrix}$

– **Problema 3**

- a) Beneficio para unha produción de 10 unidades. [0,25 puntos]
  – Substituíndo x = 10 na expresión da función, *f(10) = 1,8462* miles de euros; é dicir, 1846,20 euros
- b) Unidades diarias necesarias para cubrir gastos. [0,25 puntos]
  – Para cubrir gastos ten que cumprirse que *f(x) = 0* ; é dicir, $2x^2-8=0$ e, por tanto, $x=2$.
- c) Perdas no caso duna paralización de tres días. [0,25 puntos]
  – No caso de producir 0 unidades, *f(0) = -2* ; é dicir, que nun día se perden 2.000 euros. Xa que logo, en tres días pérdense 6.000 euros.
- d) [0,75 puntos: 0,50 a obtención dos máximos e mínimos, e 0,25 o seu significado]:

– A primeira derivada da función é $f^{I}(x) = \dfrac{32x}{(x^2+4)^2}$, que vale 0 no caso x = 0. Como $f^{II}(0) > 0$, a función ten un mínimo en x = 0, e non ten ningún máximo.

– No contexto do problema, os resultados anteriores significan que non hai ningún número de unidades que maximice o beneficio, e que no caso de se produciren 0 unidades as perdas (beneficios negativos) son máximas.

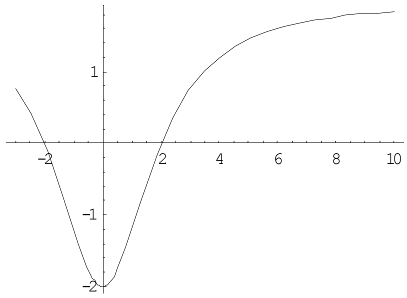
- e) Asíntotas horizontais e significado [0,50 puntos: 0,25 a obtención da asíntota e 0,25 a explicación do seu significado]:

– $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 - 8}{x^2 + 4} = 2$. Xa que logo, a recta *y = 2* é unha asíntota horizontal para a curva.

– Significado: á medida que aumenta a produción diaria, os beneficios achéganse a 2.000 euros, sen chegar a acadar esa cantidade.

- f) Elección da gráfica indicando polo menos dúas razóns. [0,50 puntos]

– A gráfica correspondente a esta función é:



– Polo menos dúas razóns: das tres gráficas presentadas, é a única que presenta un mínimo en x = 0 e ten como asíntota horizontal y = 2

– **Problema 4**

- A) Alumnos que non usan transporte nin comedor. [0,25 puntos]

– Hai 36 alumnos que non usan transporte, dos que 12 van ao comedor. Xa que logo, 24 alumnos non usan transporte nin comedor.

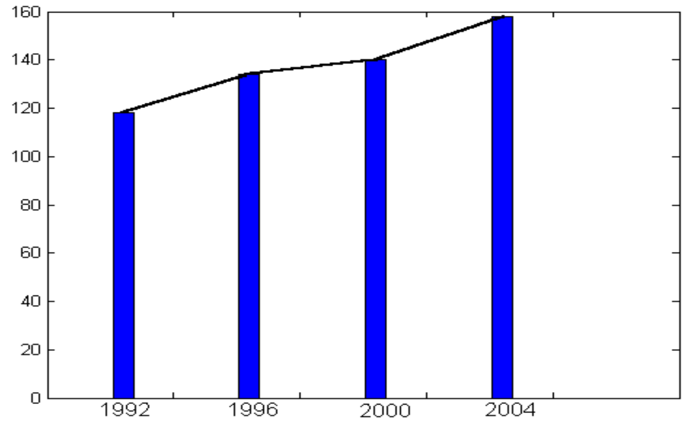
- b) Probabilidades. [0,75 puntos]:

– De que asista ao comedor [0,25 puntos]: $p(C) = \dfrac{72}{156} = 0{,}4615$

– De que utilice o comedor, condicionado a que use transporte [0,5 puntos]: p (C/T) = 1/2

- c) [0,75 puntos]

– Polígono de frecuencias [0,25 puntos]:



– Estimación dos alumnos no ano 1995 [0,25 puntos]: en catro anos (de 1992 a 1996) aumentaron 16 alumnos; en tres anos aumentarían 12. Por tanto, o número de alumnos estimados no ano 1995 é 130.

– Media de alumnos durante eses anos [0,25 puntos]:

$$\bar{a} = \frac{118 + 134 + 140 + 158}{4} = 137{,}5 \cong 138$$

- d) Probabilidade de que mida polo menos 1,70 m. [0,75 puntos]

– En primeiro lugar, tipificamos a variable, para poder utilizar a táboa da distribución normal N(0,1): $Z = \dfrac{X - 1{,}68}{0{,}40}$. Xa que logo,

$$p[X \geq 1{,}70] = p\left[Z \geq \frac{1{,}70 - 1{,}68}{0{,}40}\right] = p[Z \geq 0{,}05] = 1 - p[Z < 0{,}05] = 0{,}4801$$