CALCULO VECTORIAL.CONCEPTOS BÁSICOS.

1. MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES.

Magnitud física es todo aquello que se puede medir.

Magnitudes escalares

Son aquellas que están perfectamente definidas por un número expresado con la unidad de medida correspondiente.

El **tiempo** es una magnitud escalar que, cuando decimos que un proceso dura, por ejemplo, 30 s, expresamos correctamente la idea.

Otras magnitudes escalares son la masa, el volumen, la densidad, la temperatura, la energía, etc.

Magnitudes vectoriales

son aquellas que para ser definidas necesitan, además de su valor numérico y su unidad, también llamado **módulo**,debo indicar su **dirección y sentido. Se representan mediante vectores.**

La **velocidad** es una magnitud vectorial pues, no queda unicamente determinada por su módulo, es preciso especificar también la dirección y el sentido . Son también magnitudes vectoriales :las fuerzas, aceleración etc.

2. VECTOR

Un vector es un segmento orientado, que está caracterizado por:

-**Origen** o punto de aplicación: punto donde se aplica el vector, esto es donde empieza.

-**Módulo**: es la longitud del segmento y representa el valor numérico de la magnitud. Lo representamos por el vector entre barras $|\vec{v}|$

Aquel vector de **módulo la unidad** se llama **unitario**.

-**Dirección**:es la de la recta que contiene al vector.

-**Sentido**:es el indicado por la punta de la flecha.

F=20N= módulo

------•---------------------------------------dirección

Pto aplicación sentido

Componentes cartesianas de un vector

Las componentes de un vector son las proyecciones del vector sobre los tres ejes coordenados (x, y, z) . Sobre cada uno de los tres ejes coordenados están definidos unos vectores cuyo módulo es la unidad, siendo su sentido el de los ejes positivos. Estos vectores unitarios se representan así:

Vector unitario en la dirección del eje x: $\vec{i}$

Vector unitario en la dirección del eje y: $\vec{j}$

Vector unitario en la dirección del eje z: $\vec{K}$

Como nosotros trabajaremos en el plano XY, **serán las proyecciones del vector sobre el eje x y sobre el eje y**. Se calculan aplicando trigonometría.

A

Ay

α

Ax

Todo vector se puede expresar como **la suma de sus componentes, cada una multiplicada por su vector unitario correspondiente:**

$\vec{A}$ = Ax $\vec{i}$ + Ay $\vec{j}$ También se puede expresar : $\vec{A}$ (Ax, Ay)

Una u otra forma es la expresión analítica de un vector.

Conocidas las componentes de un vector se puede determinar su módulo:

$\sqrt{Ax^2 + Ay^2}$ = A = módulo del vector

Determinación de las componentes de un vector

Vamos a usar dos métodos :

a) A partir de las coordenadas de los puntos extremo y origen del vector. Las componentes se obtienen restando a las coordenadas del punto extremo las del origen.
b) A partir de las funciones trigonométricas seno y coseno del ángulo que forman con uno de los ejes.

   Ax = A cos α
   Ay = A sen α

3. VECTOR UNITARIO

Dado un vector $\vec{V}$, un **vector unitario** de él es aquel que tiene su misma dirección y sentido, pero su módulo es la unidad. Se calcula dividiendo el vector por su módulo:

$\vec{V}$ = Vx $\vec{i}$ + Vy $\vec{j}$ $\vec{Uv}$ = Vx/V $\vec{i}$ + Vy/V $\vec{j}$

Todo vector se puede expresar mediante el producto de su módulo por un vector unitario en su dirección y sentido:

$\vec{V} = |\vec{V}| . \vec{u}$

OPERACIONES CON VECTORES

- **SUMA :** Dados dos o más vectores, su suma es otro vector que se obtiene sumando los vectores componente a componente:

$$\vec{A} = Ax\ \vec{i} + Ay\ \vec{j}$$
$$\vec{A} + \vec{B} = (Ax + Bx)\ \vec{i} + (Ay + By)\ \vec{j}$$
$$\vec{B} = Bx\ \vec{i} + By\ \vec{j}$$

- **DIFERENCIA**: El vector resta de dos vectores , se obtiene restando las componentes.

$$\vec{A} = Ax\ \vec{i} + Ay\ \vec{j}$$
$$\vec{A} - \vec{B} = (Ax - Bx)\ \vec{i} + (Ay - By)\ \vec{j}$$
$$\vec{B} = Bx\ \vec{i} + By\ \vec{j}$$

- **PRODUCTO DE UN NÚMERO POR UN VECTOR**: es otro vector que se obtiene multiplicando cada una de las componentes por ese número.

$$\vec{A} = Ax\ \vec{i} + Ay\ \vec{j}$$
$$\mathbf{N}\ \vec{A} = \mathbf{N}.Ax\ \vec{i} + \mathbf{N}.Ay\ \vec{j}$$

- **PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES**:

El producto escalar de dos vectores es un escalar y se puede calcular de dos formas:

$$\vec{A} = \mathbf{Ax}\ \vec{i} + \mathbf{Ay}\ \vec{j}$$
$$\vec{B} = Bx\ \vec{i} +\text{-}\ By\ \vec{j}$$

a) **Multiplicando cada componente y sumando**

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \mathbf{Ax.Bx + Ay.By}$$

b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \mathbf{A.B.cos}\ \alpha$

α: ángulo formado por los vectores *A* y *B*

EJERCICIOS: CÁLCULO VECTORIAL

1. Representa gráficamente los siguientes vectores y calcula su módulo:

a) $\vec{A} = 2\,i - 3\,j$ b) $\vec{B} = -5\,i + 4\,j$ c) $\vec{C} = -3\,i - 2\,j$

2. Calcula el vector unitario de los vectores siguientes :

a) $\vec{A} = 3\,i + 4\,j$ b) $\vec{B} = -6\,i + 8\,j$ c) $\vec{C} = 4\,i - 3\,j$

3. Calcula las componentes cartesianas del vector así como su vector unitario.

a) $F = 20$ N $\alpha = 30^{\circ}$ b) V = 30 m/s $\alpha = 135^{\circ}$ c) r = 10 m $\alpha = -60^{\circ}$

4. Sean los vectores:

$$\vec{A} = 2\,i - 3\,j \quad \vec{B} = -2\,i + 4\,j \quad \vec{C} = 4\,i - 2\,j \quad \vec{D} = -5\,i - 2\,j$$

Calcula:

a) $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} - \vec{D}$

b) $2\vec{A} - \vec{B} + 2\vec{D}$
c) $3\vec{B} - 2\vec{C}$
Represéntalos gráficamente
d) Vector unitario de $\vec{A}$
e) Módulo del vector suma de $\vec{A}$ **y** $\vec{B}$
f) $(2\vec{A} - \vec{B}\ B)/3$
g) $(\vec{A} + 3\vec{B})/4$
h) Vector unitario de $\vec{C}$
i) $|\vec{A} - 2\vec{C}|$
j) $\vec{A} \cdot \vec{B}$
k) $\vec{B} . \vec{C}$
l) $\vec{C} \cdot \vec{D}$

5. Calcula el ángulo formado por los siguientes vectores del ejercicio anterior:

a) $\vec{A}$ **y** $\vec{C}$ b) $\vec{B}$ *y* $\vec{D}$ c) $\vec{A}$ *y* $\vec{D}$

Represéntalos gráficamente.

6 .Un vector , en el plano XY, tiene un módulo de 5 y forma un ángulo de 36,9º con el eje x.determina sus componentes cartesianas y un vector unutario.

7. Dado el vector $\vec{C}$, cuyo origen es el punto A(3,17)y extremo el punto

B(10,-7),.Determina las componentes del vector y su módulo.

8 .Calcula un vector unitario en la dirección y sentido del vector

$\vec{A} = 2\vec{i} + 9\vec{j}$

9. Dados los vectores:

$\vec{A} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$
$\vec{B} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

Calcula : a) Módulo de cada vector b)Vector suma de ambos c)Módulo del vector suma

10. Dados los vectores:

$\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$
$\vec{B} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$

Calcula : a)Vector $\vec{A} - \vec{B}$ b) módulo del vector resta.

11 .Dados los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, cuyo origen es el punto común (0,1) y los extremos son (3,-1) y (-1,3)
a) Vector $\vec{A}$ y vector $\vec{B}$ b) Módulo de cada uno

12.Un vector tiene de módulo 10 y forma un ángulo de 30º con el eje x negativo. Determina sus componentes.Da la expresión analítica del vector.

13. Un vector tiene de origen el punto A(3,1) y de extremo el punto B (7,-2).determina la expresión analítica del vector, el módulo del vector y calcula un vector unitario en su dirección y sentido.