

EXAMEN FINAL DE 3º DE E.S.O MATEMÁTICAS

GRUPO: _____ **FECHA:** 16/6/2010 **ALUMNO:** _____

1. Expresa los siguientes números racionales

a) Como fracción:

$$1,456 = \frac{1456}{1000} \quad 1,45\bar{6} = \frac{1456-145}{900} = \frac{1311}{900}$$

$$1,\overline{456} = \frac{1456-1}{999} = \frac{1455}{999} \quad 1,4\overline{56} = \frac{1456-14}{990} = \frac{1442}{990}$$

b) Como expresión decimal:

$$\frac{7}{9} = 0,7\bar{7} \quad \frac{24}{3} = 8$$

$$\frac{123}{9900} = 0,012\bar{3} \quad \frac{4}{7} = 0,571428\bar{571428}$$

2. Opera y deja el resultado como una sola potencia:

a) $5^2 \cdot \frac{(5^{-3})^4 \cdot 5^6}{5^4} = 5^2 \cdot \frac{5^{-12} \cdot 5^6}{5^4} = 5^2 \cdot 5^{-8} = 5^{-6} = 5^{-8}$

b) $\frac{3^2 \cdot 9^{-2}}{\frac{1}{9}} = \frac{3^2 \cdot (3^2)^{-2}}{\frac{1}{3^2}} = \frac{3^2 \cdot 3^{-4}}{3^{-2}} = \frac{3^{-2}}{3^{-2}} = 3^0$

3. Calcula el precio inicial de un artículo por el que se pagó 40,50 € después de aplicarle una rebaja del 10% *Si se rebaja el 10%, es porque se paga el 90%. Hay que buscar el número del que es 90% 40,50 $\frac{40,50}{0,9} = 45$ € vale.*

4. Una piscina pierde cada día el 2% del agua que tiene. Si inicialmente tenía cien mil litros, calcula cuántos litros tendrá al cabo de dos días y de diez días. ¿Llegará a quedar vacía con el paso del tiempo? *Cada día se queda con el 98% de lo que tenía.*

$$V_n = 100000 \cdot 0,98^n; \quad V_2 = 100000 \cdot 0,98^2 = 96040 \text{ l}; \quad V_{10} = 100000 \cdot 0,98^{10} = 81707,28 \text{ l}$$

5. Considera una progresión aritmética en la que $a_1 = 25$ y $a_4 = 10$, calcula: *Teóricamente no*

- a) La diferencia; $d = \frac{a_4 - a_1}{4-1} = \frac{10-25}{3} = \frac{-15}{3} = -5$
- b) El término general; $a_n = 25 + (n-1)(-5) = 25 - 5n + 5 = 30 - 5n$
- c) El décimo término; $a_{10} = 30 - 5 \cdot 10 = 30 - 50 = -20$
- d) La suma de los diez primeros términos

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = \frac{(25 + (-20)) \cdot 10}{2} = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25$$

6. Considera una progresión geométrica en la que $b_2 = 3$ y $b_4 = 12$, calcula:

- a) La razón; $r = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$ (también podría ser $r = -2$)
- b) El primer término; $b_1 = \frac{3}{2}$ (también podría ser $b_1 = -\frac{3}{2}$)
- c) El término general; $b_n = \frac{3}{2} \cdot 2^{n-1} = \frac{3}{2} \cdot 2^{n-1}$ (también podría ser $b_n = (-1)^{n-1} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2^{n-1}$)
- d) La suma de los diez primeros términos

$$b_{10} = \frac{3}{2} \cdot 2^{10} = 3 \cdot 256 = 768$$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 768 - \frac{3}{2}}{2-1} = \frac{1536 - 1,5}{1} = 1534,5$$

7. Dados los polinomios $P(x) = x^2 + 3x - 1$ y el $Q(x) = x^2 - 3x$, calcula:

- a) $P(x) + Q(x) = x^2 + 3x - 1 + x^2 - 3x = 2x^2 - 1$
 b) $Q(x) - P(x) = x^2 - 3x - (x^2 + 3x - 1) = x^2 - 3x - x^2 - 3x + 1 = -6x + 1$
 c) $P(x) \cdot Q(x) = (x^2 + 3x - 1)(x^2 - 3x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x^2 - 9x^2 + 3x = x^4 - 10x^2 + 3x$
 d) Valor del polinomio $P(x)$ en $x = -2$: $P(-2) = (-2)^2 + 3(-2) - 1 = 4 - 6 - 1 = -3$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $\frac{1}{2} \cdot (2x - 3) - x = \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$; $x - \frac{3}{2} - x = \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2} = \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{x}{3}$;
 $-1 = \frac{x}{3}$; $[-3 = x]$

b) $x^2 - 9x = 8 - 2 \cdot (3x + 4)$; $x^2 - 9x = 8 - 6x - 8$; $x^2 - 9x = -6x$; $x^2 - 9x + 6x = 0$;
 $x^2 - 3x = 0$; $x(x - 3) = 0$; $x = 0$; $x - 3 = 0$; $x = 3$; $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{3 \pm 3}{2} = 0$

9. Un padre tiene 41 años y su hijo tiene 11 años. ¿ Cuántos años tienen que pasar para que el padre tenga el doble de la edad del hijo?
 $x = \text{años que tienen que pasar}$

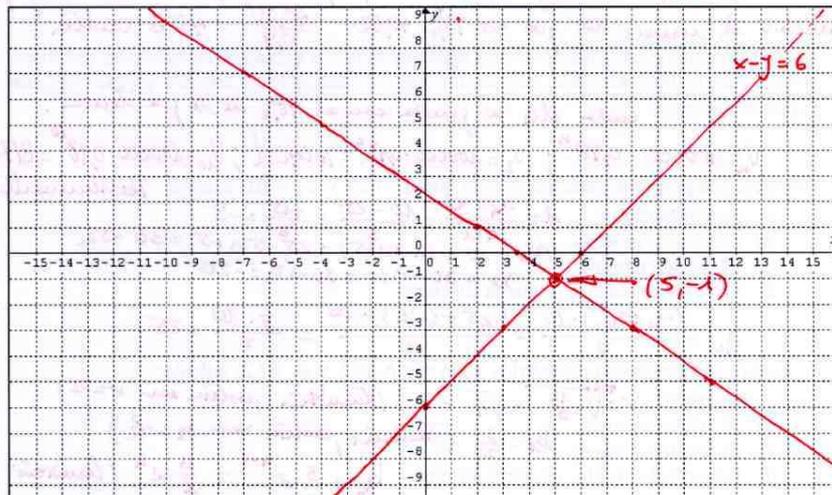
$41 + x = 2(11 + x)$
 $41 + x = 22 + 2x$; $41 - 22 = 2x - x$; $19 = x$; 19 años

10. Resuelve el sistema por un método algebraico y por el método gráfico

$\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$
 Reducción (Por 3) $3x - 3y = 18$; $5 - y = 6$; $5 - 6 = y$
 (Por 1) $2x + 3y = 7$; $5x = 25$; $x = 5$; $y = -1$

$x - y = 6$

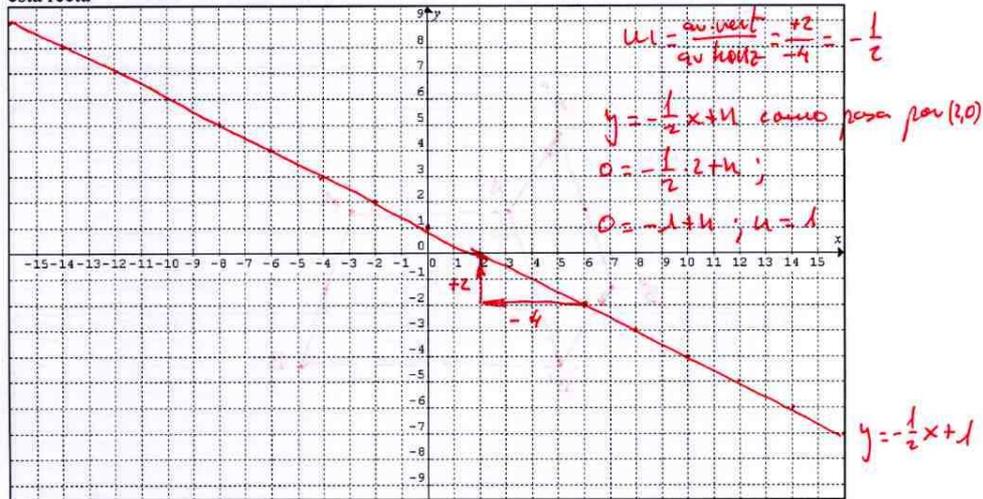
x	y
0	-6
6	0
3	-3



$2x + 3y = 7$

x	y
2	1
7/2	0
0	8/3

11. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (6,-2) y (2,0). Representa también esta recta



12. Sabiendo que la figura es simétrica y que el arco \widehat{BC} mide 80° , calcula la medida de los ángulos en O, A, B y C

Como \widehat{A} es inscrito y abarca un arco \widehat{BC} de 80° , el ángulo \widehat{A} medirá $\widehat{A} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$

Los arcos \widehat{AB} y \widehat{AC} miden lo mismo, como es simétrica.

$$\frac{360^\circ - 80^\circ}{2} = \frac{280^\circ}{2} = 140^\circ$$

El triángulo \widehat{OAB} es isósceles.

El ángulo $\widehat{A} = 40^\circ$ y el ángulo central $\widehat{O} = 140^\circ$ (central)

El triángulo \widehat{OAB} es isósceles, por lo tanto:

$$\widehat{B} = \widehat{C} = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$$

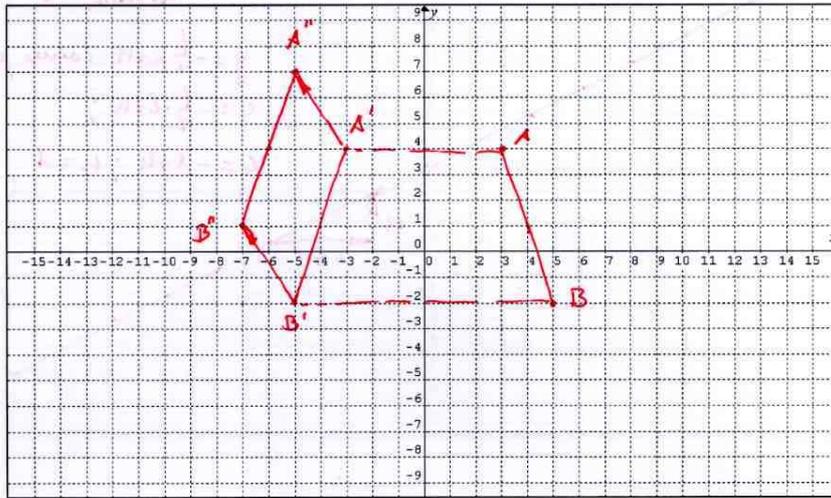
Resumen de ángulos:

$$\widehat{O} = 140^\circ$$

$$\widehat{A} = 40^\circ$$

$$\widehat{B} = \widehat{C} = 20^\circ$$

13. Halla las coordenadas de los extremos del segmento de extremos $A(3,4)$ y $B(5,-2)$ resultante de aplicarle la simetría de eje $x=0$ y a continuación traslación de vector $\vec{i}=(-2,3)$. Representa en los ejes.



$A(3,4)$ simétrica $A'(-3,4)$ trasladado $A''(-5,7)$

$B(5,-2)$ simétrica $B'(-5,-2)$ trasladado $B''(-7,1)$

14. Calcula el volumen de un paquete de 500 hojas A-4, sabiendo que las dimensiones de una hoja son 21 cm de ancho, 29,7 cm de largo y 0,01 cm de grosor

$$V = 21 \cdot 29,7 \cdot 0,01 \cdot 500 = 3118,5 \text{ cm}^3$$