

EXAMEN SEPTIEMBRE DE 3 DE E.S.O. MATEMÁTICAS

GRUPO: _____ **FECHA:** 2/9/2013 **ALUMNO:** _____

1. a) Reduce a una sola potencia

$$\left(5^2 \cdot \frac{1}{5^4}\right)^3 = (5^2 \cdot 5^{-4})^3 = (5^{-2})^3 = 5^{-6}$$

b) Escribe como una fracción el número racional $6,5\overline{43}$

$$6,5\overline{43} = \frac{6543 - 65}{990} = \frac{6478}{990}$$

2. Un embalse pierde en cada mes de verano un 10% de su volumen. Si tenía 20 hm^3 a principio de verano, calcula cuánto tendrá al cabo de dos meses.

Perder un 10% es quedarse en el 90%

$$0,9 \cdot 0,9 \cdot 20 = 0,9^2 \cdot 20 = 0,81 \cdot 20 = 16,2 \text{ hm}^3 \text{ tendrá}$$

3. Considera una progresión aritmética tal que $a_3 = 3$ y $a_4 = 5$. Calcula la diferencia, el primer término, el término general, el término a_{20} y la suma de los veinte primeros S_{20} .

$$d = a_4 - a_3 = 5 - 3 = 2, \quad a_1 = a_3 - 2d = 3 - 2 \cdot 2 = -1$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -1 + (n-1) \cdot 2 = -1 + 2n - 2 = 2n - 3$$

$$a_{20} = 2 \cdot 20 - 3 = 40 - 3 = 37; \quad S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(-1 + 37) \cdot 20}{2} = 360$$

4. Dados el polinomio $P = x^2 - x + 1$ y el polinomio $Q = 3x + 1$, calcula

$$\text{a) } P + Q = x^2 - x + 1 + 3x + 1 = x^2 + 2x + 2$$

$$\text{b) } P - Q = x^2 - x + 1 - (3x + 1) = x^2 - x + 1 - 3x - 1 = x^2 - 4x$$

$$\text{c) } P \cdot Q = (x^2 - x + 1) \cdot (3x + 1) = 3x^3 - 3x^2 + 3x + x^2 - x + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 2x + 1$$

$$\text{d) Valor del polinomio } P(x) \text{ en } x = -3, \text{ que se escribe } P(-3) = (-3)^2 - (-3) + 1 = 9 + 3 + 1 = 13$$

5. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado

$$(2x+1)(x-3) = (x+1)(x-1) - 8$$

$$2x^2 - 6x + x - 3 = x^2 - 1 - 8$$

$$2x^2 - x - 6x + x - 3 + 1 + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a=1 \\ b=-5 \\ c=6 \end{array} \right.$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

6. En un hotel hay habitaciones dobles (con dos camas) y sencillas (con una cama). En total hay cuarenta habitaciones y setenta camas. ¿Cuántas habitaciones hay de cada tipo?

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 40 \\ x + 2y = 70 \end{array} \right\}$$

$x = \text{n}^\circ \text{ de habitaciones sencillas}$
 $y = \text{n}^\circ \text{ de habitaciones dobles}$

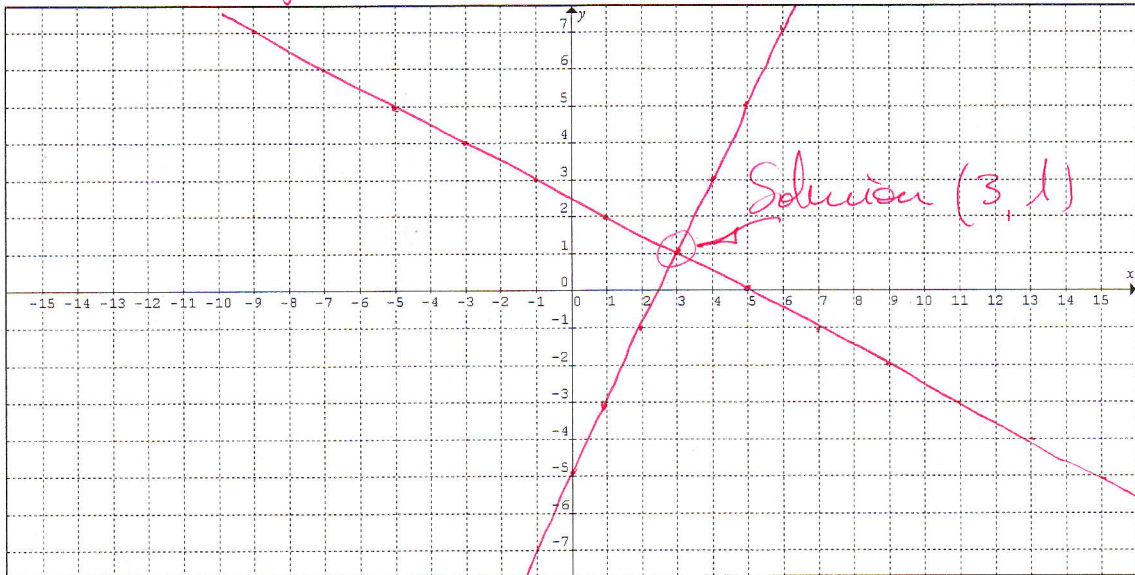
Hay diez sencillas y treinta dobles

$$y = 30 ; x + 30 = 40 ; x = 10$$

7. Resuelve el sistema

$$\left. \begin{array}{l} \text{(Por 1)} \quad 2x - y = 5 \\ \text{(Por 2)} \quad -2x - 4y = -10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(Por 2)} \quad 4x - 2y = 10 \\ \text{(Por 1)} \quad \underline{x + 2y = 5} \\ \hline 5x = 15 ; x = 3 \end{array}$$

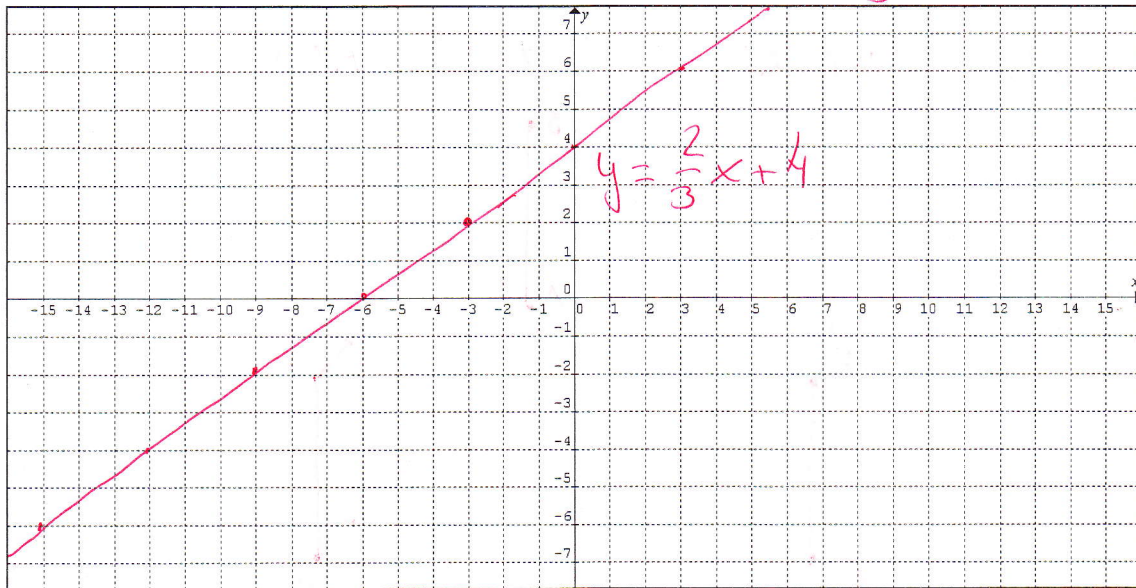
$$-5y = -5 ; y = 1$$



8. Halla la ecuación de la función cuya gráfica es una recta que pasa por el punto $P(-3, 2)$ y tiene pendiente $m = \frac{2}{3}$. Representala

$$y = \frac{2}{3}x + u$$

$$2 = \frac{2}{3}(-3) + u ; 2 = -2 + u ;$$



$$u = 2 + 2$$

$$u = 4$$

9. El triángulo ABD es rectángulo, y los puntos C , E y F son los puntos medios de los lados de ABD . Sabiendo que $DA = 6 \text{ cm}$ y $DB = 8 \text{ cm}$, calcula la razón de semejanza de CEF con ABD , el perímetro y el área de los dos triángulos

razón semejanza = $\frac{1}{2}$

perímetro $\widehat{ABD} = 6 + 8 + 10 = 24 \text{ cm}$

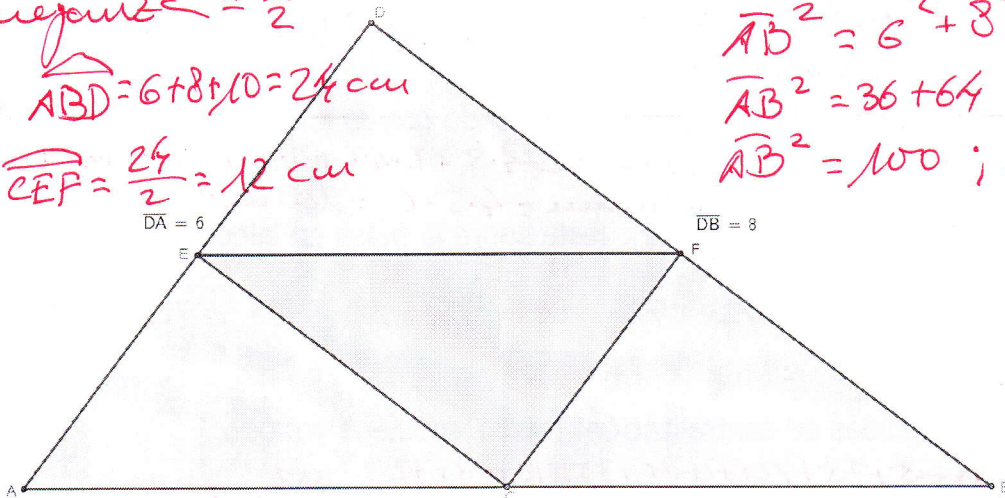
perímetro $\widehat{CEF} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}$

Platónes

$$\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\overline{AB}^2 = 36 + 64$$

$$\overline{AB}^2 = 100 ; \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$



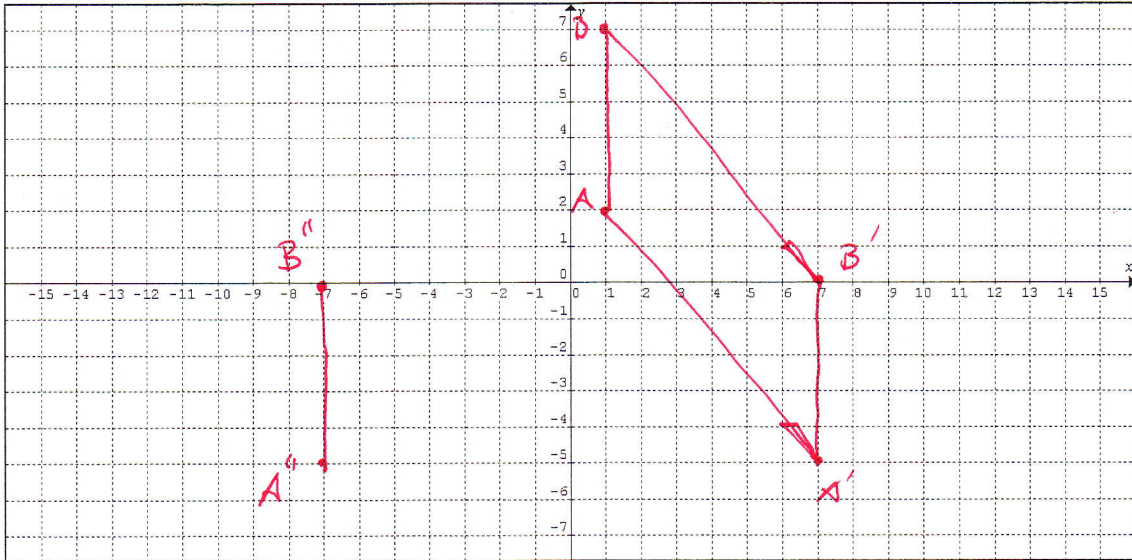
$$\text{área } \widehat{ABD} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$\text{área } \widehat{CEF} = 24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6 \text{ cm}^2$$

10. Halla las coordenadas de los extremos del segmento de extremos $A(1,2)$ y $B(1,7)$ resultante de aplicarle la traslación de vector $\vec{i} = (6,-7)$ y a continuación la simetría de eje $x=0$. Representa en los ejes.

$$A(1,2) \xrightarrow{\vec{i}} A'(7,-5) \xrightarrow{S_{x=0}} A''(-7,-5)$$

$$B(1,7) \xrightarrow{\vec{i}} B'(7,0) \xrightarrow{S_{x=0}} B''(-7,0)$$



11. Considera una prisma recto de base un rectángulo

a) Cuenta las aristas, vértices y caras, y comprueba que verifica la fórmula de Euler

$$\begin{aligned} \text{aristas} &= 12 \\ \text{vértices} &= 8 \\ \text{caras} &= 6 \end{aligned} \quad \begin{aligned} c + v &= a + 2 \\ 6 + 8 &= 12 + 2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

b) Calcula su área y su volumen sabiendo que la altura es 6 cm y la base tiene de lados 4 cm y 5 cm

$$\text{área} = 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 5 \cdot 6 = 40 + 48 + 60 = 148 \text{ cm}^2$$

$$\text{volumen} = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \text{ cm}^3$$

12. Los resultados de una encuesta sobre la masa en kilogramos son

83 65 75 72 72 80 75 90 68 72

a) Medidas de centralización: media, mediana y moda;

$$\bar{x} = \frac{83 + 65 + 75 + 72 + 72 + 80 + 75 + 90 + 68 + 72}{10} = \frac{752}{10} = 75,2$$

$$Me = 73,5 \quad \text{Moda} = 72$$

b) Medidas de dispersión: recorrido, varianza y desviación típica

$$\text{Recorrido} = 90 - 65 = 25$$

$$\text{Varianza} = \frac{83^2 + 65^2 + 75^2 + 72^2 + 72^2 + 80^2 + 75^2 + 90^2 + 68^2 + 72^2}{10} - 75,2^2 = 48,96$$

$$\text{Desv. Típica} = \sqrt{48,96} \approx 6,997$$