

EXAMEN FINAL DE 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS

GRUPO: _____ **FECHA:** 18/6/2013 **ALUMNO:** _____

1. Racionaliza las siguientes expresiones

a) $\frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$

b) $\frac{15}{\sqrt[3]{3}} = \frac{15\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3^2}} = \frac{15\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{15\sqrt[3]{3^2}}{3} = 5\sqrt[3]{9}$

c) $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6^2}-\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{6-5} = \sqrt{6}-\sqrt{5}$

2. Escribe como una sola potencia la expresión

$$\frac{x^3 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^2}}{\sqrt{x}} = \frac{x^3 \sqrt[3]{x \cdot x^{2/5}}}{x^{1/2}} = \frac{x^3 \sqrt[3]{x^{7/5}}}{x^{1/2}} = \frac{x^3 \cdot x^{7/15}}{x^{1/2}} = \frac{x^{52/15}}{x^{1/2}} = x^{\frac{52}{15} - \frac{1}{2}} = x^{\frac{89}{30}}$$

3. Divide el polinomio $P(x) = -x^3 + 2x - 1$ entre el polinomio $Q(x) = x + 1$ y comprueba el resto utilizando el teorema del resto.

$C(x) = -x^2 + x + 1, R(x) = -2$

$P(-1) = -(-1)^3 + 2(-1) - 1 = 1 - 2 - 1 = -2$

	-1	0	2	-1
-1		1	-1	-1
	-1	1	1	-2

Teor. resto

4. Factoriza el polinomio $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4$

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x - 4 = (x+1)(x-2)(x+2)$

	1	2	-3	-8	-4
-1		-1	-1	4	4
	1	1	-4	-4	0
-1		-1	0	4	
	1	0	-4	0	
2		2	4		
	1	2	0		
-2		-2			
	1	0			

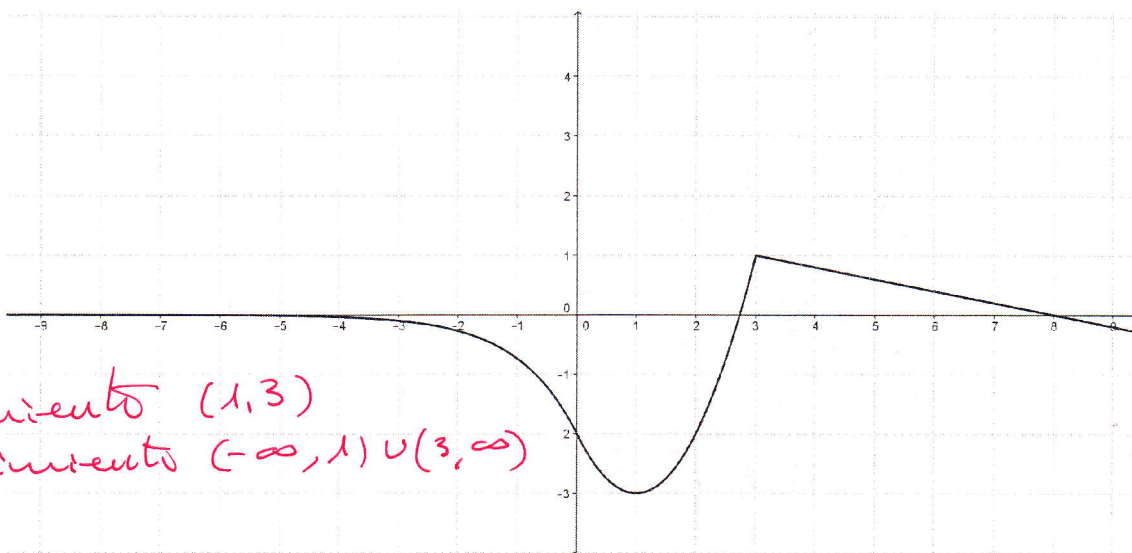
5. Resuelve la ecuación

$\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} = 1, \frac{3(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 1$

$3(x-2) - (x+2) = (x+2)(x-2); 3x - 6 - x - 2 = x^2 - 4; x^2 - 2x + 4 = 0$

$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4-16}}{2} \nrightarrow$ Sin solución

6. Considera la función cuya gráfica aparece abajo:



Crecimiento $(1, 3)$
 Decrecimiento $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

- a) Estudio de la monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento)
- b) Extremos relativos (máximos y mínimos relativos) Mínimo $(1, -3)$
- c) Continuidad Continua Máximo $(3, 1)$
- d) Tendencia

- cuando $x \rightarrow -\infty, y \rightarrow 0$
- cuando $x \rightarrow +\infty, y \rightarrow -\infty$

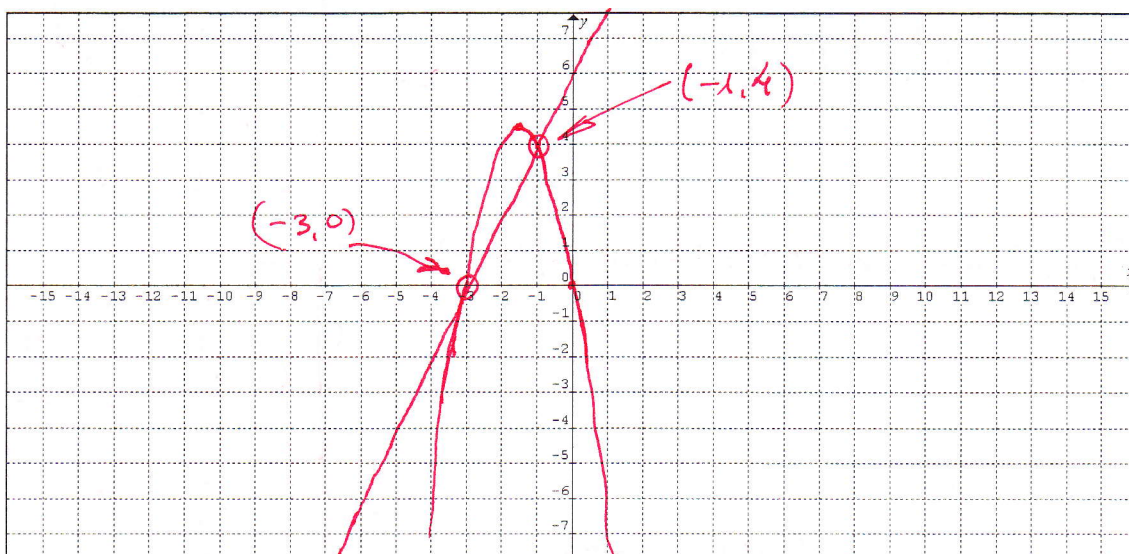
e) $T.V.M.[1,3] = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{1 - (-3)}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$

7. Resuelve algebraica y gráficamente el sistema

$$\begin{cases} y = 2x + 6 \\ y = -2x^2 - 6x \end{cases}$$

vértica $\frac{-(-6)}{2(-2)} = \frac{6}{-4} = -1,5$
 $-2(-1,5)^2 - 6(-1,5) = -4,5 + 9 = 4,5$

$(-1,5, 4,5)$



$$2x + 6 = -2x^2 - 6x ; \quad 2x^2 + 6x + 2x + 6 = 0 ; \quad 2x^2 + 8x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 48}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{-8 \pm 4}{4} = \begin{cases} -1 \\ -3 \end{cases}$$

- Si $x = -1, y = 2(-1) + 6 = 4 \rightsquigarrow (-1, 4)$
- Si $x = -3, y = 2(-3) + 6 = 0 \rightsquigarrow (-3, 0)$

8. Sabiendo que el triángulo $\triangle BAC$ es rectángulo y que el segmento \overline{AD} es la altura, calcula

a) Las longitudes x , y , z

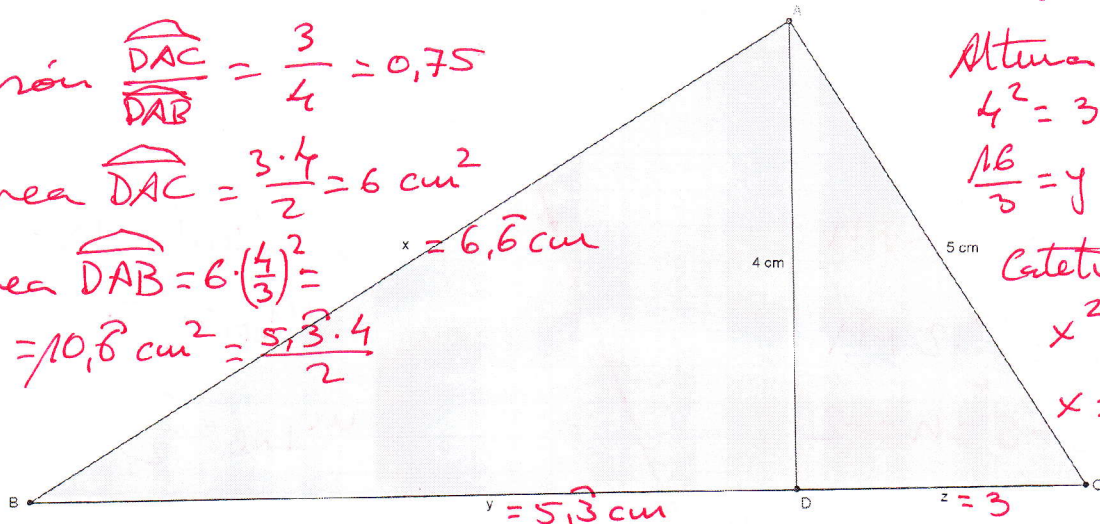
b) La razón de semejanza del triángulo $\triangle DAC$ con el $\triangle DAB$

c) El área de los triángulos $\triangle DAC$ y $\triangle DAB$

razón $\frac{\widehat{DAC}}{\widehat{DAB}} = \frac{3}{4} = 0,75$

área $\triangle DAC = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$

área $\triangle DAB = 6 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 10,66 \text{ cm}^2 = \frac{51,3 \cdot 4}{2}$
 $x = 6,6 \text{ cm}$



Pitagoras \rightarrow penguin
 $5^2 = 4^2 + z^2$
 $25 - 16 = z^2$
 $9 = z^2; z = 3 \text{ cm}$

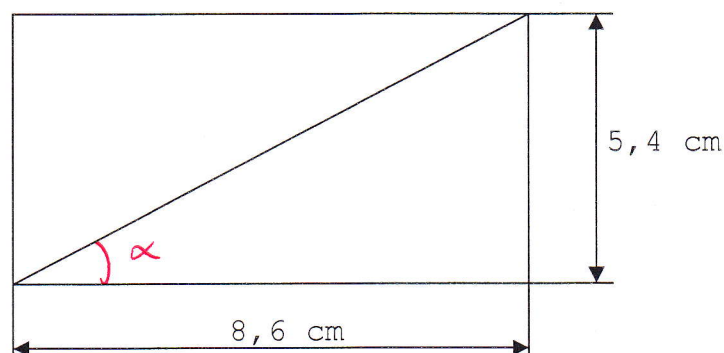
Altura
 $4^2 = 3 \cdot y$
 $\frac{16}{3} = y = 5,3 \text{ cm}$

Cateto
 $x^2 = 8,3 \cdot 5,3$
 $x = \sqrt{\frac{400}{9}}$
 $x = \frac{20}{3} = 6,6 \text{ cm}$

9. Completa la siguiente tabla:

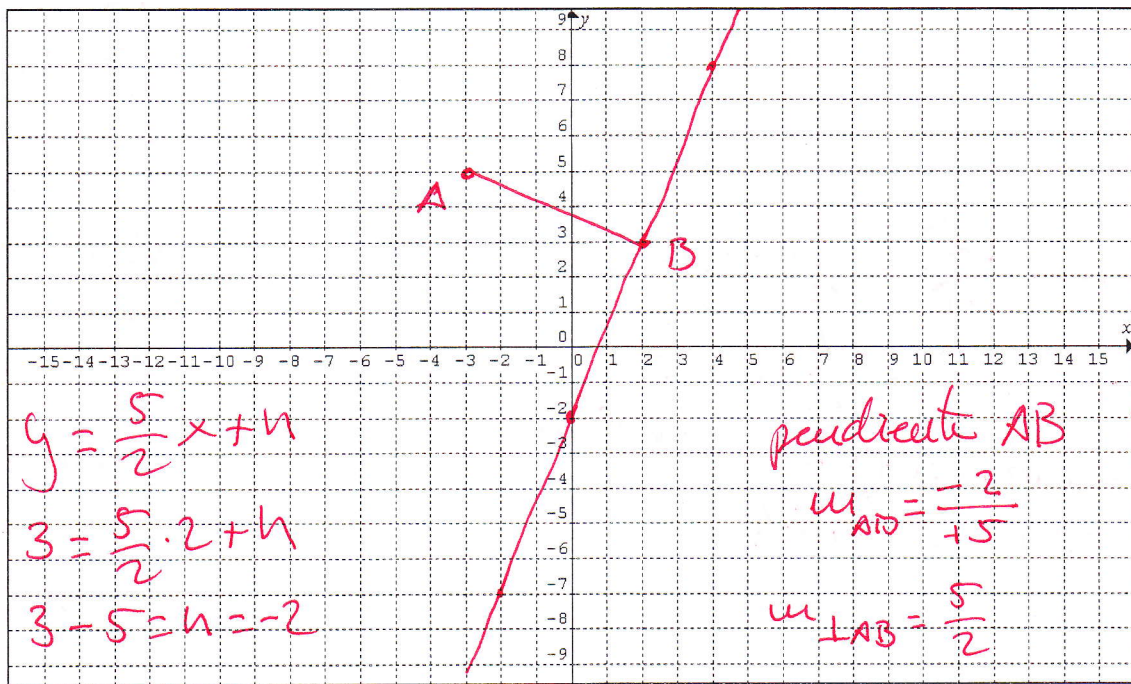
cuadrante	III	II	I	I
ángulo	$233,13^\circ$	-240°	$116,57^\circ$	$36,87^\circ$
seno	-0,8	0,87	0,89	0,6
coseno	0,6	-0,5	-0,95	0,8
tangente	$-1,3$	$-1,73$	-2	0,75

10. Calcula el ángulo que forma la diagonal de una tarjeta de crédito con el lado mayor (dimensiones de la tarjeta: 8,6 cm y 5,4 cm)

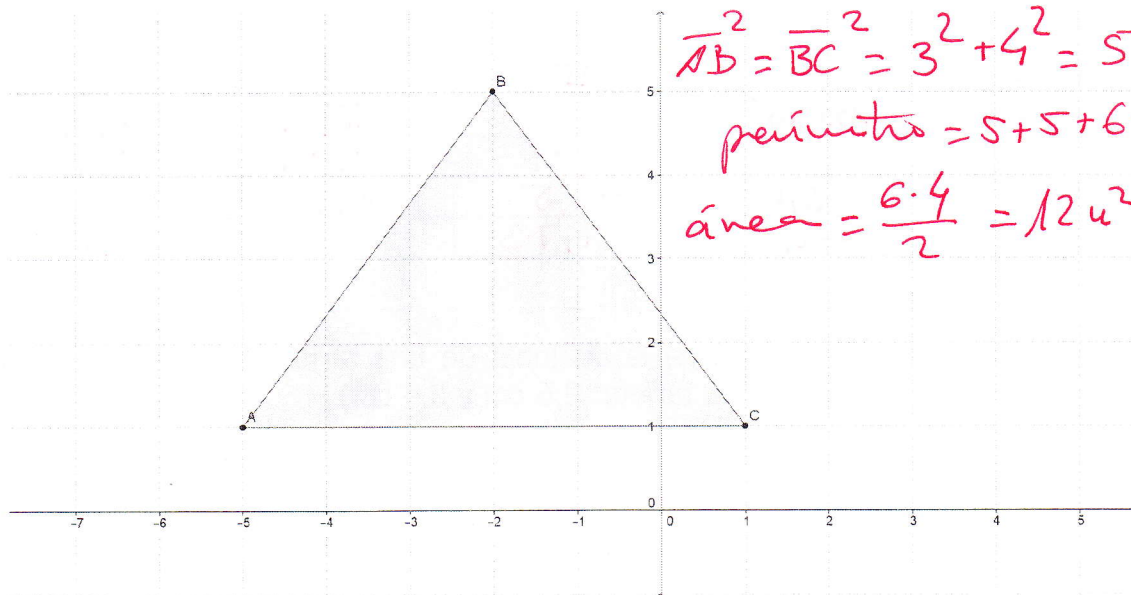


$\text{tg } \alpha = \frac{5,4}{8,6}; \alpha = \text{arc tg } \frac{5,4}{8,6} \approx 32,12^\circ$

11. Halla la ecuación de la perpendicular al segmento de extremos $A(-3,5)$ y $B(2,3)$ por el punto B . Representa el segmento y la perpendicular



12. Calcula el área y el perímetro del triángulo de la figura siguiente



13. En un estudio cardiológico se midió la frecuencia cardíaca en pulsaciones por minuto a voluntarios en un centro de salud, y se obtuvo la siguiente tabla

[45,55)	[55,65)	[65,75)	[75,85)	[85,95)	[95,105]
1	8	10	11	8	2

Calcula la media aritmética, la mediana, la moda, la varianza y la desviación típica

$$\bar{x} = \frac{50 \cdot 1 + 60 \cdot 8 + 70 \cdot 10 + 80 \cdot 11 + 90 \cdot 8 + 100 \cdot 2}{40} = 75,75$$

$$\text{Mediana} = 80, \quad \text{Moda} = 80 \quad (\text{Clase modal } [75,85))$$

$$\sigma^2 = \frac{50^2 \cdot 1 + 60^2 \cdot 8 + 70^2 \cdot 10 + 80^2 \cdot 11 + 90^2 \cdot 8 + 100^2 \cdot 2}{40} - 75,75^2 = 149,6875$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \approx 12,22$$

14. Ocho atletas participan en una carrera. Calcula de cuántas maneras distintas pueden entregarse las medallas de oro, plata y bronce

$$N_{8,3} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336 \text{ maneras}$$

15. En un cajón de una habitación a oscuras hay mezclados seis guantes de tres pares distintos: un par rojo, un par blanco y un par negro. Calcula la probabilidad de obtener un par del mismo color al coger dos guantes

$$P(\text{par del mismo color}) = \frac{3}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{\frac{6 \cdot 5}{2}} = \frac{1}{5}$$