

**EXAMEN FINAL DE 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS**

**GRUPO:** \_\_\_\_\_ **FECHA:** 17/6/2015 **ALUMNO:** \_\_\_\_\_

1. Escribe como una sola potencia la expresión

$$\frac{x^4 \sqrt{x} \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^5}} = \frac{x^4 \sqrt{x} x^{\frac{1}{2}}}{x^{5/3}} = \frac{x^4 \sqrt{x}^{\frac{3}{2}}}{x^{5/3}} = \frac{x^4 x^{\frac{3}{4}}}{x^{5/3}} = \frac{x^4}{x^{5/3}} = x^{\frac{19}{4}-\frac{5}{3}} = x^{\frac{11}{12}}$$

2. Factoriza el polinomio  $-2x^3 + 2x^2 + 16x - 24$  =

$\begin{array}{r} -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 \\ -2x^2 - 2x + 12 \\ -2x - 6 \\ -2 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r}  x-2  \\  x-2  \\  x+3  \\   -2   \\   1   \end{array}$	$= (x-2)^2(x+3)(-2)$
---	---	----------------------

$$\begin{array}{r} -2 & 2 & 16 & -24 \\ 2 | & & & \\ & -4 & -4 & 24 \\ & -2 & -2 & 12 \\ 2 | & & & \\ & -4 & -12 & \\ & -3 & & 0 \\ & & 6 & \\ & & -2 & 0 \\ & & & 0 \end{array}$$

3. Resuelve la ecuación  $x^4 + 3x^2 = 4$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

Si  $t = x^2 = 1$        $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Si  $t = x^2 = -4$   $\#$

4. Resuelve el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 4y = 5 \\ y = \sqrt{2-x} \end{cases}$

$$2 - y^2 + 4y = 5 ; 0 = y^2 - 4y + 5 - 2 ; y^2 - 4y + 3 = 0 \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \\ c=3 \end{cases} \quad \begin{cases} (-7, 3) \\ (1, 1) \end{cases}$$

$$y = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \begin{cases} \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 ; x = 2 - 3^2 = -7 \\ \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 ; x = 2 - 1^2 = 1 \end{cases}$$

5. Resuelve el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} \frac{2x+5}{3} > x-1 \\ \frac{x}{3} - 1 \geq \frac{2x-1}{5} \end{cases}$$

$$2x+5 > 3x-3 ; 5+3 > 3x-2x ; 8 > x$$

$\leftarrow \text{unión}$

$$5x-15 \geq 6x-3 ; -15+3 \geq 6x-5x ; -12 \geq x$$

$\leftarrow \text{unión}$

$$x \leq -12$$

$$(-\infty, -12]$$



Solución

6. La gráfica de abajo corresponde a la función  $y = \frac{(2-x)^2}{x^2 - 4x - 5} - 3$ . Contesta

a) Dominio de definición  $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 5\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 5) \cup (5, \infty)$

b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento (monotonía) Crecimiento  
 $(-\infty, -1) \cup (-1, 2)$

c) Máximos y mínimos relativos (extremos) Máximo relativo  
Decrecimiento

d) Continuidad Discontinua en  $(2, -3)$   
en  $-1$  y  $5$ ; continua en su dominio  $(2, 5) \cup (5, \infty)$

e) Tendencia  
 si  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow -2^+$

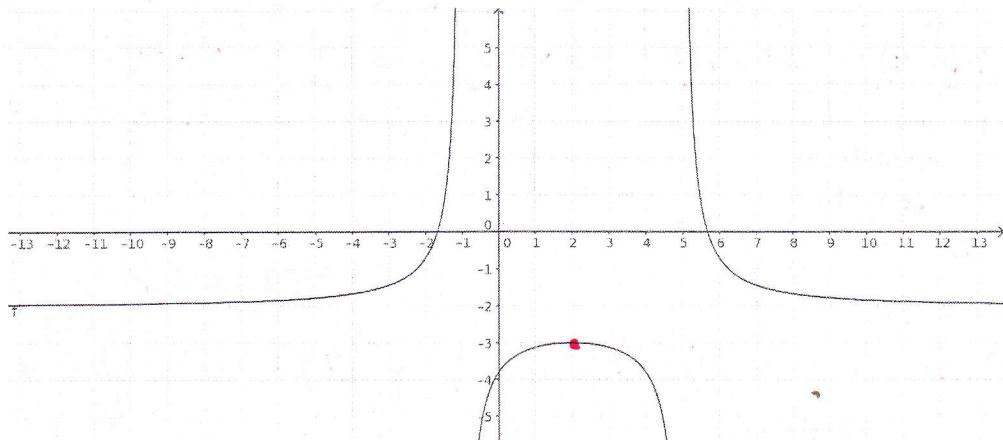
si  $x \rightarrow -1$  por la izquierda,  $y \rightarrow \infty$

si  $x \rightarrow -1$  por la derecha,  $y \rightarrow -\infty$

si  $x \rightarrow 5$  por la izquierda,  $y \rightarrow -\infty$

si  $x \rightarrow 5$  por la derecha,  $y \rightarrow \infty$

si  $x \rightarrow \infty$ ,  $y \rightarrow -2^+$

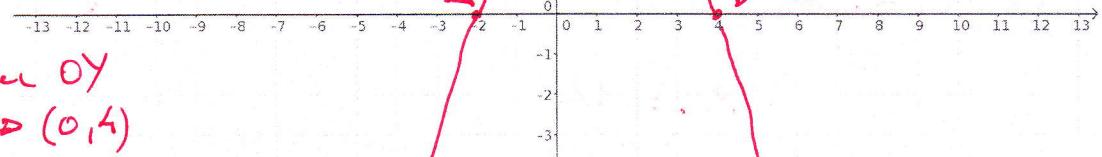


7. Representa la función  $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$  hallando el vértice de la parábola y los puntos de corte con los ejes

vértice

$$-\frac{b}{2a} = \frac{-1}{2(-\frac{1}{2})} = 1$$

$$-\frac{1}{2} \cdot 1^2 + 1 + 4 = 4.5$$



corte con OY

$$c = 4 \rightsquigarrow (0, 4)$$

corte con OX

$$-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0 ; x^2 - 2x - 8 = 0 ; x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad (4, 0)$$

$$x = \frac{2-6}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad (-2, 0)$$

8. Resuelve el sistema

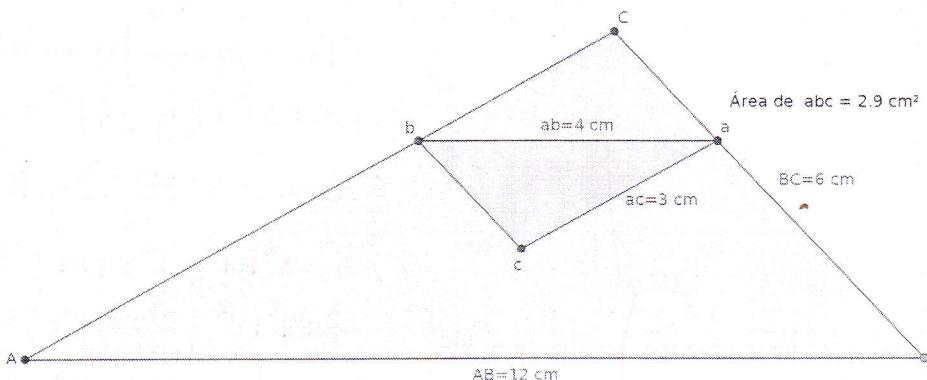
$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \\ x - y &= -2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} x+2 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \\ x+2 = y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2}x^2 + x + 4 - x - 2 = 0 \\ \frac{1}{2}x^2 = 2 \\ x^2 = 4 \\ x = 2 \text{ o } x = -2 \\ y = 2+2 = 4 \quad (2, 4) \\ y = -2+2 = 0 \quad (-2, 0) \end{array}$$

9. Calcula los siguientes logaritmos

$$\begin{aligned} \log 100 &= 2 & \log 0,0001 &= -4 & \log_3 \frac{1}{243} &= -5 & \log_{\frac{1}{243}} 3 &= -\frac{1}{5} \\ \log_{\pi} \sqrt{\pi} &= \frac{1}{2} & \log_a \sqrt[6]{a} &= \frac{1}{6} & \log_{\varphi} 1 &= 0 & \log_{\psi} \frac{1}{\psi^5} &= -5 \end{aligned}$$

10. Los lados de los triángulos  $ABC$  y  $abc$  son paralelos. Contesta a los apartados



- a) Calcula la razón de semejanza  $r = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$  del  $abc$  al  $ABC$
- b) Halla el perímetro de cada triángulo  $\frac{3}{AC} = \frac{1}{3}; AC = 9 \text{ cm}; \text{perímetro } ABC = 12 + 6 + 9 = 27 \text{ cm}$   
 $\text{perímetro } abc = \frac{1}{3} \cdot 27 = 9 \text{ cm}$
- c) Sabiendo que el área del triángulo  $abc$  es  $2,9 \text{ cm}^2$ , calcula el área del triángulo  $ABC$

$$\text{área } ABC = \frac{\text{área } abc}{r^2}; \text{ área } ABC = \frac{2,9}{(\frac{1}{3})^2};$$

$$\text{área } ABC = 9 \cdot 2,9 = 26,1 \text{ cm}^2$$

11. Completa la tabla

cuadrante	II	III	IV	I
ángulo	$150^\circ$	$-500^\circ$	$315^\circ$	$30^\circ$
seno	0,5	-0,64	-0,71	0,5
coseno	-0,87	-0,77	0,71	0,87
tangente	-0,58	0,84	-1	0,58

12. Halla la ecuación de la mediatrix del segmento  $A(4, -1)$  y  $B(-2, 5)$ . Representa el segmento, la mediatrix y calcula el ángulo que forma la mediatrix con el eje horizontal

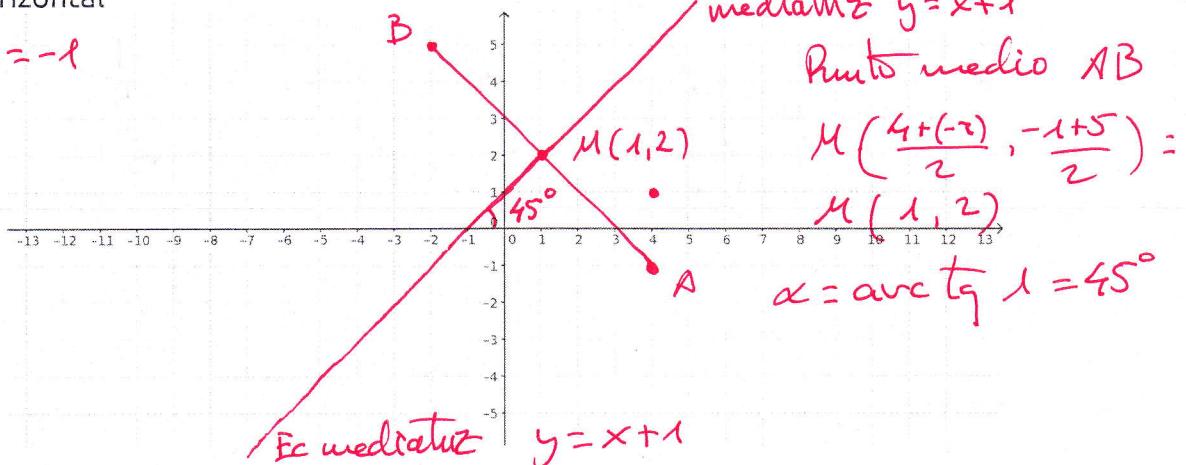
$$m_{AB} = \frac{+6}{-6} = -1$$

$$m_{AB} = 1$$

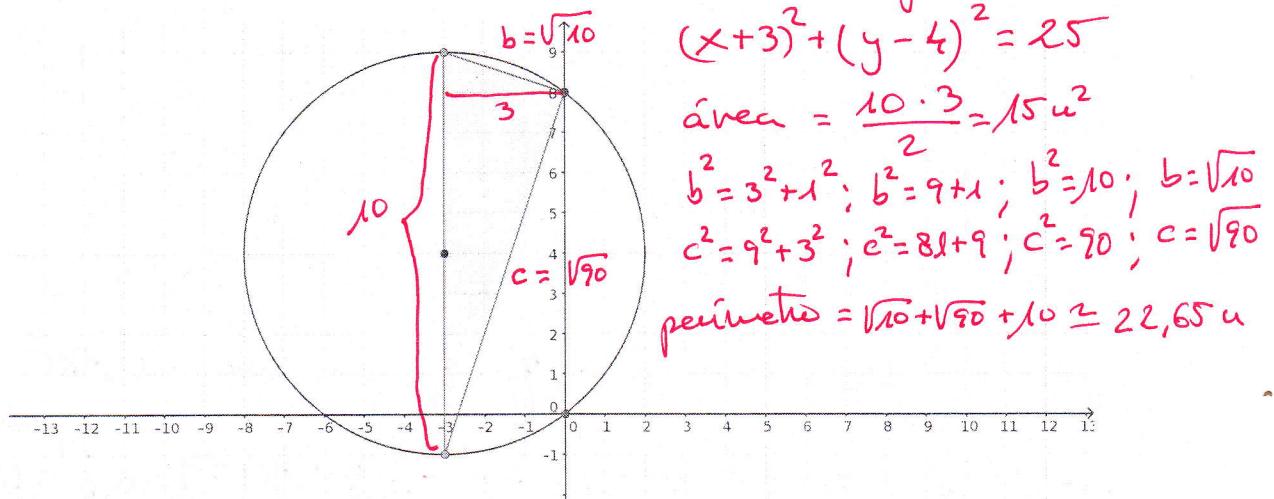
$$y = x + h$$

$$2 - 1 = h$$

$$h = 1$$



13. Escribe la ecuación de la circunferencia y calcula el área y el perímetro del triángulo de la figura



14. Los resultados de una encuesta sobre el número de viviendas en propiedad son

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{4 + 15 + 8 + 2 + 1} = \frac{0 + 15 + 16 + 6 + 4}{30} = \frac{41}{30} = 1,36$$

Viviendas	0	1	2	3	4
Frec.Abs.	4	15	8	2	1

Media = 1

Mediana = 1+1 = 1, posición 16 = 1, Moda = 1

Frec.Ac. 4 19 27 29 30

$\sigma^2 = \frac{4 \cdot 0^2 + 15 \cdot 1^2 + 8 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 4^2}{30} - 1,36^2 = \frac{0 + 15 + 32 + 18 + 16}{30} - 1,36^2 = 1,867$

Halla la media aritmética, mediana, moda, varianza y desviación típica  $\sigma^2 = \frac{81}{30} - 1,36^2 = 0,832$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0,832} \approx 0,91$

15. Calcula la probabilidad de sacar el mismo resultado al lanzar dos dados

$$P(\text{sacar igual}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$$