

## EXAMEN FINAL DE 3 DE E.S.O. MATEMÁTICAS

GRUPO: A FECHA: 19/6/2013 ALUMNO: \_\_\_\_\_

1. a) Reduce a una sola potencia

$$\left(2^3 \cdot \frac{1}{2^4}\right)^3 = (2^3 \cdot 2^{-4})^3 = (2^{-1})^3 = 2^{-3}$$

b) Escribe como una fracción el número racional  $3,4\overline{56} = \frac{3456 - 34}{990} = \frac{3422}{990}$

2. Se sabe que un producto se abarata un 5% cada año. Si este año costaba 2 €, calcula cuánto costará al cabo de dos años

*Abatarse un 5% es quedarse en el 95%*  
 $0,95^2 \cdot 2 = 1,805 \text{ €}$  costará al cabo de dos años

3. Considera una progresión aritmética tal que  $a_2 = 0$  y  $a_4 = 2$ . Calcula la diferencia, el primer término, el término general, el término  $a_{20}$  y la suma de los veinte primeros  $S_{20}$ .

$$d = \frac{a_4 - a_2}{2} = \frac{2 - 0}{2} = 1; a_1 = a_2 - d = 0 - 1 = -1$$
$$a_n = -1 + (n-1) \cdot 1 = n - 2, a_{20} = 20 - 2 = 18;$$
$$S_{20} = \frac{(-1 + 18) \cdot 20}{2} = 170$$

4. Traduce al lenguaje algebraico las expresiones:

a) La mitad del cuadrado de un número  $\frac{x^2}{2}$

b) El cuadrado de la mitad de un número  $\left(\frac{x}{2}\right)^2$

c) La raíz cuadrada del producto de dos números  $\sqrt{xy}$

d) El producto de las raíces cuadradas de dos números  $\sqrt{x} \sqrt{y}$

5. Dados el polinomio  $P = x^2 + x + 1$  y el polinomio  $Q = 2x - 1$ , calcula

a)  $P + Q = x^2 + x + 1 + 2x - 1 = x^2 + 3x$

b)  $P - Q = x^2 + x + 1 - (2x - 1) = x^2 + x + 1 - 2x + 1 = x^2 - x + 2$

c)  $P \cdot Q = (x^2 + x + 1)(2x - 1) = 2x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - x - 1 = 2x^3 + x^2 + x - 1$

6. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado

$$x^2 + 3(x-2) = 2x(x+3) - 4 ; x^2 + 3x - 6 = 2x^2 + 6x - 4$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 ; x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$= \frac{-3 \pm 1}{2} \quad \begin{matrix} \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{matrix}$$

7. Un padre tiene 39 años y su hijo 14 años. Calcula cuántos años tienen que pasar para que la edad del padre sea doble que la del hijo

*x = años que tienen que pasar*

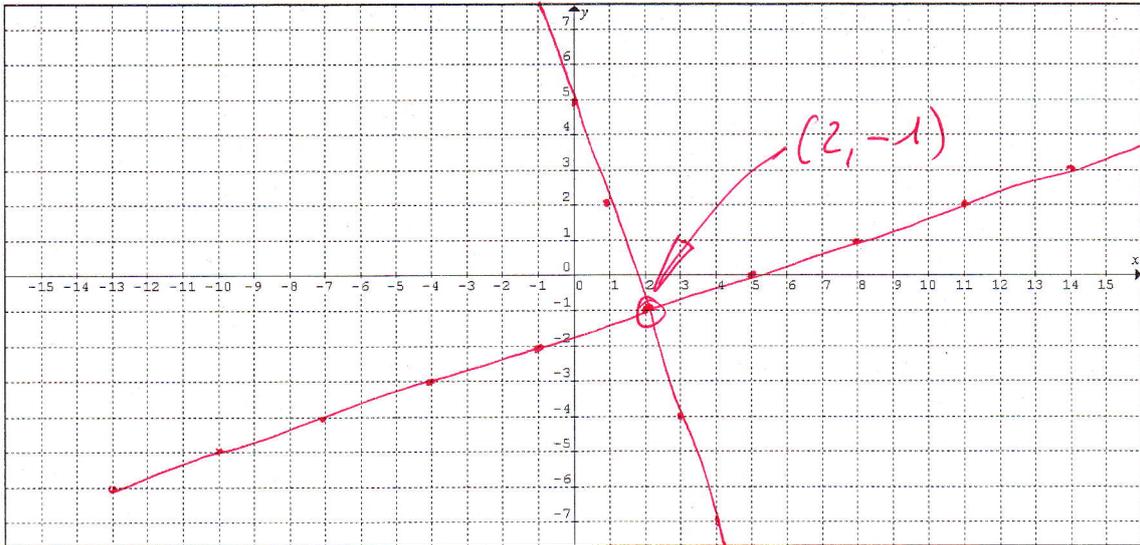
$$39 + x = 2(14 + x) ; 39 + x = 28 + 2x ;$$

$$39 - 28 = 2x - x ; 11 = x . \text{ Tienen que pasar once años (Tendrán 50 años y 25 años)}$$

8. Resuelve el sistema

$$\begin{cases} \text{(Por -3)} -3x + 9y = -15 \\ \text{(Por 1)} 3x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{(Por 1)} x - 3y = 5 \\ \text{(Por 3)} 9x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\frac{10y = -10 ; y = -1}{10x = 20 ; x = 2}$$

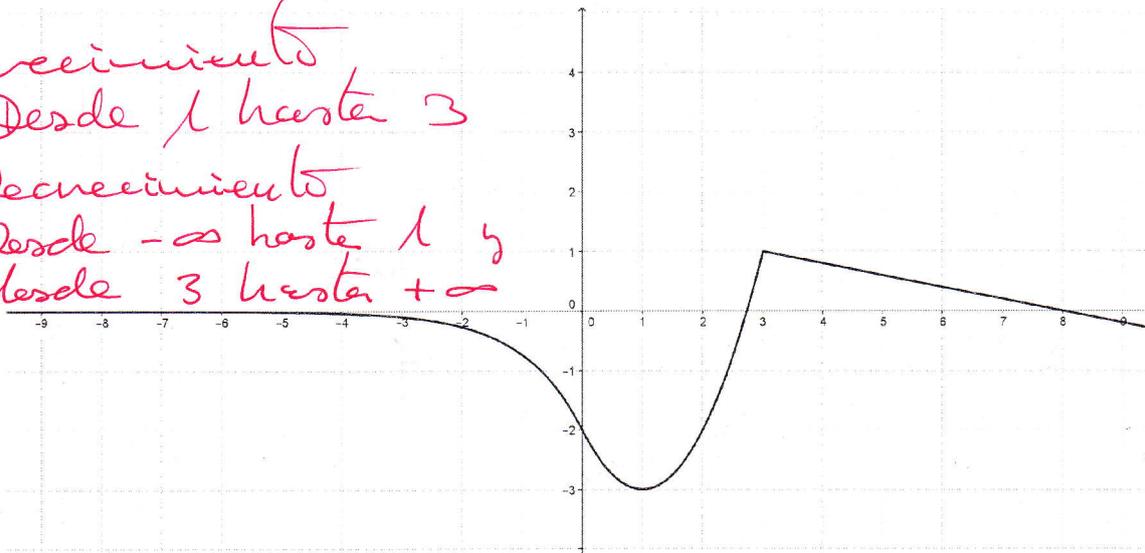


x	y
5	0
8	1
-1	-2

x	y
3	-4
1	2
0	5

9. Considera la función cuya gráfica aparece abajo:

Crecimiento  
Desde 1 hasta 3  
Decrecimiento  
Desde  $-\infty$  hasta 1 y  
desde 3 hasta  $+\infty$



a) Estudio de la monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento)

b) Extremos relativos (máximos y mínimos relativos)

c) Continuidad

d) Tendencia

- cuando  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow 0$

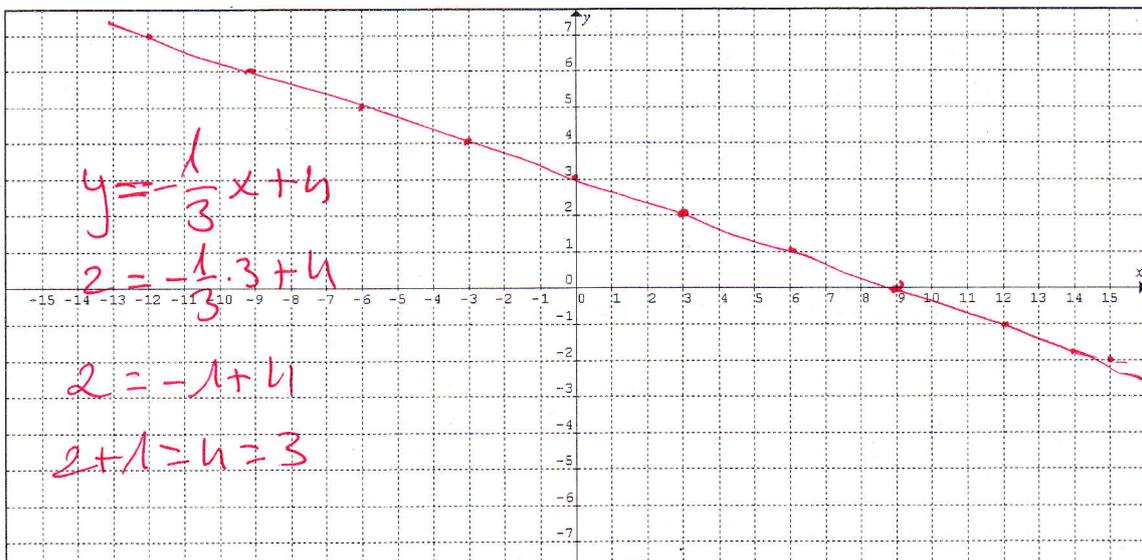
- cuando  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow -\infty$

Máximo (3, 1)

Mínimo (1, -3)

Continua

10. Halla la ecuación de la función cuya gráfica es una recta que pasa por el punto  $P(3, 2)$  y tiene pendiente  $m = -\frac{1}{3}$ . Representála



$$y = -\frac{1}{3}x + 4$$

$$2 = -\frac{1}{3} \cdot 3 + 4$$

$$2 = -1 + 4$$

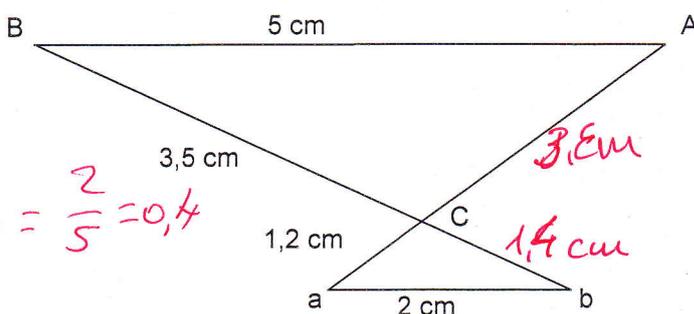
$$2 + 1 = 4 = 3$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$

11. Sabiendo que los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{ab}$  son paralelos, razona si son triángulos semejantes, y calcula la razón de semejanza y la longitud de los lados  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$

Son semejantes porque tienen los ángulos iguales

razón semejanza =  $\frac{2}{5} = 0,4$



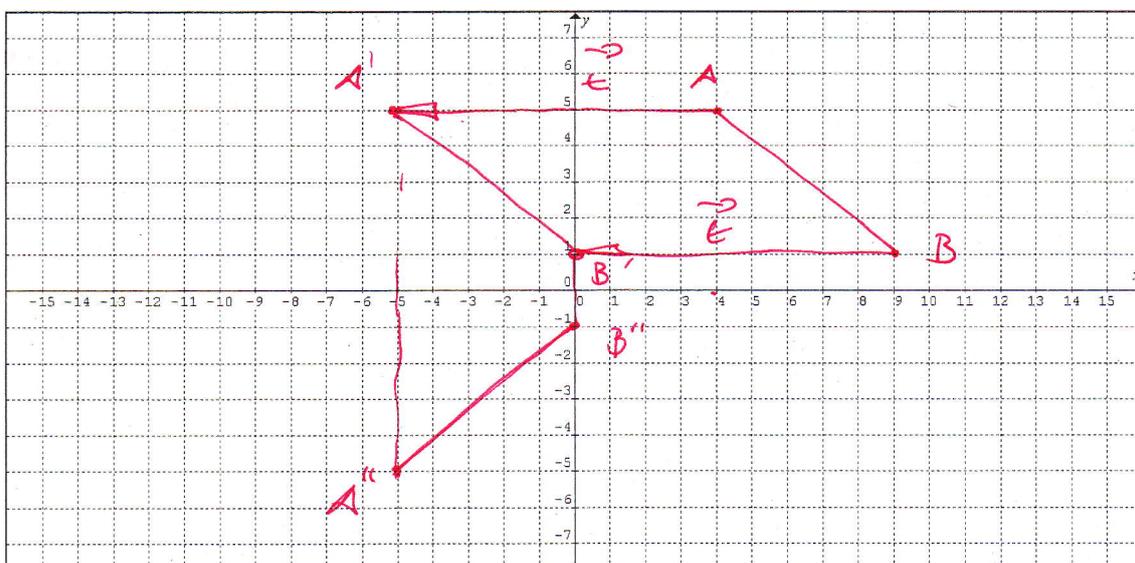
$$\frac{2}{5} = \frac{BC}{3.5}; BC = \frac{2 \cdot 3.5}{5}$$

$$BC = 1.4 \text{ cm}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1.2}{AC}; AC = \frac{5 \cdot 1.2}{2}$$

$$AC = 3 \text{ cm}$$

12. Halla las coordenadas de los extremos del segmento de extremos  $A(4,5)$  y  $B(9,1)$  resultante de aplicarle la traslación de vector  $\vec{i} = (-9,0)$  y a continuación la simetría de eje  $y=0$ . Representa en los ejes.



$$A(4,5) \xrightarrow{\vec{t}} A'(-5,5) \xrightarrow{S_{y=0}} A''(-5,-5)$$

$$B(9,1) \xrightarrow{\vec{t}} B'(0,1) \xrightarrow{S_{y=0}} B''(0,-1)$$

13. Considera una prisma recto de base un triángulo rectángulo

a) Cuenta las aristas, vértices y caras, y comprueba que verifica la fórmula de Euler

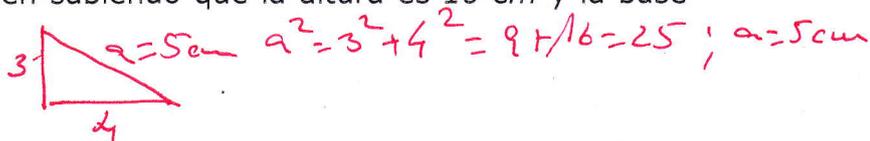
caras = 5, vértices = 6, aristas = 9

$$C + V = 9 + 2; 5 + 6 = 9 + 2 \quad \checkmark$$

b) Calcula su área y su volumen sabiendo que la altura es 10 cm y la base tiene de catetos 4 cm y 3 cm

área base =  $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$

volumen =  $6 \cdot 10 = 60 \text{ cm}^3$

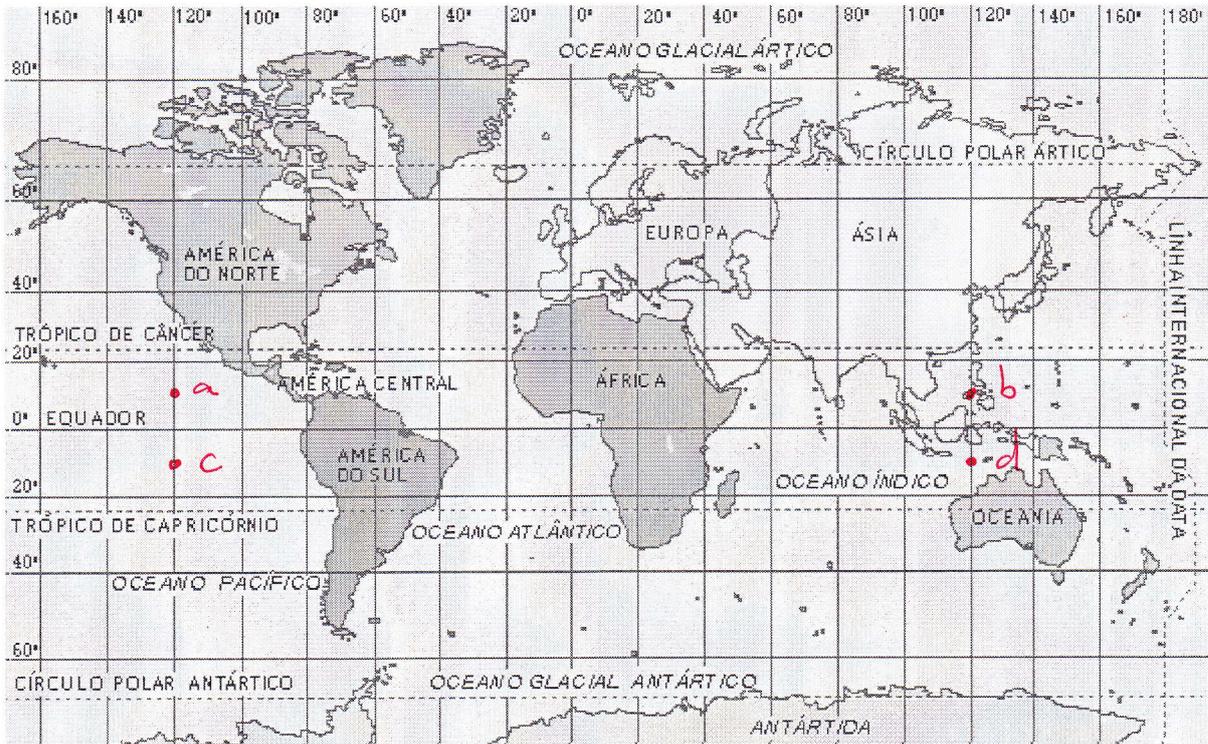


área total =  $2 \cdot 6 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 12 + 30 + 40 + 50 = 132 \text{ cm}^2$

14. Marca en el mapa de abajo los puntos de coordenadas

- a) 10°N 120°W  
c) 10°S 120°W

- b) Antípodas de 10°S longitud 60°W  
d) latitud -10° longitud +120°



15. Los resultados de una encuesta sobre el número de calzado en una clase de 3º de E.S.O. son

Nºzapato	37	38	39	40	41	42
Frec.Abs.	2	4	7	4	2	1

a) Medidas de centralización: media, mediana y moda;

$$\bar{X} = \frac{2 \cdot 37 + 4 \cdot 38 + 7 \cdot 39 + 4 \cdot 40 + 2 \cdot 41 + 1 \cdot 42}{20} = 39,15$$

$$\text{Mediana} = \frac{39 + 39}{2} = 39, \text{ Moda} = 39$$

b) Medidas de dispersión: recorrido, varianza y desviación típica

$$\text{Recorrido} = 42 - 37 = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{2 \cdot 37^2 + 4 \cdot 38^2 + 7 \cdot 39^2 + 4 \cdot 40^2 + 2 \cdot 41^2 + 1 \cdot 42^2}{20} - 39,15^2 = 1,6275$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \approx 1,28$$