

EXAMEN FINAL DE 3º DE E.S.O MATEMÁTICAS

GRUPO: A4B FECHA: 16/17/6/2015 ALUMNO: _____

1. a) Opera y deja el resultado como una sola potencia $\frac{3^4 \cdot (3^{-2})^3}{3^{-2}} = \frac{3^4 \cdot 3^{-6}}{3^{-2}} = \frac{3^{-2}}{3^{-2}} = 3^0$

b) Escribe la expresión decimal correspondiente a la fracción $\frac{5}{7} = 0,714285$

c) Escribe una fracción equivalente a la expresión decimal $5,4\overline{32} = \frac{5432-54}{990} = \frac{5378}{990}$

2. Un niño de cinco años mide un metro, y crece cada año un cinco por ciento de su altura. Calcula cuánto medirá con diez años

Es una progresión geométrica de razón 1,05, porque aumentan un 5% es hacer el 105%
1m = 100cm; $100 \cdot 1,05^5 \approx 127,63$ cm cuando tenga 10 años

3. Considera una progresión aritmética en la que $a_1 = 0$ y $a_5 = -2$, calcula:

a) La diferencia d $a_5 = a_1 + 4d; -2 = 0 + 4d; \frac{-2}{4} = d; d = -\frac{1}{2} = -0,5$

b) El término general a_n $a_n = a_1 + (n-1)d; a_n = 0 + (n-1)(-\frac{1}{2}); a_n = \frac{1-n}{2}$

c) El trigésimo término a_{30} $a_{30} = \frac{1-30}{2}; a_{30} = \frac{-29}{2} = -14,5$

d) La suma de los treinta primeros términos S_{30}
 $S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2}; S_{30} = \frac{(0 + (-14,5)) \cdot 30}{2} = -14,5 \cdot 15 = -217,5$

4. Traduce al lenguaje algebraico las expresiones

a) El doble de la suma de dos números $2(x+y)$

b) La suma los cubos de dos números $x^3 + y^3$

c) El cubo de la suma de dos números $(x+y)^3$

d) El siguiente de un número dividido por el anterior del mismo número $\frac{x+1}{x-1}$

5. Sean el polinomio $P(x) = -x^2 + 3x - 1$ y el polinomio $Q(x) = x^2 - 1$. Calcula y simplifica

a) $P(x) + Q(x) = -x^2 + 3x - 1 + x^2 - 1 = 3x - 2$

b) $Q(x) - P(x) = x^2 - 1 - (-x^2 + 3x - 1) = x^2 - 1 + x^2 - 3x + 1 = 2x^2 - 3x$

c) $P(x) - Q(x) = -x^2 + 3x - 1 - (x^2 - 1) = -x^2 + 3x - 1 - x^2 + 1 = -2x^2 + 3x$

d) $P(x) \cdot Q(x) = (-x^2 + 3x - 1)(x^2 - 1) = -x^4 + 3x^3 - x^2 + x^2 - 3x + 1 = -x^4 + 3x^3 - 3x + 1$

$$(x+1)(x-2)+5x=40-5x^2$$

$$x^2+x-2x-2+5x-40+5x^2=0$$

$$6x^2+4x-42=0; 3x^2+2x-21=0$$

$$\frac{-2 \pm 16}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{-2-16}{6} = \frac{-18}{6} = -3$$

6. Resuelve la siguiente ecuación $\frac{(x+1)(x-2)}{5} + x = 8 - x^2$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-21)}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+252}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{256}}{6} = \frac{-2 \pm 16}{6}$$

$x = \text{aciertos}$
 $y = \text{fallos}$

7. En un examen de tipo test con veinte preguntas, cada acierto cuenta con tres puntos, y cada fallo descuenta un punto. Un alumno que contesta a todas las preguntas y obtiene treinta y dos puntos, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos tuvo?

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 3x-y=32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x=52 \\ x=13 \end{cases}; \begin{cases} 13+y=20 \\ y=7 \end{cases}$$

Tuvo 13 aciertos y 7 fallos

8. Resuelve el sistema

$$\begin{cases} x+2y=7 \\ 2x-y=-6 \end{cases}$$

(Por 1) $x+2y=7$

(Por 2) $4x-2y=-12$

$$5x = -5; x = -\frac{5}{5}; x = -1$$

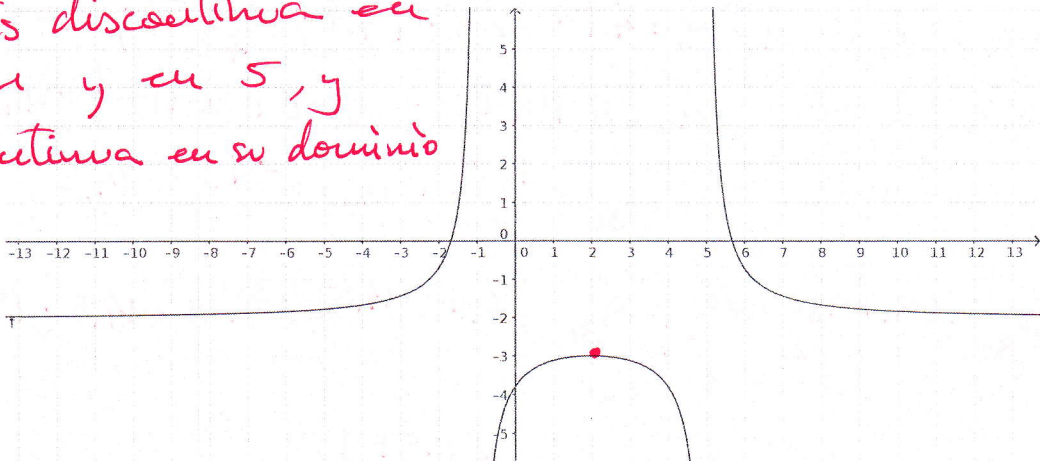
(Por 2) $-2x-4y=-14$

(Por 1) $2x-y=-6$

$$\begin{cases} -5y = -20 \\ y = \frac{-20}{-5}; y = 4 \end{cases}$$

9. La gráfica de abajo corresponde a la función $y = \frac{(2-x)^2}{x^2-4x-5} - 3$. Contesta

- a) Dominio de definición: Todos los reales excepto -1 y 5
- b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento (monotonía): Crecimiento $(-\infty, -1) \cup (-1, 2)$; Decrecimiento $(2, 5) \cup (5, \infty)$
- c) Máximos y mínimos relativos (extremos): Máximo relativo $(2, -3)$
- d) Continuidad: Es discontinua en -1 y en 5, y continua en su dominio

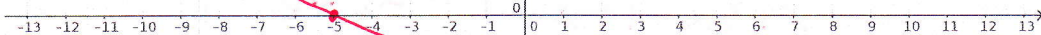


10. Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es una recta que pasa por el punto $(5, -4)$ y tiene por pendiente $m = -\frac{2}{5}$. Representala

$$y = -\frac{2}{5}x + n$$

$$-4 = -\frac{2}{5} \cdot 5 + n$$

$$-4 = -2 + n$$



$$y = -\frac{2}{5}x - 2$$

Ecuación de la recta

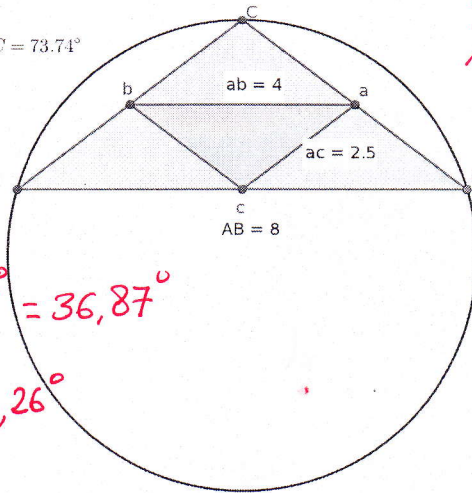
$$-4 + 2 = n$$

$$n = -2$$

11. Sabiendo que los triángulos son isósceles y sus lados son paralelos, di por qué son semejantes los triángulos ABC y abc , y halla su razón de semejanza, sus perímetros y sus ángulos

Medida angular del arco $AC = 73.74^\circ$

El ángulo \hat{B} es inscrito que abarca un arco de 73.74°
 luego $\hat{B} = \hat{A} = \hat{a} = \hat{b} = \frac{73.74^\circ}{2} = 36.87^\circ$
 $\hat{C} = \hat{c} = 180^\circ - 73.74^\circ = 106.26^\circ$



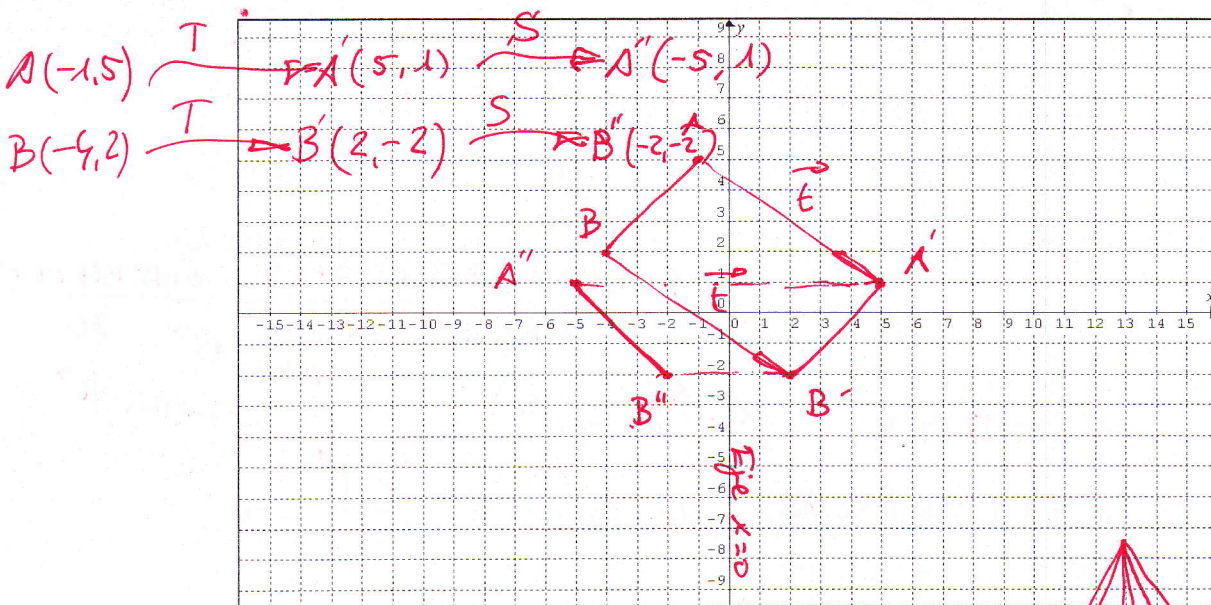
Son semejantes porque tienen sus ángulos iguales

$$n = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0.5$$

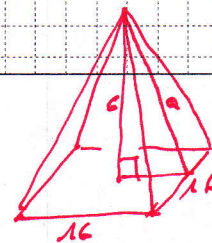
perímetro $\triangle abc = 2.5 + 2.5 + 4 = 9$

perímetro $\triangle ABC = 9 \cdot 2 = 18$

12. Halla las coordenadas de los extremos del segmento de extremos $A(-1,5)$ y $B(-4,2)$ resultante de aplicarle la traslación de vector $\vec{i} = (6, -4)$ y a continuación la simetría de eje $x=0$. Representa en los ejes.



13. Considera una pirámide recta de base cuadrada



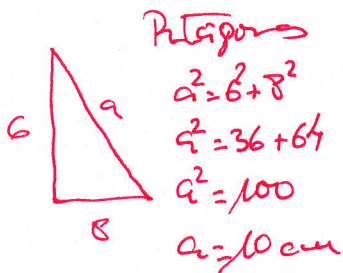
a) Cuenta las aristas, vértices y caras, y comprueba que verifica la fórmula de Euler $aristas = 8$; $vértices = 5$ $5 + 5 = 8 + 2$

caras = 5 Euler $C + V = a + 2$ Sí

b) Calcula su área y su volumen sabiendo que la altura es 6 cm y la base tiene de lado 16 cm

$$\text{área} = 16^2 + 4 \cdot \frac{16 \cdot 10}{2} = 256 + 320 = 576 \text{ cm}^2$$

$$\text{volumen} = \frac{1}{3} 16^2 \cdot 6 = 512 \text{ cm}^3$$



14. Marca en el mapa de abajo los puntos de coordenadas

a) 60°S 20°E

b) latitud -40° longitud -120°

c) 40°S 150°E

d) Antípodas de 40°S 150°E , 40°N 30°W



15. Los resultados de una encuesta sobre el número de viviendas en propiedad son

Viviendas	0	1	2	3	4
Frec.Abs.	4	15	8	2	1

4 19 27 29 30

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{4 + 15 + 8 + 2 + 1} = \frac{0 + 15 + 16 + 6 + 4}{30}$$

$$\bar{x} = \frac{41}{30} = 1,36$$

a) Medidas de centralización: media, mediana y moda;

Moda = 1 (15 de frec. Abs.) Mediana = $\frac{1 + 1}{2} = 1$

b) Medidas de dispersión: recorrido, varianza y desviación típica

Recorrido = 4 - 0 = 4

$$\sigma^2 = \frac{4 \cdot 0^2 + 15 \cdot 1^2 + 8 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 4^2}{30} - 1,36^2 = \frac{0 + 15 + 32 + 18 + 16}{30} - 1,867$$

$$\sigma^2 = \frac{81}{30} - 1,867 = 2,7 - 1,867 = 0,832$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0,832} = 0,91$$