

EXAMEN FINAL DE 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS

GRUPO: _____ **FECHA:** 15/6/2012 **ALUMNO:** _____

1. Escribe como una sola potencia la expresión

$$\frac{x^3 \sqrt{x^3 \sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{x^3 (x^3 x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^3 (x^{\frac{10}{3}})^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^3 x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{x^{\frac{14}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{\frac{12}{3}} = x^4$$

2. Divide el polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 - 1$ entre el polinomio $Q(x) = x + 1$ y comprueba el resto utilizando el teorema del resto.

$\begin{array}{r rrrr} 1 & -2 & 0 & -1 \\ -1 & & -1 & 3 & -3 \\ \hline & 1 & -3 & 3 & -4 \end{array}$	<p>Th del resto</p> $P(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - 1 = -1 - 2 - 1 = -4$
$C(x) = x^2 - 3x + 3$	
$R(x) = -4$	

3. Factoriza el polinomio $x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x$

$$x^4 - x^3 - 5x^2 - 3x = x(x^3 - x^2 - 5x - 3) = x(x+1)^2(x-3)$$

$\begin{array}{r rrrr} 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \\ -1 & & -1 & 3 & \\ \hline & 1 & -3 & 0 & \\ 3 & & 3 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$	
--	--

4. Resuelve la ecuación

$$4x^4 + 3x^2 = 1$$

$$4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$$

$a=4$
 $b=3$
 $c=-1$

$$x^2 = t \Rightarrow 4t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{8} = \frac{-3 \pm 5}{8}$$

$$t = \frac{-3 + 5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; \quad x^2 = t = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{-3 - 5}{8} = \frac{-8}{8} = -1; \quad x^2 = t = -1; \quad \text{No hay solución}$$

Hay dos soluciones $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$

5. Resuelve el sistema

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ \frac{2}{x+1} - 4 = y \end{cases}$$

$$x - 2\left(\frac{2}{x+1} - 4\right) = 7; \quad x - \frac{4}{x+1} + 8 = 7; \quad 8 - 7 = \frac{4}{x+1} - x$$

$$1 = \frac{4 - x(x+1)}{x+1}; \quad x+1 = \frac{4 - x^2 - x}{x+1}; \quad x^2 + 2x - 3 = 0$$

$a=1$
 $b=2$
 $c=-3$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{-2+4}{2} = 1 \\ \frac{-2-4}{2} = -3 \end{cases}$$

Soluciones $x=1, y=-3$
 $x=-3, y=-5$

si $x=1$, $1 - 2y = 7 \Rightarrow 1 - 7 = 2y \Rightarrow -6 = 2y \Rightarrow y = -3$
 si $x=-3$, $\frac{2}{-3+1} - 4 = y \Rightarrow -1 - 4 = y \Rightarrow y = -5$

6. La gráfica de abajo corresponde a la función $y = \frac{2x^2}{x^2 - 9}$. Contesta a los siguientes

apartados:

a) Dominio de definición

$x^2 - 9 = 0 ; x^2 = 9 ; x = 3 \text{ ó } x = -3$
 $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-3, 3\} = (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty)$

b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento (monotonía)

Creciente $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$
 Decreciente $(0, 3) \cup (3, \infty)$

c) Máximos y mínimos relativos (extremos)

Máximo relativo en $(0, 0)$

d) Continuidad

Es continua en su dominio. Discontinua en -3 y en 3

e) Tendencia

si $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow 2$ por arriba

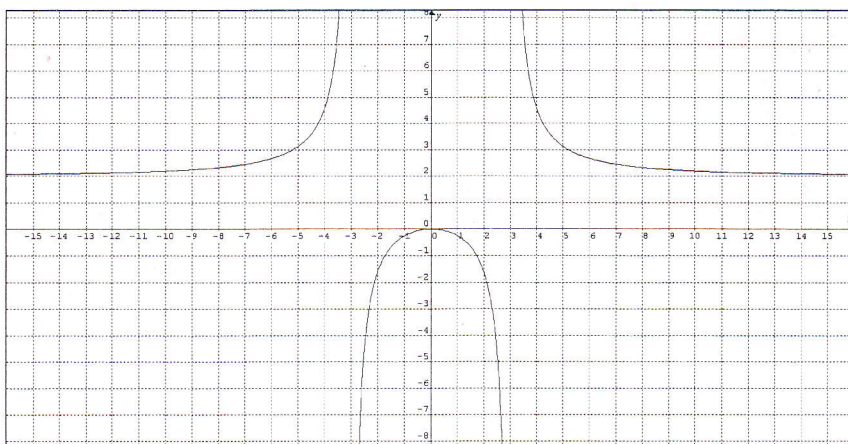
si $x \rightarrow -3$ por la izquierda, $y \rightarrow \infty$

si $x \rightarrow -3$ por la derecha, $y \rightarrow -\infty$

si $x \rightarrow 3$ por la izquierda, $y \rightarrow -\infty$

si $x \rightarrow 3$ por la derecha, $y \rightarrow \infty$

si $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 2$ por arriba

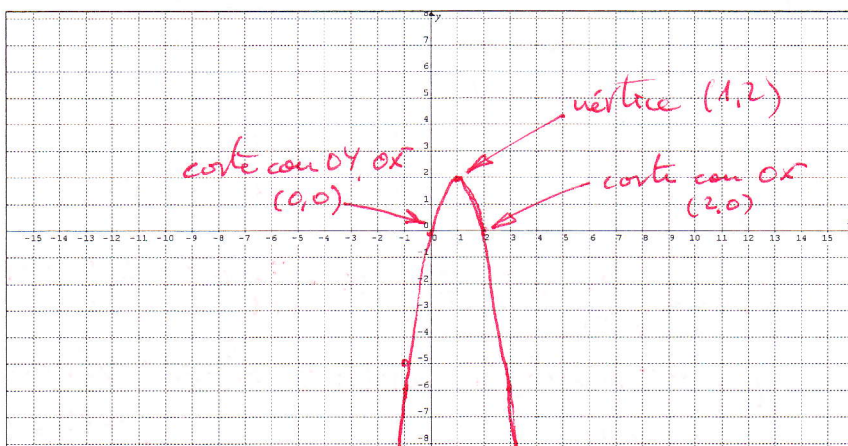


7. Representa la función $y = -2x^2 + 4x$ hallando el vértice de la parábola y los puntos de corte con los ejes

vértice
 $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-2)} = 1$
 $y = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 2$
 $(1, 2)$

corte con OY
 $(0, 0)$

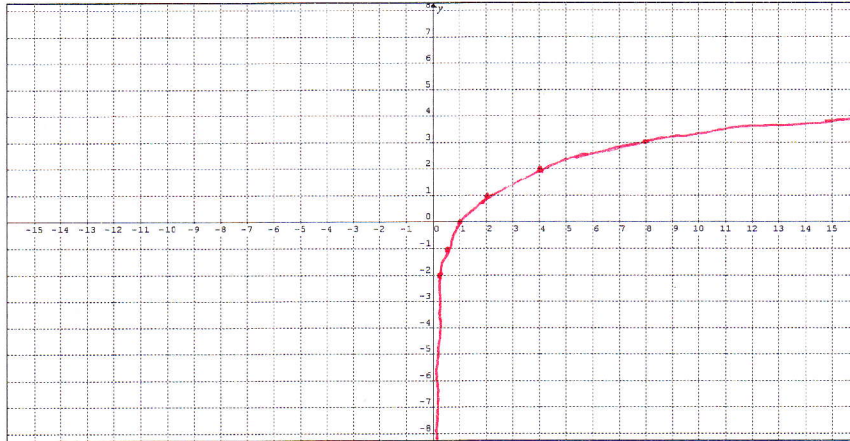
corte con OX
 $(0, 0) \quad (2, 0)$



$-2x^2 + 4x = 0 ; x(-2x + 4) = 0$
 $\begin{cases} x = 0 \\ -2x + 4 = 0 ; 4 = 2x ; x = 2 \end{cases}$

8. Completa la tabla siguiente y representa la función $y = \lg_2 x$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
y	-2	-1	0	1	2	3



9. Observa el triángulo rectángulo $\triangle ABC$, y su altura AD .

a) Calcula el valor de x , y , z .

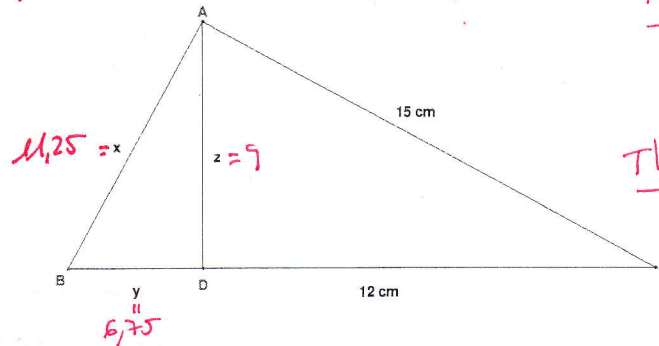
$$\begin{aligned} x &= 11,25 \\ y &= 6,75 \\ z &= 9 \end{aligned}$$

b) Calcula la razón de semejanza de $\triangle DBA$ con $\triangle DAC$ $r = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

c) Calcula el área de $\triangle DBA$ y la de $\triangle DAC$

$$\text{área } \triangle DBA = \frac{6,75 \cdot 9}{2} = \frac{243}{8} = 30,375 \text{ u}^2$$

$$\text{área } \triangle DAC = \frac{\text{área } \triangle DBA}{r^2} = \frac{\frac{243}{8}}{(\frac{3}{4})^2} = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54 \text{ u}^2$$



Platón

$$15^2 = 12^2 + z^2$$

$$225 = 144 + z^2$$

$$225 - 144 = z^2$$

$$81 = z^2$$

$$z = 9$$

Th altura

$$9^2 = y \cdot 12; y = \frac{81}{12} = \frac{27}{4} = 6,75$$

Th cateto

$$x^2 = 6,75 \cdot (6,75 + 12)$$

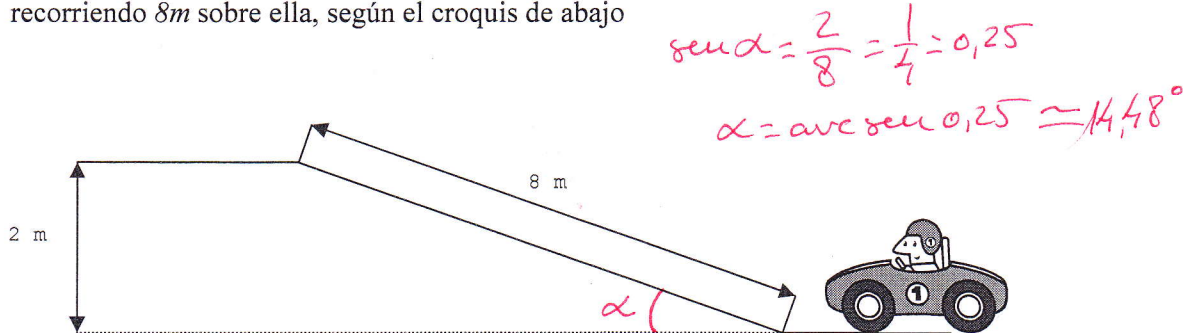
$$x^2 = 6,75 \cdot 18,75 = \frac{2025}{16}$$

$$x = \frac{45}{4} = 11,25$$

10. Completa la siguiente tabla:

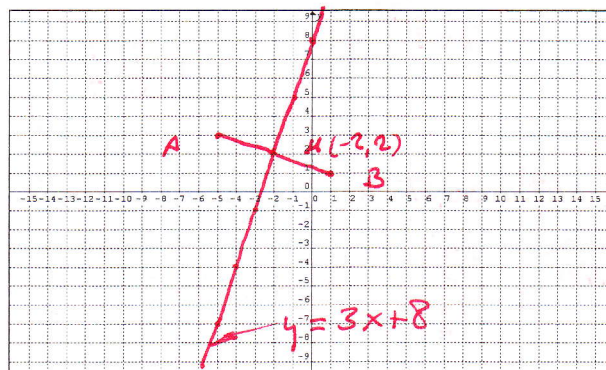
CUADRANTE	II	IV	III	I
ÁNGULO	135°	-390°	228,59°	41,41°
SENO	0,71	-0,5	-0,75	0,66
COSENO	-0,71	0,87	-0,66	0,75
TANGENTE	-1	-0,58	1,13	0,88

11. Calcula el ángulo con la horizontal de una rampa de garaje que salva un desnivel de 2m recorriendo 8m sobre ella, según el croquis de abajo



12. Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(-5,3) y B(1,1)

Punto medio
 $M\left(\frac{-5+1}{2}, \frac{3+1}{2}\right)$
 $M(-2, 2)$



pendiente AB: $m_{AB} = \frac{-2}{+6} = -\frac{1}{3}$
 pendiente \perp AB: $m_{\perp} = 3$
 $y = 3x + n$
 $2 = 3(-2) + n$
 $2 = -6 + n$
 $2 + 6 = n = 8$
 $y = 3x + 8$ Ec. mediatriz

13. Los resultados de una encuesta sobre la masa propia en kilogramos en una clase de 4° de E.S.O. son

Masa	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90]
Frec.Ab	2	7	12	6	3

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 45 + 7 \cdot 55 + 12 \cdot 65 + 6 \cdot 75 + 3 \cdot 85}{2 + 7 + 12 + 6 + 3} = \frac{1860}{30} = \frac{196}{3} = 65,3 \text{ Kg}$$

- a) Medidas de centralización: media, mediana y moda;
 b) Recorrido e histograma

clase mediana [60,70)
 clase modal [60,70)

Recorrido = 90 - 40 = 50 Kg

14. Halla la probabilidad de sacar dos cartas de bastos al extraer dos cartas juntas de una baraja española de cuarenta cartas

$$P(\text{dos bastos}) = \frac{\text{favorables}}{\text{posibles}} = \frac{C_{10,2}}{C_{40,2}} = \frac{\frac{10 \cdot 9}{2}}{\frac{40 \cdot 39}{2}} = \frac{3}{52}$$

 5,8% aproximadamente

