

**EXAMEN DE RECUPERACIÓN 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS**

**GRUPO: B FECHA: 18/6/2014 ALUMNO:**

1. a) Escribe como potencia única  $\frac{a^{-2}\sqrt[3]{a^2}}{(a^2)^3} = \frac{a^{-2}a^{\frac{2}{3}}}{a^6} = \frac{a^{-\frac{4}{3}}}{a^6} = a^{-\frac{22}{3}}$

b) Racionaliza  $\frac{10}{4-\sqrt{6}} = \frac{10(4+\sqrt{6})}{(4-\sqrt{6})(4+\sqrt{6})} = \frac{10(4+\sqrt{6})}{4^2-\sqrt{6}^2} = \frac{10(4+\sqrt{6})}{16-6} = \frac{10(4+\sqrt{6})}{10} = 4+\sqrt{6}$

2. Divide el polinomio  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2$  entre el polinomio  $Q(x) = x+1$  y comprueba el resto utilizando el teorema del resto

$C(x) = 2x^2 - 3x + 3$

$R(x) = -5$

Teorema del resto

$P(-1) = 2(-1)^3 - (-1)^2 - 2 = -2 - 1 - 2 = -5$

coincide

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & & -2 & 3 & -3 \\ \hline & 2 & -3 & 3 & \boxed{-5} \end{array}$$

3. Factoriza el polinomio  $-x^3 + x^2 + 5x + 3 = (x+1)^2(x-3)(-1)$

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + x^2 + 5x + 3 & x+1 \\ -x^2 + 2x + 3 & x+1 \\ \hline -x + 3 & x-3 \\ -x & -1 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 1 & 5 & 3 \\ -1 & & 1 & -2 & -3 \\ \hline & -1 & 2 & 3 & \boxed{0} \\ -1 & & 1 & -3 & \\ \hline & -1 & 3 & \boxed{0} \\ 3 & & -3 & \\ \hline & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

4. Realiza la siguiente operación entre fracciones algebraicas

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+x-x^2+x}{x^2-1} = \frac{2x}{x^2-1}$$

5. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones

a)  $y = \sqrt{1-3x}$   
 $1-3x \geq 0$   
 $1 \geq 3x$   
 $\frac{1}{3} \geq x$   
 Dom =  $(-\infty, \frac{1}{3}]$

b)  $y = \frac{1}{x^4 - 9x^2}$   
 $x^4 - 9x^2 = 0$   
 $x^2(x^2 - 9) = 0$   
 $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$   
 $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3, x = -3$

Dom =  $\mathbb{R} - \{-3, 0, 3\} = (-\infty, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 3) \cup (3, \infty)$

6. Resuelve analítica y gráficamente el sistema

$$\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 2 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x^2 - 2x + 2 = -x - 2 \\ -x^2 - x + 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = 4 \end{cases}$$

vértice

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2(-1)} = -1$$

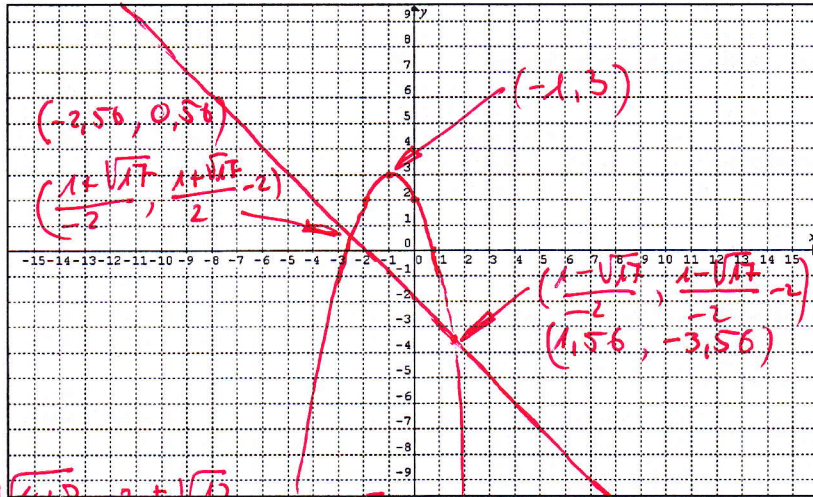
$$-(-1)^2 - 2(-1) + 2 =$$

$$= -1 + 2 + 2 = 3$$

Corte OX  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = 2 \end{cases}$

$$-x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{-2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{-2} = -1 \pm \sqrt{3}$$



$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(-1) \cdot 4}}{2(-1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 16}}{-2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{-2}$$

$$y = -\frac{1 + \sqrt{17}}{-2} - 2$$

$$y = -\frac{1 - \sqrt{17}}{-2} - 2$$

7. En los años de la burbuja inmobiliaria, había pisos que incrementaban su precio un 20% anual. Calcula cuánto valdría en 2014 un piso que en 2000 costaba cien mil euros. ¿ En qué año llegaría a costar un millón de euros?

$$2000 \cdot 1,2^{14} \approx 1283,92 \text{ miles de euros}$$

$$100 \cdot 1,2^x = 1000; 1,2^x = \frac{1000}{100}; 1,2^x = 10; x = \lg_{1,2} 10 = \frac{\lg 10}{\lg 1,2} = \frac{1}{\lg 1,2}$$

8. Calcula la longitud de los segmentos AD, DC y BC en la figura

$$x \approx 12,63 \text{ años}$$

Teorema altura

$$12^2 = 5 \cdot BC$$

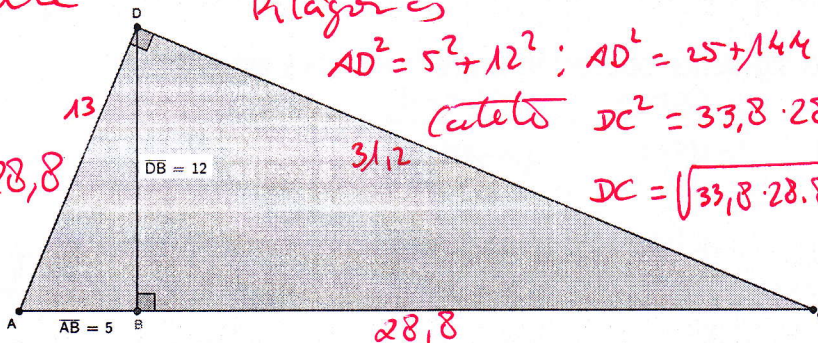
$$\frac{144}{5} = BC; BC = 28,8$$

Pitágoras

$$AD^2 = 5^2 + 12^2; AD^2 = 25 + 144; AD^2 = 169; AD = 13$$

cateto  $DC^2 = 33,8 \cdot 28,8;$

$$DC = \sqrt{33,8 \cdot 28,8} = 31,2$$



9. Completa la siguiente tabla:

| cuadrante | IV                              | III          | II          | I          |
|-----------|---------------------------------|--------------|-------------|------------|
| ángulo    | $-71,57^\circ$ ó $288,43^\circ$ | $-160^\circ$ | $150^\circ$ | $60^\circ$ |
| seno      | $-0,95$                         | $-0,34$      | $0,5$       | $0,87$     |
| coseno    | $0,32$                          | $-0,94$      | $-0,87$     | $0,5$      |
| tangente  | $-3$                            | $0,36$       | $-0,58$     | $1,73$     |

10. Calcula el ángulo que forman los rayos de sol con el suelo cuando un árbol de 20 m de altura proyecta una sombra de 60 m en el suelo

$$\tan \alpha = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}; \alpha = \arctan \frac{1}{3} \approx 18,43^\circ$$

es el ángulo



11. Halla la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(-6,2) y B(4,-2). Representa el segmento y su mediatriz

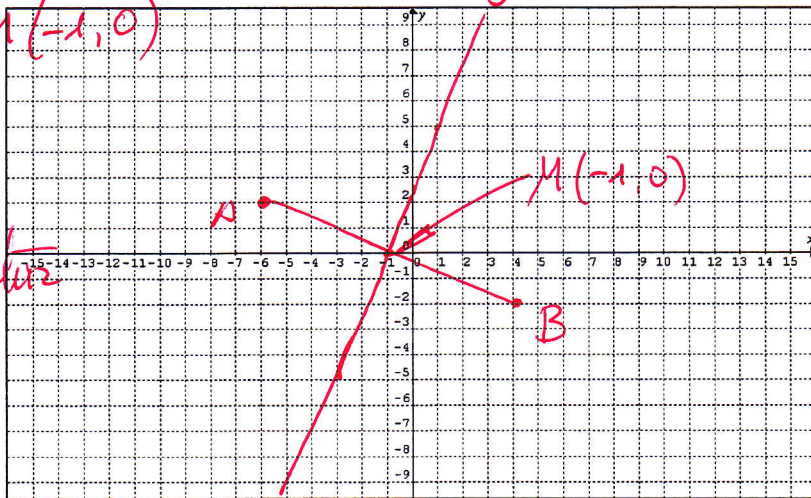
$$M\left(\frac{-6+4}{2}, \frac{2+(-2)}{2}\right) = M(-1, 0)$$

Pendiente AB

$$m_{AB} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5}$$

Pendiente mediatriz

$$m_{\perp AB} = \frac{5}{2}$$



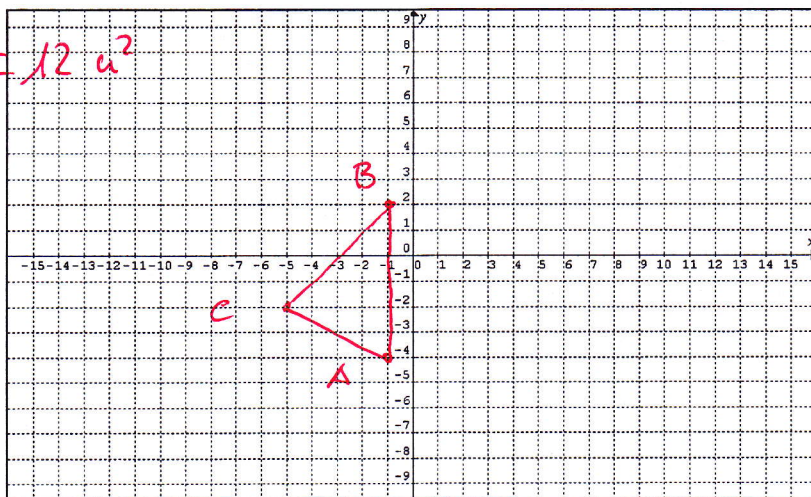
$$y = \frac{5}{2}x + n$$

$$0 = \frac{5}{2}(-1) + n$$

$$\frac{5}{2} = n$$

12. Halla el perímetro y el área del triángulo de vértices A(-1,-4) B(-1,2) C(-5,-2). Dibuja el triángulo

$$\text{área} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ u}^2$$



$$AD = 6$$

$$BC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$$

$$BC = \sqrt{32}$$

$$AC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$$

$$AC = \sqrt{20}$$

$$\text{perímetro} = 6 + \sqrt{32} + \sqrt{20}$$

$$\text{perímetro} \approx 16,13 \text{ u}$$

13. Los resultados de una encuesta sobre el número de libros leídos en el último mes son

| Nº libros  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| Frec. Abs. | 6 | 5 | 3 | 3 | 2 | 1 |

a) Medidas de centralización: media, mediana y moda;

$$\text{Mediana} = \frac{1+1}{2} = 1 \text{ (posición } 10^{\text{és}} \text{ y } 11^{\text{és}})$$

$$\text{Moda} = 0$$

b) Medidas de dispersión: varianza, desviación típica y coeficiente de variación

$$s^2 = \frac{6 \cdot 0^2 + 5 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 3^2 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 5^2}{20} - 1,65^2 = 5,05 - 2,7225 = 2,3275; \sigma = \sqrt{2,3275} \approx 1,53$$

14. Calcula cuántos números hay de seis cifras, con las seis cifras impares

$$UR_{5,6} = 5^6 = 15625 \text{ números de 6 cifras con las seis impares}$$

15. Halla la probabilidad de sacar dos ases en una sola extracción de una baraja española

$$P(\text{dos ases}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{E_{4,2}}{C_{40,2}} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{40}{2}} = \frac{4 \cdot 3}{40 \cdot 39 / 2} = \frac{1}{130}$$

$$P(\text{dos ases}) = P(\text{as}) \cdot P(\text{as}|\text{as}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$$

$$\text{coef. var} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2,3275}}{1,65}$$

$$\approx 0,97$$

$$92\%$$

deptos