

## EXAMEN FINAL DE 3º DE E.S.O MATEMÁTICAS

GRUPO: \_\_\_\_\_ FECHA: 20/6/2012 ALUMNO: \_\_\_\_\_

1. Opera y deja el resultado como una sola potencia:

$$a) \frac{5^2 \cdot (5^2)^{-3}}{5^{-5}} = \frac{5^2 \cdot 5^{-6}}{5^{-5}} = \frac{5^{-4}}{5^{-5}} = 5$$

$$b) \frac{2^3 \cdot 4^{-2}}{\frac{1}{8}} = \frac{2^3 \cdot (2^2)^{-2}}{\frac{1}{2^3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-4}}{2^{-3}} = 2^2$$

2. Una piscina tiene inicialmente  $100 \text{ m}^3$  en verano. Supongamos que cada día pierde el 1% de su agua por la evaporación. Calcula cuánta agua tendrá al cabo de dos días. ¿Y al cabo de diez días? ¿Se llegará a vaciar? Razona tu respuesta

$$r = 0,99 \quad d_2 = 100 \cdot 0,99^2 = 98,01 \text{ m}^3$$

$$d_{10} = 100 \cdot 0,99^{10} = 90,4382 \text{ m}^3 \text{ No se llegará a vaciar, pero quedará poca agua como se quiera}$$

3. Considera una progresión aritmética en la que  $a_2 = -1$  y  $a_4 = 1$ , calcula:

$$a) \text{ La diferencia } d \quad d = \frac{a_4 - a_2}{4 - 2} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1; \quad a_1 = a_2 - d = -1 - 1 = -2$$

$$b) \text{ El término general } a_n \quad a_n = -2 + (n-1) \cdot 1 = n - 3$$

$$c) \text{ El trigésimo término } a_{30} \quad a_{30} = 30 - 3 = 27$$

$$d) \text{ La suma de los treinta primeros términos } S_{30} \quad S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = \frac{(-2 + 27) \cdot 30}{2} = 375$$

4. Si le llamamos "x" a un número cualquiera, traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones sobre ese número:

a) La cuarta parte del número;  $\frac{x}{4}$

b) el cuadrado del número;  $x^2$

c) La cuarta parte del cuadrado del número;  $\frac{x^2}{4}$

d) El cuadrado de la cuarta parte del número;  $\left(\frac{x}{4}\right)^2$

5. Con el polinomio  $P(x) = x^2 - x + 3$  y el polinomio  $Q(x) = -x^3 + 2x$  realiza las operaciones indicadas:

$$a) P(x) + Q(x) = x^2 - x + 3 - x^3 + 2x = -x^3 + x^2 + x + 3$$

$$b) P(x) - Q(x) = x^2 - x + 3 - (-x^3 + 2x) = x^2 - x + 3 + x^3 - 2x = x^3 + x^2 - 3x + 3$$

$$c) P(x) \cdot Q(x) = (x^2 - x + 3) \cdot (-x^3 + 2x) = -x^5 + x^4 - 3x^3 + 2x^3 - 2x^2 + 6x = -x^5 + x^4 - x^3 - 2x^2 + 6x$$

$$d) \text{ Valor de } Q(x) \text{ en } x = -2, \text{ que se denota como } Q(-2) = -(-2)^3 + 2(-2) = 8 - 4 = 4$$

6. Resuelve la siguiente ecuación

$$(x-1)^2 - 3x = (2-x)(2+x)$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3x = 4 - x^2$$

$$x^2 + x^2 - 2x - 3x + 1 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$\leftarrow \begin{matrix} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

7. En un examen de tipo test de cincuenta preguntas, cada acierto se valora con dos puntos y cada fallo descuenta un punto y medio. Calcula cuántos aciertos y cuántos fallos tuvo un alumno que, contestando las cincuenta preguntas, obtuvo cincuenta y ocho puntos en total.

$x = \text{aciertos}$   
 $y = \text{fallos}$

$$x + y = 50 \quad (\text{Por } 1.5) \quad 1.5x + 1.5y = 75$$

$$2x - 1.5y = 58 \quad (\text{Por } 1) \quad 2x - 1.5y = 58$$

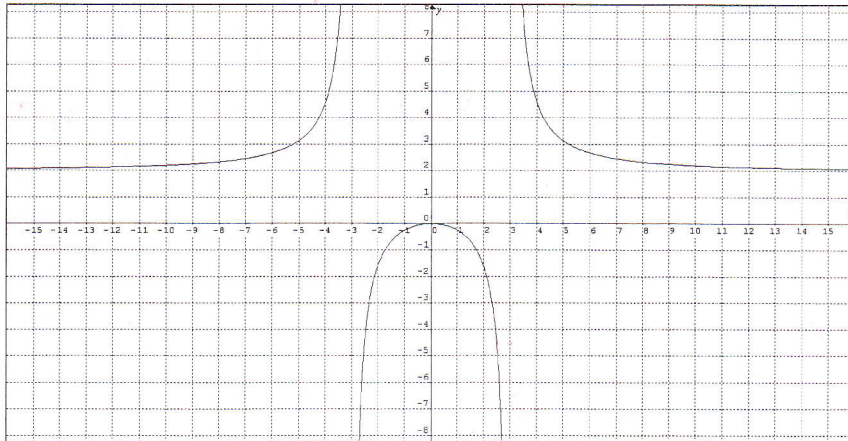
$$3.5x = 133; \quad x = 38$$

$$38 + y = 50; \quad y = 12$$

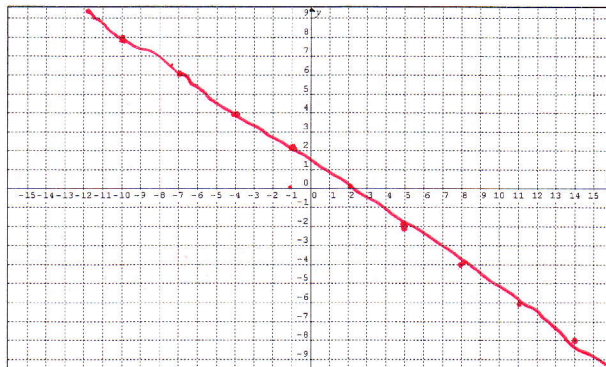
38 aciertos y 12 fallos

8. La gráfica de abajo corresponde a la función  $y = \frac{2x^2}{x^2 - 9}$ . Contesta a los siguientes apartados:

- a) Dominio de definición  $\text{Dom} f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$  Crecer  $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$   
Decrecer  $(0, 3) \cup (3, \infty)$
- b) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento (monotonía)
- c) Máximos y mínimos relativos (extremos) Máximo relativo en  $(0, 0)$
- d) Continuidad Continua en su dominio. Discontinua en  $x = -3$  y en  $x = 3$



9. Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es una recta que pasa por el punto  $(5, -2)$  y tiene por pendiente  $m = -\frac{2}{3}$ . Representala



$$y = -\frac{2}{3}x + 4$$

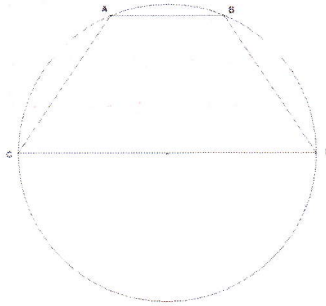
$$-2 = -\frac{2}{3} \cdot 5 + 4$$

$$-2 + \frac{10}{3} = 4$$

$$\frac{4}{3} = 4$$

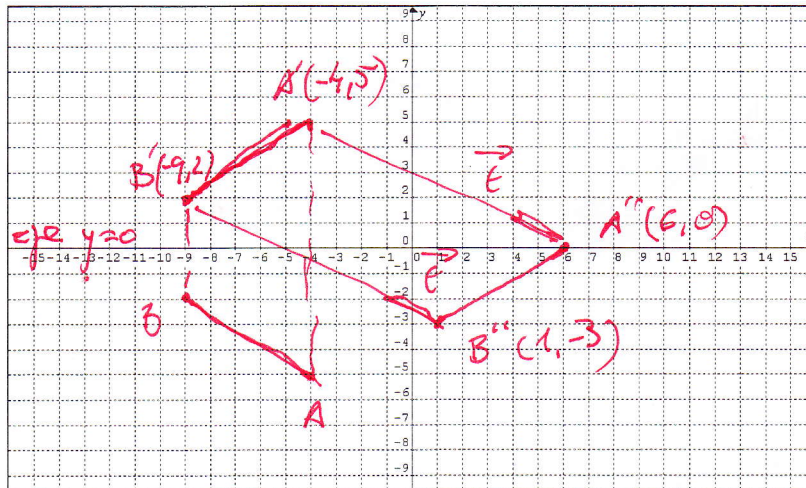
$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

10. Calcula el valor de los ángulos en A, B, C y D del trapecio isósceles ABCD, sabiendo que el arco BD mide  $70^\circ$



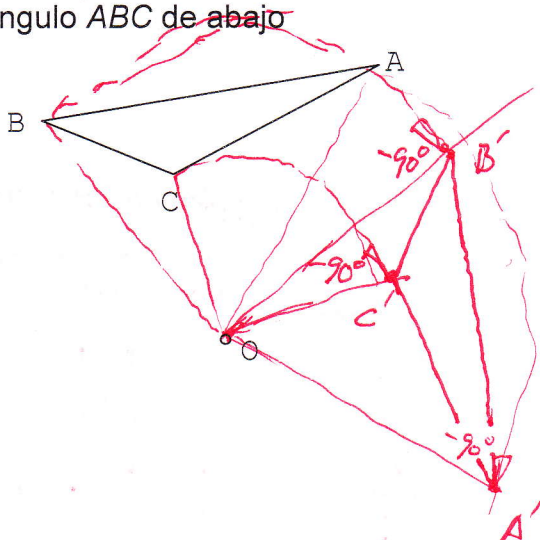
$\hat{A}$  inscrito que abarca  $\widehat{CD} + \widehat{BD} = 180^\circ + 70^\circ = 250^\circ$   
 $\hat{A} = \frac{250^\circ}{2} = 125^\circ = \hat{B}$   
 $360^\circ - 250^\circ = 110^\circ = \widehat{BC}$   
 $\hat{D}$  inscrito que abarca  $\widehat{BC} = 110^\circ$   
 $\hat{D} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ = \hat{C}$

11. Halla las coordenadas de los extremos del segmento resultante de aplicarle la simetría de eje  $y=0$  y a continuación la traslación de vector  $\vec{i} = (10, -5)$  al segmento de extremos  $A(-4, -5)$  y  $B(-9, -2)$ . Representa en los ejes.



$A(-4, -5)$      $B(-9, -2)$   
 $\downarrow$                      $\downarrow$   
 $A'(-4, 5)$      $B'(-9, 2)$   
 $\downarrow$                      $\downarrow$   
 $A''(6, 0)$      $B''(1, -3)$

12. Dibuja el resultado de aplicarle un giro de centro O y ángulo  $-90^\circ$  al triángulo ABC de abajo



13. Considera un prisma recto de base rectangular

a) Cuenta las aristas, vértices y caras, y comprueba que verifica la fórmula de Euler

*aristas = 12, caras = 6*  
*vértices = 8*

$C + V = a + 2$

$6 + 8 = 12 + 2$  SÍ

b) Calcula su área y su volumen sabiendo que la altura es 8 cm y la base tiene dimensiones 12 cm y 10 cm

*área = 2 · 12 · 10 + 2 · 10 · 8 + 2 · 12 · 8 = 240 + 160 + 192 = 592 cm<sup>2</sup>*  
*volumen = 8 · 12 · 10 = 960 cm<sup>3</sup>*

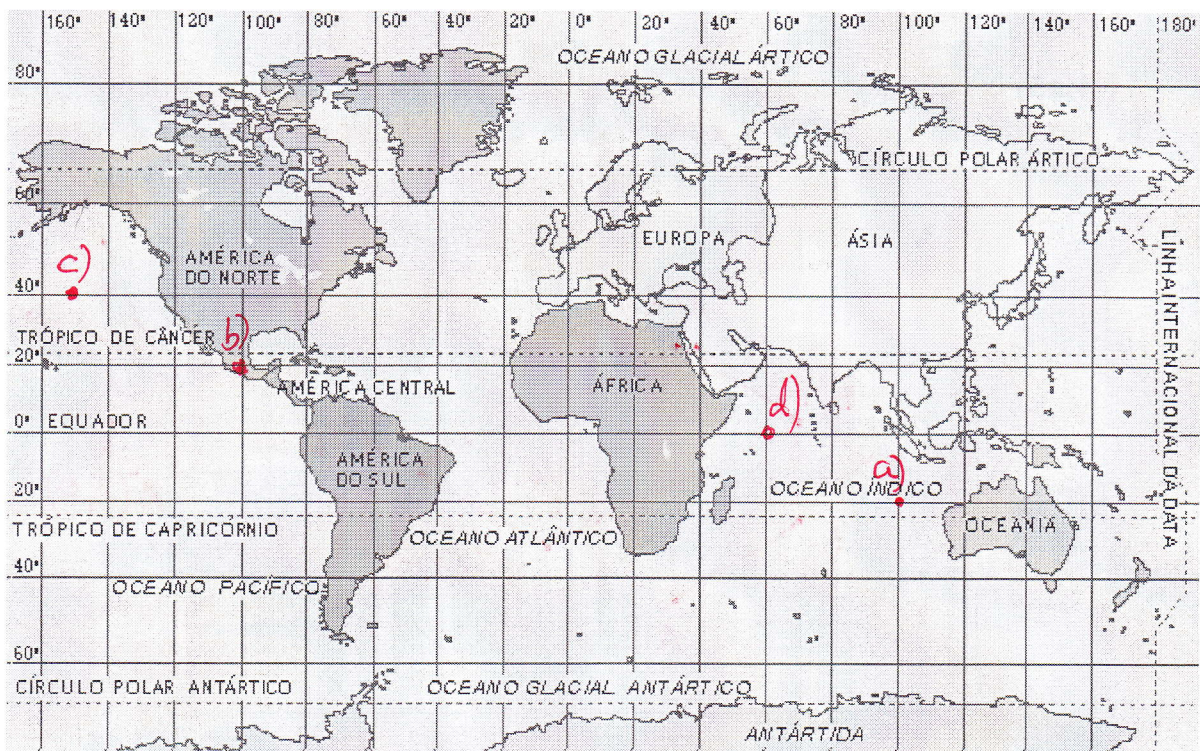
14. Marca en el mapa de abajo los puntos de coordenadas

a) 20°S 100°E

b) latitud +20° longitud -100°

c) 40°N 150°W

d) Antípodas de 0° longitud 120°W



15. Los resultados de una encuesta sobre la masa propia en kilogramos en una clase de 3º de E.S.O. son

Masa	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90]
Frec.Ab	2	7	12	6	3

a) Medidas de centralización: media, mediana y moda;

$\bar{x} = \frac{2 \cdot 45 + 7 \cdot 55 + 12 \cdot 65 + 6 \cdot 75 + 3 \cdot 85}{30} = 65,3 \text{ Kg}$

clase mediana = [60,70)

clase modal = [60,70)

b) Recorrido, histograma y probabilidad de pesar más de 60 kg

Recorrido = 90 - 40 = 50 Kg

$P(\text{más de } 60 \text{ Kg}) = \frac{12 + 6 + 3}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10} = 0,7$

