PROPORCIONALIDADE

Na vida corrente utilizamos o termo PROPORCIÓN con distintos sentidos:

Se comentamos que o éxito dunha persoa é proporcional a o seu traballo estamos poñendo de manifesto a correlación entre estas dúas variables: ÉXITO e TRABALLO.

Tamén adoitamos utilizalo para comparar fenómenos en distintos ámbitos: " proporcionalmente unha formiga é máis forte que un elefante " (o home non resiste as comparacións con outros animais: un escaravello pode levantar 850 veces o peso do seu propio corpo. Proporcionalmente equivalería a que un home levantase sobre a súa cabeza un tanque de 50 Tm.

Unha pulga pode saltar ata 130 veces a súa altura. Para competir con ela un home debería saltar limpamente a Catedral de Santiago).

Tamén se cometen erros:

Fai anos estudouse a reacción dun elefante macho ao LSD (unha droga). Os científicos calcularon a dose que se debía administrar proporcionalmente á cantidade que pon a un gato en estado furioso. Esta proporción foi tráxica para o elefante pois inmediatamente empezou a correr, tivo convulsións e morreu.

En matemáticas esta palabra ten un significado máis restrinxido, imos encontrar distintos tipos de proporcionalidade :

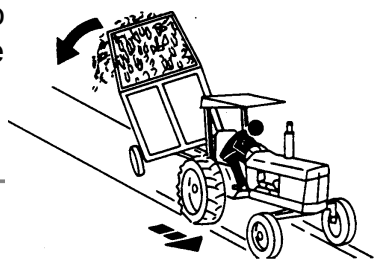
Exemplo 1.-

Na seguinte táboa relaciónase a superficie dun valo a pintar e a pintura empregada.

m^2 de valo a pintar	1	1'5	2	4
Litros de pintura empregados	0'33	0'495	0'66	1'32

Exemplo 2.-

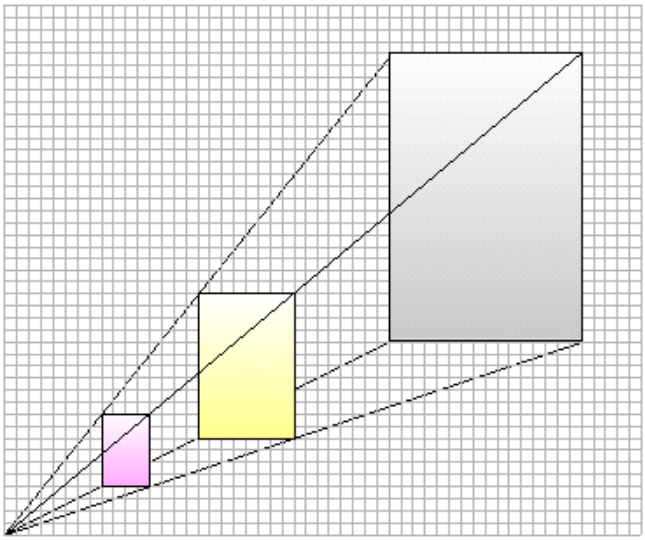
Desde que un condutor ve un obstáculo, reacciona, pisa o freo e o coche realmente detense, percórrese unha distancia que depende da velocidade:



Velocidad que lleva (Km/h)	20	40	60	80	100
Distancia total de detención (m)	7	20'5	39'5	64	95

Exemplo 3.-

Observa o debuxo e constrúe unha táboa que relacione a altura de cada rectángulo coa súa base.



Altura do rectángulo					
Lonxitude da base					

Exemplo 4
O prezo dun aparcadoiro é:

Tempo	Prezo
Ata 1 hora	1 €
Ata 2 horas	2 €
.....	.....

En todos estes exemplos existe unha relación entre dúas magnitudes. Ademais, cando unha varía a outra tamén varía

Podemos precisar aínda máis:
No exemplo 1:

- Ao dobre de m² de valo corresponde dobre cantidade de litros de pintura.
- Ao triplo de m² de valo corresponde tripla cantidade de litros de pintura.
- Á metade de m² de valo corresponde a metade cantidade de litros de pintura.

No exemplo 3:

- A dobre base corresponde dobre altura.
- A tripla base corresponde tripla altura.
- A cuádrupla base corresponde .... altura.

Cando podemos utilizar este tipo de expresións:
a dobre ..... dobre,
a metade..... metade,
a triplo ..... triplo,
a un terzo.....un terzo, etc ..... dicimos que as dúas **magnitudes son directamente proporcionais**

A superficie de valo a pintar é directamente proporcional ao volume de litros de pintura.

As lonxitudes das bases son directamente proporcionais ás lonxitudes das alturas.

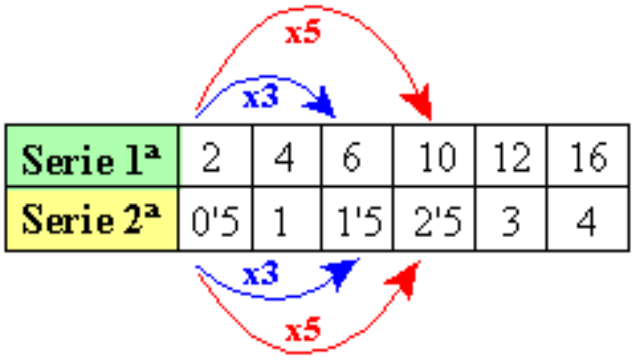
No exemplo 4 é conveniente observar que se só tomamos valores enteiros pode parecer que existe proporcionalidade. Non é así se usamos fraccións de horas :

Tempo	Prezo
30 minutos	1 €
60 minutos	1 €
70 minutos	2 €
140 minutos	3 €

Neste caso diremos que o prezo do estacionamento non é directamente proporcional ao tempo aparcado.

E o exemplo 2 ?
Velocidade 20 km/h distancia de freado 7m
Dobres de velocidade (40km/h) non é o dobre de distancia de freado ($\mathbf{distancia} \neq 14\mathrm{km/h}$) Polo tanto as magnitudes VELOCIDADE- DISTANCIA DE FREADO NON son directamente proporcionais.
OLLO!! Observa que máis velocidade implica máis distancia de freado pero isto non quere dicir que sexan directamente proporcionais

Resolución de problemas de proporcionalidade directa- Regra de tres
Como recoñecer unha proporcionalidade directa con táboas?
Esta táboa é de proporcionalidade directa.
Observa:
Ao multiplicar un valor da 1ª serie por un número, o valor correspondente da 2ª serie queda multiplicado por devandito número (ou ao revés), en consecuencia:
O cociente entre dous números correspondentes de cada serie é constante:



$\frac{0'5}{2}=\frac{1}{4}=\frac{6}{1'5}=...=0'25$ A esta constante (0'25 neste caso) chamarémolo razón de proporcionalidade

Exemplos:

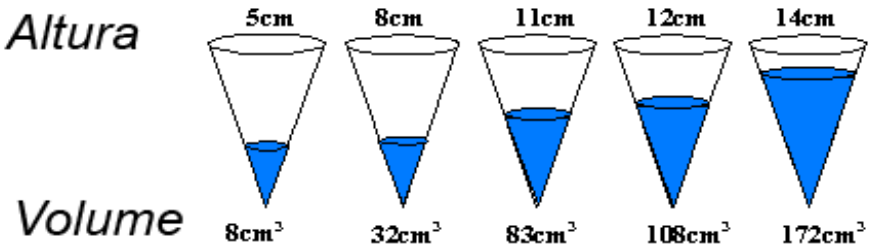
1.-Un estudante pesa algunhas bólas de aceiro. Velaquí os resultados:

Diámetro (mm)	8	11	16	21	25
Peso (g)	2'1	5'5	17	38'4	64'9

Son directamente proporcionais as magnitudes diámetro e peso?

$\frac{2'1}{8}??\frac{5'5}{11}??\frac{17}{16}....$

2.-Vertemos diferentes cantidades de auga nun vaso cónico. En cada vertedura medimos a altura da auga e o seu volume



É o volume directamente proporcional á altura ?

E se os vasos foran cilindros?

3.-indica se son directamente proporcionais as seguintes magnitudes

As horas que eu traballo e o xornal que gaño _____

O número de rodas dun camión e a súa velocidade _____

A altura dun home e a súa intelixencia_____

A cor dun coche e a súa velocidade máxima _____

A velocidade do tren e o que tarda en ir dunha cidade a outra _____

O número de leñadores e o número de árbores que poden cortar _____

A velocidade dun avión e o tempo que tarda en facer unha viaxe _____

A cantidade de cigarros que fumo e o que gasto fumando _____

O número de cadernos que compro e o que teño que pagar _____

Se tes 12 euros para comprar libros, o número de libros que podes comprar e o seu prezo
O número de pintores e o tempo que tardan en pintar unha casa _____

Regra de tres directa

As situacións de proporcionalidade dan lugar a aprendizaxe de “receitas” coñecidas co nome de regra de tres directa que se utiliza para resolver problemas de proporcionalidade directa.
Exemplo a entrada do cine de 7 persoas custa 38'5€. Canto custa a de 12 persoas?
As magnitudes Nº DE PERSOAS QUE VAN AO CINE e PREZO DAS ENTRADAS son directamente proporcionais (dobre de persoas, dobre de prezo.....)

7 persoas_____38'5€
12 persoas_____x

Por ser directamente proporcionais: $\frac{7}{12}=\frac{38'5}{x}$ (ou se prefires $\frac{12}{7}=\frac{x}{38'5}$) Resolvendo esta ecuación $x=\frac{12.38'5}{7}=66\,€$

Exemplos: (mirar antes se son directamente proporcionais)

1.- Se con 38 quilos de cebada obtemos 3 cervexas, cantas cervexas sairán de 114 quilos?

2.- Un tren de alta velocidade vai de Madrid a Sevilla en 2 horas a unha velocidade de 150 quilómetros por hora. Cantas horas tardará a unha velocidade de 200 quilómetros por hora?

3.- Se 3 pares de zapatos custan 360 euros, canto custarán 5 pares?

4.- Se lendo a unha velocidade de 120 palabras por minuto podo ler unha novela en 7 horas, cantas horas tardarei se leo a 84 palabras por minuto?

Escalas:
1-Se ela mide aproximadamente 1'70m . Canto medirá o anano?
5.- Colle un mapa e calcula aproximadamente a distancia entre Lugo e Londres

Proporcionalidade inversa

Quérense transportar 1.200.000 kg. de patacas dun almacén a distintas tendas. Nun determinado tipo de camión caben 8.000 kg. Cantas viaxes terá que facer para transportar as patacas?. E se tivésemos 3 camións?

Nº de camións	1	2	3	5	8
Nº de viaxes					

Observa que a dobre nº de camións, a metade de viaxes.

A triplo nº de camións, a terceira parte de viaxes.

Cando podemos utilizar este tipo de expresións:

a dobre ..... metade,

a metade..... dobre,

a triplo ..... terceira parte,

dicimos que as dúas magnitudes son inversamente proporcionais

Como recoñecer unha proporcionalidade inversa con táboas?

Esta táboa é de proporcionalidade inversa: Observa:

Ao multiplicar un valor da 1ª serie por un número, o valor correspondente da 2ª serie queda dividido por devandito número (ou ao revés), en consecuencia:

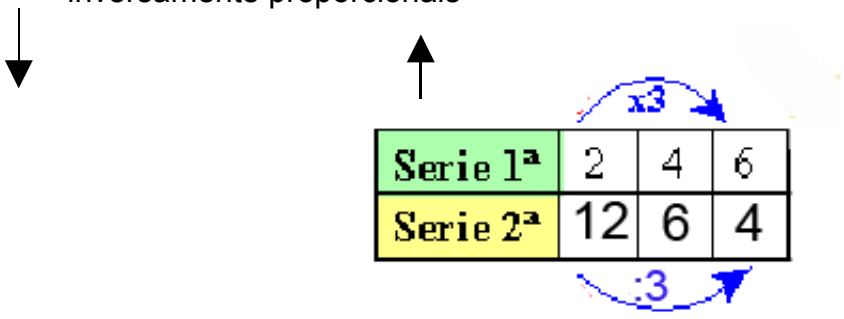
O produto entre dous números correspondentes de cada serie é constante:

2.12=4.6=6.4 O valor común deses produtos é a constante de proporcionalidade inversa

Regra de tres inversa

Se 2 robots tardan 7 días en facer un traballo, canto tardarán 4 robots?

Nº de robots e tempo empregado en realizar un traballo son magnitudes inversamente proporcionais



2 robots_____7 días

4 robots_____x

$$\frac{2}{4}=\frac{x}{7}\Rightarrow x=\frac{2.7}{4}=3\,'5\,días$$

Proporcionalidade composta - Regra de tres composta

A proporcionalidade composta permítenos resolver problemas nos que interveñen máis de dúas magnitudes que manteñen entre si relacións de proporcionalidade.
Exemplo.- Un cruceiro polo Mediterráneo para 200 persoas durante 15 días necesita, para gastos de aloxamento e comida, 54.000€. Canto se gastará para aloxar e alimentar a 250 persoas durante 10 días?

200 persoas ____DIREC_____ 15 días _____DIREC____54000€

250 persoas_____10 días_____x

Vexamos que relación de proporcionalidade, directa ou inversa, mantén a magnitude GASTO da incógnita coas outras dúas magnitudes. É fácil observar que "a dobre número de días, dobre gasto; ou que a triplo número de días triplo gasto ; ou que se reducimos as vacacións á terceira parte, o gasto reducirase á terceira parte;..... Resumindo GASTO é directamente proporcional a DÍAS.
De igual xeito GASTO é directamente proporcional a P.

$$\frac{X}{54000}=\frac{10}{15}\cdot\frac{250}{200}\Rightarrow X=\frac{10.250.54000}{15.200\mathrm{X}}=45000\,€$$

O resultado sería o mesmo se consideramos $\frac{54000}{x}=\frac{15}{10}\cdot\frac{200}{250}$

Exemplo:
Nun mes , un equipo de 22 homes arranxa unha rúa de 16 m. Cantos metros farán 15 homes en 22 días?

30 días_____22 homes_____16 metros

22 días_____15 homes_____x

inversa

directa

$$\frac{x}{16}=\frac{22}{15}\cdot\frac{22}{30}\Rightarrow x=\frac{16.22.22}{15.30}=¿$$