SISTEMAS DE ECUACIÓNS LINEAIS CON DÚAS INCÓGNITAS

Ecuacións con dúas incógnitas

Son expresións que poden escribirse:

ax+by=c a, b son os coeficientes dados, as incógnitas son x, y

c chámase termo independente

As solucións da ecuación son os infinitos pares de valores que a verifican

Explo.:

x+y= 8 son solucións: x=4, y=4

x=2, y=6.....

Sistemas de dúas ecuacións con dúas incógnitas

Son dúas ecuacións nas que as incógnitas correspondentes teñen os mesmos valores

$$\left.\begin{aligned} ax + by &= c \\ a'x + b'y &= c' \end{aligned}\right\}$$

Resolve-lo sistema e acha-los valores de x e y que verifican **as dúas** ecuacións

Os sistemas,atendendo ao número de solucións que teñan poden clasificarse en :

- **Compatibles**: Se teñen solución
  - **Compatibles determinados** : Teñen unha única solución (x,y)
  - **Compatibles indeterminados**: Teñen infinitas solucións
- **Incompatibles**: Non teñen solución

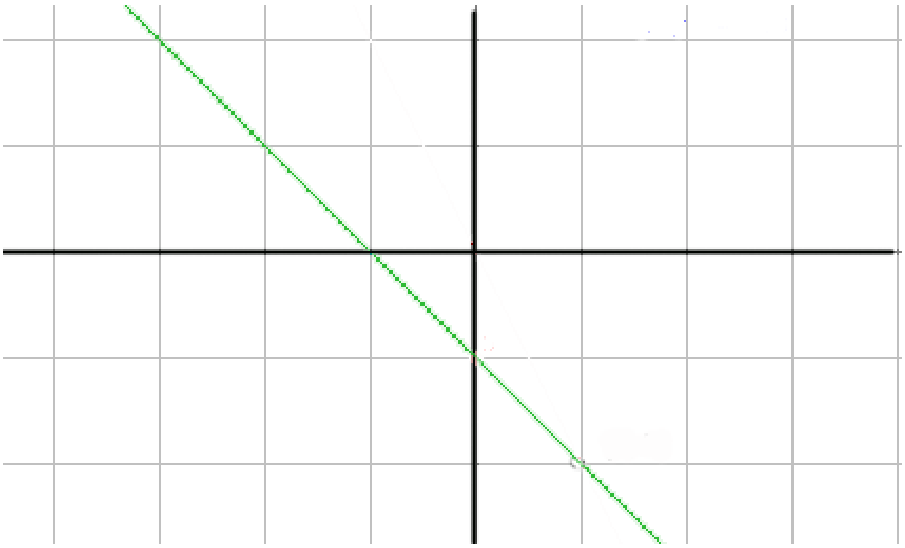
Interpretación gráfica das solucións dun sistema

Sistema compatible determinado: ten unha única solución que será o punto de corte das rectas asociadas a cada unha das ecuacións.

$$\left.\begin{array}{r} 2x+y=0 \\ x+y=-1 \end{array}\right\}$$ Solución x=1 y=-2 Observa a división dos coeficientes $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{1}$

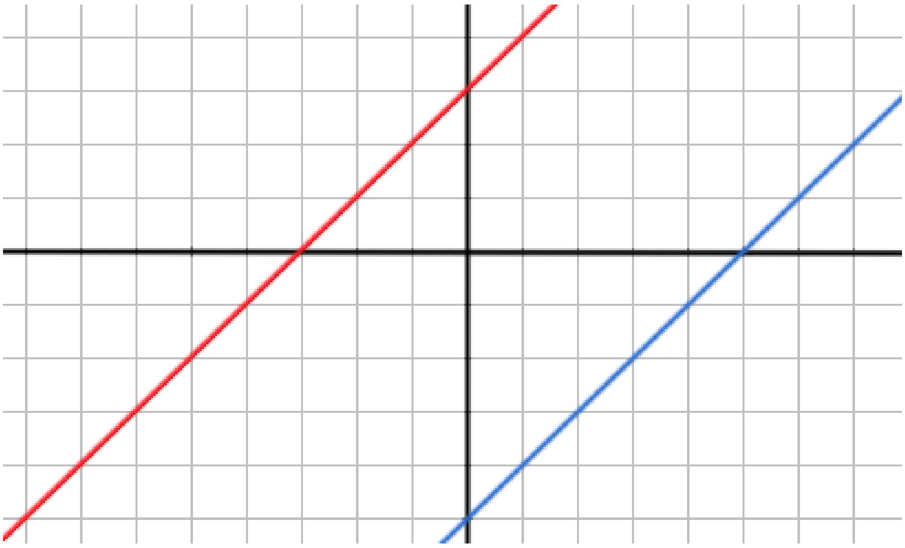
Sistema compatible indeterminado: Ten infinitas solucións, polo tanto as rectas asociadas a cada ecuación son coincidentes (unha sobre outra)

$$\left.\begin{array}{r} 2x+2y=-2 \\ x+y=-1 \end{array}\right\}$$ Observa a división dos coeficientes $\frac{2}{1} = \frac{2}{1} = \frac{-2}{-1}$



Sistemas incompatibles: Non ten solución. As rectas asociadas ás ecuacións son paralelas.

$\left.\begin{array}{l} x-y=-3 \\ x-y=-5 \end{array}\right\}$ Observa a división de coeficientes: $\frac{1}{1}=\frac{-1}{-1}\neq\frac{-3}{-5}$



Métodos de resolución

Método de substitución

$$\left.\begin{aligned} 4x + y &= -3 \\ y - 3x &= 11 \end{aligned}\right\}$$

1º Despexamos unha incógnita dunha ecuación e substituímos ese valor na outra .

É recomendable despexar unha incógnita que teña por coeficiente 1 ou, se é posible, que non teña coeficiente negativo

y=-3-4x

2º Substituímos este valor na outra ecuación (Procurar utilizar parénteses)

(-3-4x)-3x=11

3º Resolvemos

-4x-3x=11+3

-7x=14

x=14/-7 =-2

4º Calculamos o valor da outra incógnita substituíndo na ecuación obtida no 1º paso

y=-3-4.(-2)=-3+8=5

Método de redución

Trátase de encontrar un sistema equivalente no que unha incógnita teña o mesmo coeficiente, cambiado de signo, nas dúas ecuacións.
É importante que o sistema estea "colocado": ax+by=c

$$\left.\begin{aligned} 3x - 2y &= 6 \\ 9x + 4y &= 108 \end{aligned}\right\}$$

1º multiplicamos la 1ª ecuación por 3 (tamén poderiamos multiplicar a 1ª ecuación polo coeficiente da incógnita da 2ª e logo multiplicar a 2ª ecuación polo coeficiente da incógnita na 1ª)

$$\left.\begin{aligned} 9x - 6y &= 18 \\ 9x + 4y &= 108 \end{aligned}\right\}$$

2º cambiamos lo signo de unha delas para que os coeficientes teñan distinto signo (multiplicamos por –1) e despois as sumamos

$$\left.\begin{aligned} 9x - 6y &= 18 \\ -9x - 4y &= -108 \end{aligned}\right\} +$$

-10y=-90

3º Resolvemos

y=-90/-10 = 9

4º Calculamos o valor da seguinte incógnita

3x-2.9=6 $\Rightarrow$ 3x-18=6 $\Rightarrow$ 3x=6+18 $\Rightarrow$ 3x=24 $\Rightarrow$ x=8

<u>Método de igualación</u>

$$\left.\begin{array}{r}3x-2y=6\\9x+4y=108\end{array}\right\}$$

1º Despexamos a mesma incógnita nas dúas ecuacións (É importante elixir ben a incógnita a despexar)

$$x=\frac{6+2y}{3}$$

$$x=\frac{108-4y}{9}$$

2º Igualamos os valores despexados

$$\frac{6+2y}{3}=\frac{108-4y}{9}$$

3º Resolvemos a ecuación de grao 1

$$9(6+2y)=3(108-4y)$$

$$54+18y=324-12y$$

$$18y+12y=324-54$$

$$y=\frac{270}{30}=9$$

Obtemos a outra incógnita igual que nos métodos anteriores.

$$x=\frac{6+2.9}{3}=\frac{24}{3}=8$$

NOTA: é recomendable comprobar que a solución obtida é a correcta. Para elo substituímos a solución no sistema de partida e comprobamos que as igualdades son certas.

Igualmente é recomendable en todos os métodos que os sistemas estean “colocados” para facilitar a resolución.

SISTEMAS DE ECUACIÓNS NON LINEAIS

$$\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{array}\right\}$$ Resolvemos polo método de substitución.

Despexamos na ecuación lineal unha incógnita e logo a substituímos na outra ecuación

$x=1+y$

$(1+y)^2 + y^2 = 5$ Resolvemos esta ecuación cunha incógnita

$1+2y+y^2+y^2=5$

$2y^2+2y-4=0$

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.2.(-4)}}{2.2} = \begin{cases} \dfrac{-2+6}{4} = 1 \\ \dfrac{-2-6}{4} = -2 \end{cases}$$

Polo tanto ten dúas solucións.

$y_1=1 \quad \Rightarrow \quad x_1=1+1=2 \quad \Rightarrow (2,1)$

$y_2=-2 \quad \Rightarrow \quad x_2=1-2=-1 \quad \Rightarrow (-1,-2)$

A súa interpretación gráfica é:

A 1º ecuación lineal e polo tanto a súa función asociada é unha recta. A segunda ecuación e unha circunferencia de radio $\sqrt{5}$ e centro (0,0). Polo tanto cortaranse en dous puntos.