COMBINATORIA- 4º ESO

A combinatoria estuda as distintas formas nas que se poden ordenar ou agrupar algúns elementos tendo en conta algunha condición. Unha forma de facer estes recontos son os diagramas de árbore.

Factorial dun nº natural : é o produto de todos os números naturais anteriores ou iguais a el.
n! = (n).(n-1).(n-2).........3.2.1
Definimos 0! = 1 e 1! = 1

Explo: 5! = 5.4.3.2.1
Tratarase de resolver cuestións coma:

- Cinco atletas corren os cen metros lisos. De cantas maneiras poden chegar?
- Cinco atletas corren os cen metros lisos. De cantas maneiras poden repartirse os tres primeiros premios?
- Cinco atletas corren os cen metros lisos. Tres deles teñen que pasar a proba de doping. De cantas maneiras poden ser escollidos estes catro atletas?
- Nunha tenda temos 6 tipos de gominolas. Cantas bolsas distintas de 20 golosinas podemos facer?
- Cantos números de tres cifras podes formar cos díxitos 1234?
- Unha persoa intenta recordar unha clave de 6 letras que ten esquecida, pero recorda que estaba formada utilizando dúas veces cada unha das iniciais do seu nome. Cantas posibilidades ten?

Variacións sen repetición :

Chámase variacións sen repetición de m elementos tomados de n en n aos distintos grupos formados por n elementos de forma que :
- Os n elementos que forman o grupo son distintos (non se repiten)
- Dous grupos son distintos se se diferencian nalgún elemento ou na orde en que están colocados (inflúe a orde).

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!} = m.(m-1).(m-2).......(m-n+1)$$

Explo. $V_{7,3}$= 7.6.5 (produto de n=3 factores)

Variacións con repetición : chámase variacións con repetición de m elementos tomados de n en n aos distintos grupos formados por n elementos de maneira que :
- Os elementos que forman cada grupo poden estar repetidos
- Dous grupos son distintos se se diferencian nalgún elemento ou na orde en que estes están colocados (inflúe a orde) .

$$VR_{m,n} = m^n$$

Explo.: $VR_{m,n} = 7^3$

Permutacións sen repetición :

Chámase permutacións de m elementos ás diferentes agrupacións deses m elementos de forma que :

- En cada grupo interveñen os m elementos sen repetirse ningún (interveñen todos os elementos)

-Dous grupos son diferentes se a orde de colocación dalgún deses m elementos é distinto (inflúe a orde) .

$$P_m = m!$$

Permutacións con repetición :

Chámase permutacións con repetición de m elementos onde o primeiro elemento repítese ás veces , o segundo b veces , o terceiro c .... aos distintos grupos que poden formarse con eses m elementos de forma que :

- Interveñen todos os elementos
- Dous grupos diferéncianse na orde de colocación dalgún dos seus elementos.

$$PR_m^{a,b,c...} = \frac{m!}{a!.b!.c!....}$$

Permutacións circulares:

Chámanse permutacións circulares de m elementos aos distintos grupos que podemos formar con todos os elementos agrupados de forma circular (non existe nin principio nin fin na ordenación)

$$PC_m = P_{m-1} = (n-1)!$$

Combinacións sen repetición :

Chámase combinacións de m elementos tomados de n en n a todas as agrupacións posibles que poden facerse cos m elementos de forma que :

- cada agrupación está formada por n elementos distintos entre si
- dúas agrupacións distintas diferéncianse polo menos nun elemento , sen ter en conta a orde.

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!} = \binom{m}{n} \text{ número combinatorio}$$

Combinacións con repetición :

Chámase combinacións con repetición de m elementos tomados de n en n , aos distintos grupos formados por n elementos de maneira que :

- Os elementos que forman cada grupo poden estar repetidos
- Dúas agrupacións distintas diferéncianse polo menos nun elemento , sen ter en conta a orde

$$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!.(m-1)!} = \binom{m+n-1}{n}$$

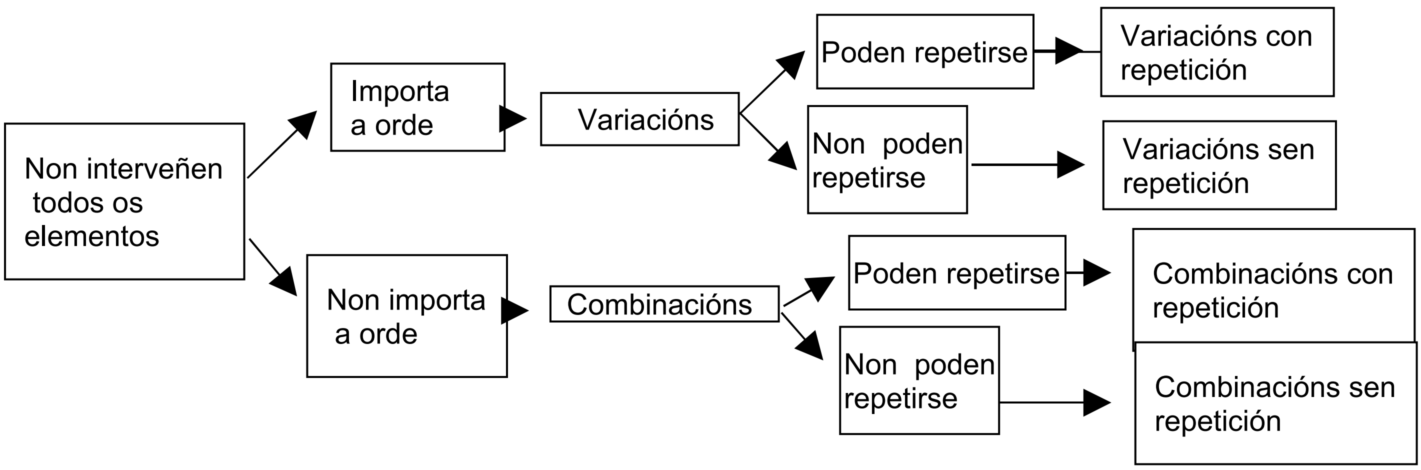
Explo.Cantas fichas ten o xogo do dominó?

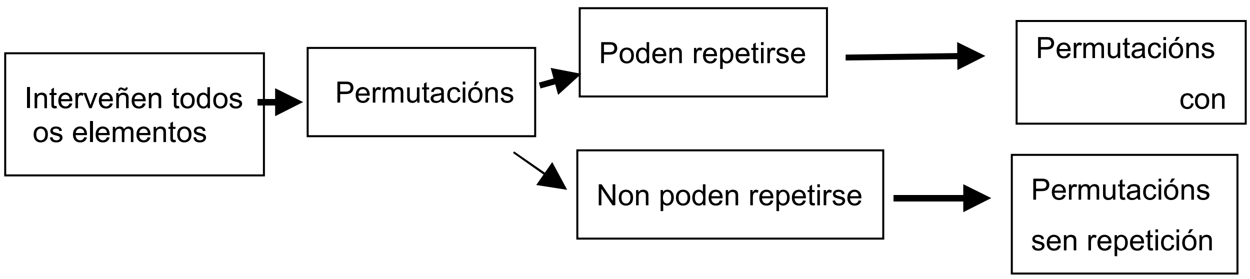
$$CR_{7,2}=\frac{(7+2-1)!}{2!.(7-1)!}=\frac{8!}{2!.6!}=28$$

Exemplo.: Nunha pastelería hai 6 tipos distintos de pasteis. De cantas formas pódense elixir 4 pasteis?.

$$CR_{6,4}=\frac{(6+4-1)!}{4!.(6-1)!}=\frac{9!}{4!.5!}=126$$

Resumindo:





Números combinatorios :

Chámase número combinatorio de índice m e orde n ao número de combinacións de m elementos tomados de n en n talles que $n \leq m$.

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!.(m-n)!}$$

Propiedades

$$\binom{m}{0} = \binom{m}{n} = 1$$

$$\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$$

$$\binom{m}{n} + \binom{m}{n+1} = \binom{m+1}{n+1}$$

Triángulo de Tartaglia

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & \binom{0}{0} & & & & \\ & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & \\ & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & \\ & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & \\ \binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 2 & & 1 & & \\ & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\ 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \end{array}$$

Binomio de Newton

$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$

$(a+b) = a+b$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$